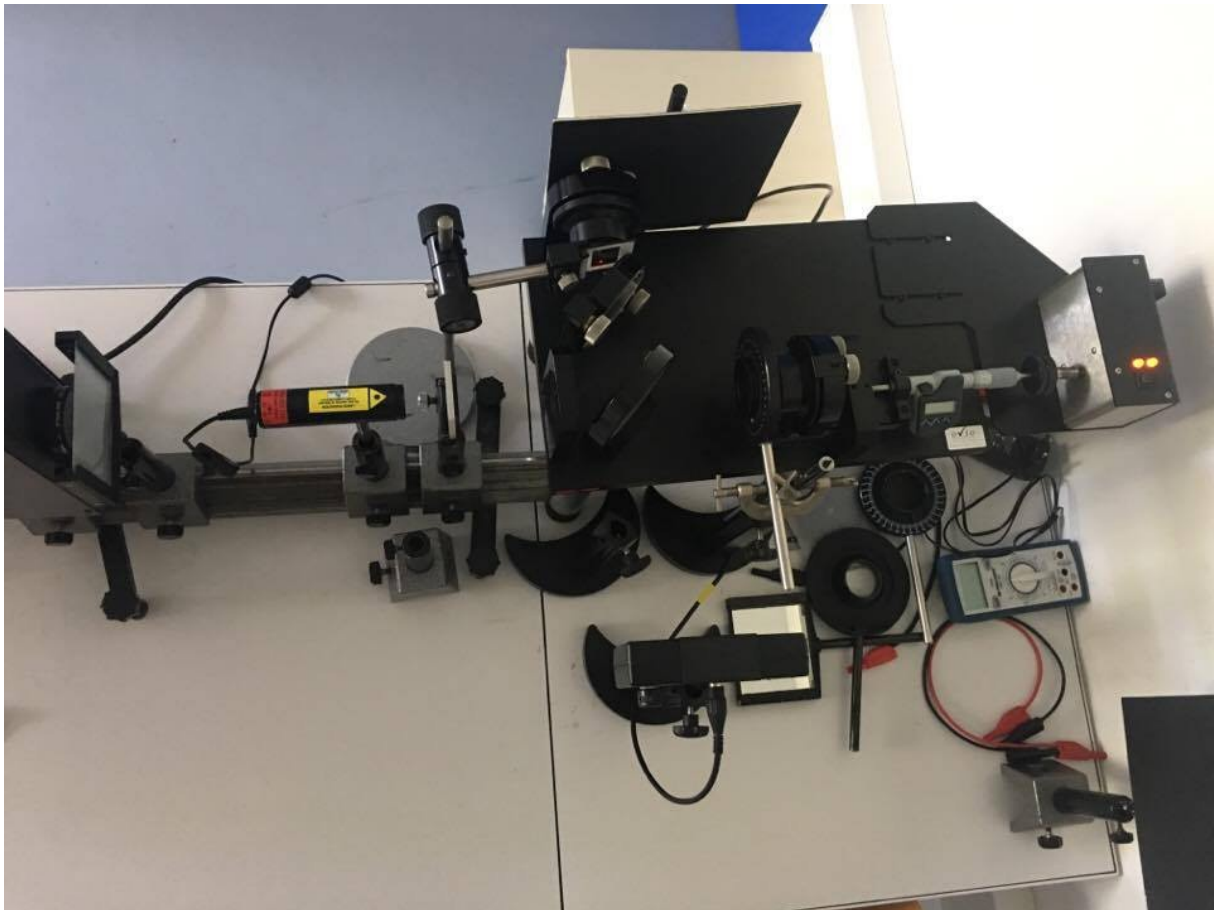


Projet de Physique P6
STPI/P6/2017 – 16

Mise en œuvre expérimentale d'une gomme quantique



Etudiants :

Cathy CHABILAN

Lucille DULONG

Imane LAFNOUNE

Nathan VIEL

Enseignant-responsable du projet :

D. Honoré

Date de remise du rapport : 19/06/2017

Référence du projet : STPI/P6/2017 – 16

Intitulé du projet : Mise en œuvre expérimentale d'une gomme quantique

Type de projet : expérimental et bibliographie

Objectifs du projet :

L'objectif de notre projet est la mise en œuvre expérimentale d'une gomme quantique. Nous devons donc établir un montage optique capable d'illustrer le principe de la gomme quantique, puis nous expliciterons les calculs théoriques et les comparerons aux résultats expérimentaux. Nous devons aussi être capable d'expliquer les phénomènes associés à la gomme quantique et les principes physiques mis en œuvre lors de sa réalisation.

Mots-clefs du projet :

Optique, Gomme quantique, Interféromètre de Michelson, Interférences

Table des matières

1	Introduction	5
2	Organisation du travail	6
3	Travail réalisé et résultats.	7
3.1	Recherches et documentation	7
3.2	Modélisation mathématique	9
3.3	Expérience	12
3.4	Mise en relation des résultats théoriques et expérimentaux	15
4	Conclusion	19
5	Bibliographie	20
6	Annexes	21
6.1	Calcul de l'éclairement en fonction de la tangente	21

Table des figures

1	Organigramme des tâches réalisées et des étudiants concernés . . .	6
2	Illustration des interférences de Young [1]	7
3	Schémas représentant le phénomène de la gomme quantique[2] . .	8
4	Schéma d'un interféromètre de Michelson[4]	9
5	Schéma du champ électrique en fonction de θ_1 et en fonction de θ_2	10
6	Courbe représentant l'éclairement total I_{tot} (lux) en fonction du temps t (s)	11
7	Photo du montage expérimental	12
8	Franges d'interférences à la sortie de l'interféromètre de Michelson	12
9	Courbe théorique de l'éclairement en fonction du temps et Signal reçu par synchronie pour $\theta = 0^\circ$	15
10	Courbe théorique de l'éclairement en fonction du temps et Signal reçu par synchronie pour $\theta = 90^\circ$	16
11	Courbes théoriques et expérimental du contraste en fonction de $\theta_2 - \theta_1$	17
12	Schéma du champ électrique en fonction de θ_1 et en fonction de θ_2	21
13	Courbe de l'éclairement avec la formule de la tangente	23

1 Introduction

L'objectif de notre projet est la mise en oeuvre expérimentale d'une gomme quantique. Une gomme quantique est un dispositif d'interférométrie permettant d'illustrer certaines propriétés quantiques des photons. Le but est d'utiliser un montage optique (comme les fentes d'Young ou l'interféromètre de Michelson) afin d'obtenir une figure d'interférence, puis d'utiliser un système permettant de connaître le chemin emprunté par chaque photon (comme par exemple des polariseurs et un analyseur). Ainsi, en déterminant le parcours emprunté par un photon, nous perdons la figure d'interférences du début, puis nous la retrouvons en rétablissant l'incertitude sur la trajectoire. Cette expérience illustre certains principes comme le principe d'incertitude d'Heisenberg et la dualité onde-corpuscule de la lumière. Notre projet consiste en la réalisation d'un montage optique permettant d'observer le fonctionnement de la gomme quantique, et de comprendre expérimentalement ces principes quantiques.

2 Organisation du travail

Nous avons commencé par effectuer des recherches sur le sujet en groupe, nous avons ensuite décidé du montage que nous allions utiliser. Afin d'être plus efficaces nous nous sommes ensuite partagés les tâches, un binôme s'occupait de la partie modélisation pendant que l'autre effectuait les expériences.

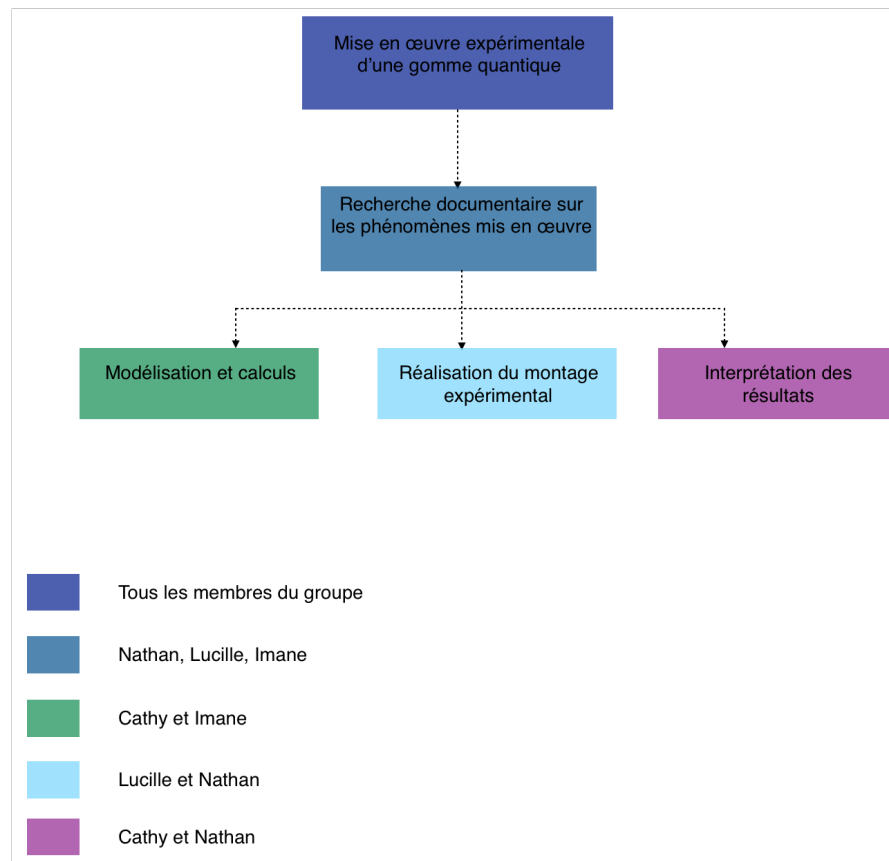


FIGURE 1 – Organigramme des tâches réalisées et des étudiants concernés

3 Travail réalisé et résultats.

3.1 Recherches et documentation

La gomme quantique est une expérience réalisée en 1998 au Maryland, et proposée initialement par deux physiciens en 1982 : Scully et Drühl . Avant de décrire la dite expérience, il est nécessaire de rappeler quelques notions pour faciliter sa compréhension. Considérons, tout d’abord les interférences de Young. Cette expérience consiste à faire interférer deux faisceaux de lumière issus d’une même source, en les faisant passer par deux fentes d’un écran opaque. À la sortie de ce dispositif, on observe un motif d’interférence représenté par une zone où s’alternent des franges d’interférences claires et sombres. Grâce à cette expérience, on peut mettre en évidence la nature ondulatoire de la lumière, qui est aussi propre à d’autres particules comme les électrons ou les protons. Considérons maintenant la même expérience, mais cette fois en envoyant les photons un par un et en plaçant un écran capable de marquer le point d’arrivée d’un photon. On observe alors un seul impact (propriété corpusculaire), dont la probabilité de présence est plus élevée selon la luminosité de la frange. Le fait qu’on retrouve les figures d’interférences en lançant plusieurs photons montre qu’ils interagissent entre eux. Cette expérience illustre ainsi la dualité onde-corpuscule des photons.

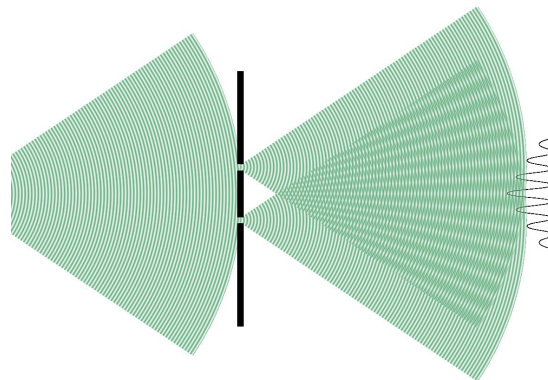


FIGURE 2 – Illustration des interférences de Young [1]

Imaginons maintenant que l’on place un polariseur devant chaque fente (avec des axes de transmission perpendiculaires), et un analyseur devant l’écran. Lorsque l’on règle les polariseurs et l’analyseur de façon à être capable de déterminer quel chemin a été emprunté par quel rayon, notre figure d’interférence disparaît, elle a été “gommée”. Cela peut s’expliquer par le fait qu’en déterminant une trajectoire, nous avons levé l’incertitude sur le trajet de la lumière. En levant cette incertitude, on perd toute précision sur le phénomène d’interférence, qui n’existe plus.

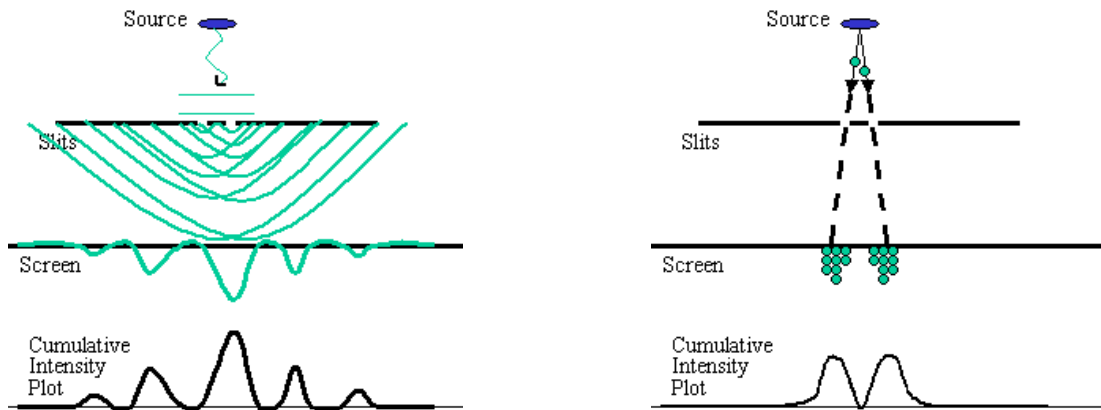


FIGURE 3 – Schémas représentant le phénomène de la gomme quantique[2]

Il en va de même lorsque l'on remet le système à un état où l'on est incapable de déterminer la trajectoire de chaque rayon (avec la même polarisation pour les deux ondes) : la lumière adopte à nouveau un comportement ondulatoire, et l'on détecte à nouveau des interférences. Nous illustrons par cette même expérience un autre phénomène : le principe d'incertitude d'Heisenberg. Lorsque l'on cherche à mesurer avec précision la position d'un photon, la détermination de sa quantité de mouvement (donc son énergie) perd alors en précision. Ainsi, en trouvant exactement de quel côté est passé quel rayon, ils ne sont plus capables de se comporter en tant qu'onde qui interfèrent, car nous levons ici l'incertitude sur la trajectoire des photons.

“ Un principe de base de la mécanique quantique est le principe de complémentarité de Bohr, selon lequel pour chaque degré de liberté, les variables dynamiques sont une paire d'observables complémentaires. Être complémentaire signifie que la connaissance précise de l'un implique la complète imprévisibilité de l'autre. Par exemple, la connaissance précise de la position d'une particule implique la complète imprévisibilité de sa quantité de mouvement.”[3]

3.2 Modélisation mathématique

Objectif : On cherche à montrer théoriquement l'effet de la gomme quantique et ainsi à modéliser notre expérience.

Notre objectif, ici, était de retrouver théoriquement nos résultats expérimentaux. Pour cela, nous avons tracé dans un premier temps l'éclairement en fonction de la différence entre les angles des deux polariseurs, dans le but de pouvoir calculer le contraste et de comparer ce dernier au contraste expérimental. Puis, nous avons fait la courbe de l'éclairement en fonction du temps (avec une différence entre les deux angles des polariseurs fixée) pour nous mettre dans les conditions expérimentales.

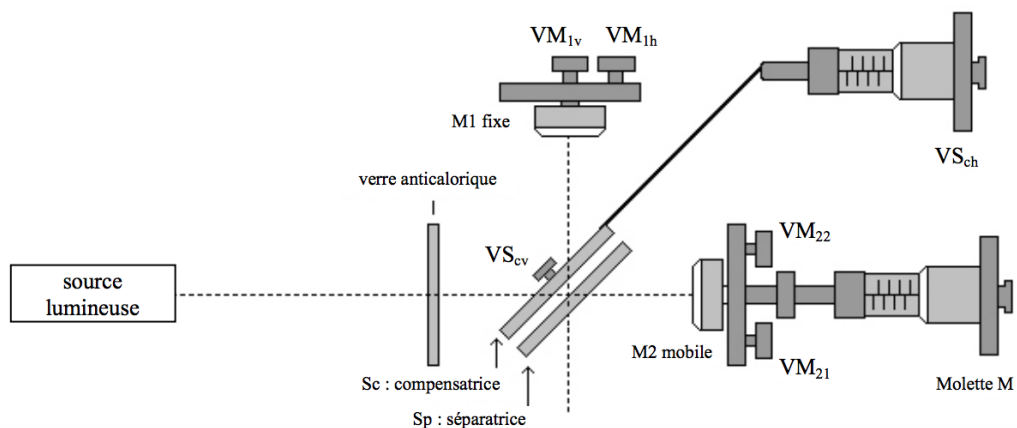
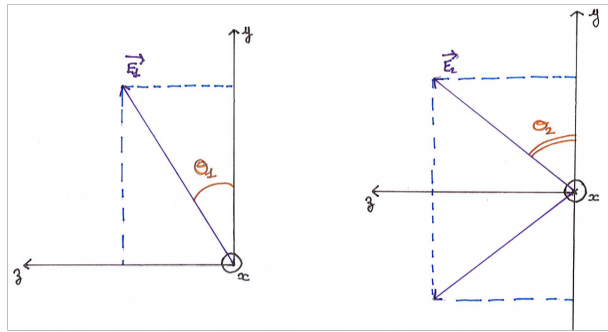


FIGURE 4 – Schéma d'un interféromètre de Michelson[4]

En effet, nous avons utilisé l'interféromètre de Michelson doté d'un moteur pour mettre en œuvre expérimentalement la gomme quantique. Puis nous avons tracé le contraste en fonction de la différence entre les deux angles des polariseurs. Il y a plusieurs manières de modéliser la gomme quantique, nous avons choisi dans un premier temps de calculer le champ électrique en fonction de la tangente de l'angle des polariseurs, ce qui n'a pas abouti à cause d'une valeur limite (*Cf annexe*). Nous avons donc choisi d'effectuer nos calculs avec les fonctions cosinus et sinus.

FIGURE 5 – Schéma du champ électrique en fonction de θ_1 et en fonction de θ_2

On cherche à calculer l'éclairement total I_{tot} obtenu par la superposition des champs électriques \vec{E}_1 et \vec{E}_2 . On a par définition :

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_1 x = 0 \\ E_1 y = E_1 \cdot \cos(\omega t - kx) \cdot \cos\theta_1 \\ E_1 z = E_1 \cdot \tan \cdot \cos(\omega t - kx) \cdot \sin\theta_1 \end{cases}$$

En utilisant la représentation complexe dans le cas d'une onde sinusoïdale on obtient :

$$\underline{\vec{E}}_1 = E_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{pmatrix}$$

De même :

$$\underline{\vec{E}}_2 = E_2 \cdot e^{j(\omega t - kx + \varphi)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

On applique le principe de superposition des champs électriques. L'éclairement en un point s'obtient à partir du champ électrique résultant $\underline{\vec{E}}_{tot} = \underline{\vec{E}}_1 + \underline{\vec{E}}_2$. D'où :

$$\begin{aligned} \underline{\vec{E}}_{tot} &= E_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{pmatrix} + E_2 \cdot e^{j(\omega t - kx + \varphi)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{pmatrix} \\ &= e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ E_1 \cos\theta_1 + E_2 e^{j\varphi} \cos\theta_2 \\ E_1 \sin\theta_1 + E_2 e^{j\varphi} \sin\theta_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Et :

$$\underline{\vec{E}}_{tot}^* = e^{-j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ E_1 \cos\theta_1 + E_2 e^{-j\varphi} \cos\theta_2 \\ E_1 \sin\theta_1 + E_2 e^{-j\varphi} \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

Par conséquent le produit scalaire nous donne :

$$\vec{E}_{tot} \cdot \vec{E}_{tot}^* = E_1^2 + E_2^2 + 2 \times E_1 E_2 \cos \varphi (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

Ainsi l'éclairement est égal à :

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{a_e}{2} [E_1^2 + E_2^2 + 2 \times E_1 E_2 \cos \varphi \cos (\theta_1 - \theta_2)] \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \cos (\theta_1 - \theta_2) \end{aligned}$$

On obtient alors le graphique suivant :

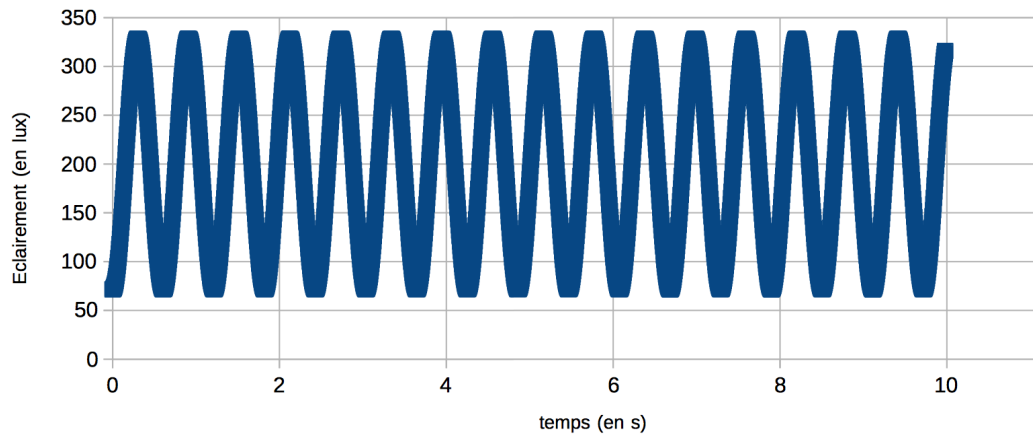


FIGURE 6 – Courbe représentant l'éclairement total I_{tot} (lux) en fonction du temps t (s)

On cherche ensuite à calculer le contraste :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Lorsque $\theta_1 = \theta_2$, C est maximal et quand $\theta_1 - \theta_2 = 90^\circ$ C minimal.

Par définition la différence de phase $\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} \times (l_1 - l_2)$ avec l_1 et l_2 la différence de longueur des bras de l'interféromètre.

Trouvons le contraste en fonction du *cosinus* ou du *sinus* :

L'éclairement I est maximal quand $\cos \varphi = 1$ et minimal quand $\cos \varphi = -1$, d'où :

$$C = \frac{I_1 + I_2 + a_e E_1 E_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) - I_1 - I_2 + a_e E_1 E_2 \cos (\theta_1 - \theta_2)}{I_1 + I_2 + a_e E_1 E_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) + I_1 + I_2 - a_e E_1 E_2 \cos (\theta_1 - \theta_2)}$$

$$C = \frac{a_e E_1 E_2}{I_1 + I_2} \times \cos (\theta_1 - \theta_2)$$

Nous avons ensuite modélisé les calculs du contraste grâce à un tableur, comme nous allons le voir dans la partie 3.4.

3.3 Expérience

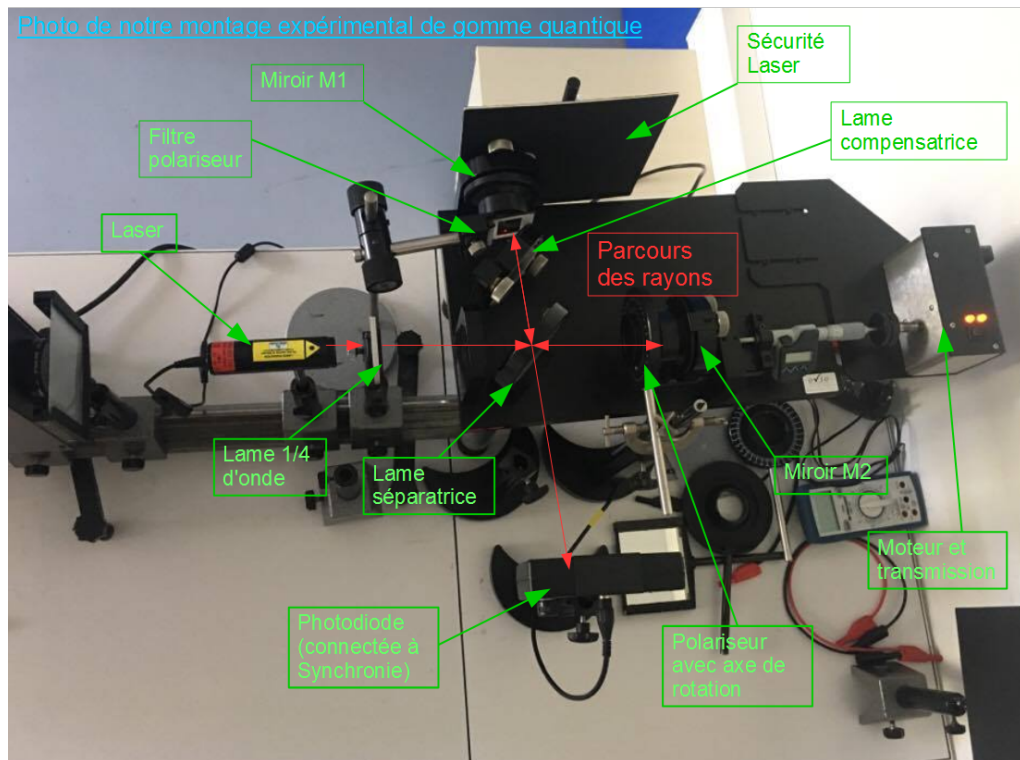


FIGURE 7 – Photo du montage expérimental

Après avoir choisi le montage de l'interféromètre de Michelson, il a fallu le mettre en place. Nous avons donc utilisé un montage déjà présent dans le matériel disponible de l'INSA comme nous pouvons le voir sur la figure 7. Nous avons commencé par utiliser une lampe à vapeur de mercure en guise de source, comme stipulé dans notre TP concernant l'interféromètre de Michelson de P4-2, puis nous avons modifié cette source afin d'obtenir une onde plane monochromatique et parallèle. Nous avons ainsi utilisé un diaphragme, une lentille convergente et un miroir pour aligner le montage de la source par autocollimation, et nous avons bien obtenu les franges d'interférences en sortie de l'interféromètre de Michelson après réglage des lames, visibles sur l'image de la figure 6 :

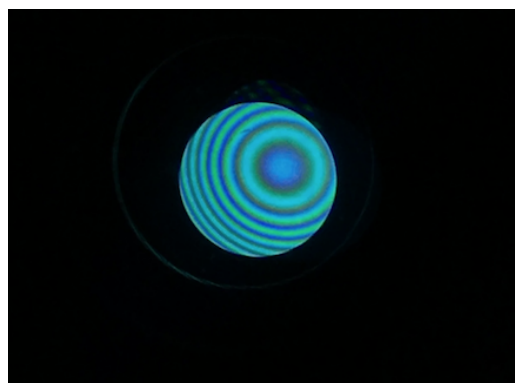


FIGURE 8 – Franges d'interférences à la sortie de l'interféromètre de Michelson

Ce qui crée la figure d'interférence ici est la superposition des deux rayons, issus d'une même source mais séparés par la lame séparatrice. Nous avons ensuite inséré un polariseur devant chaque miroir, et un analyseur en sortie du montage. La distance entre le miroir M1 et la lame compensatrice étant très faible, nous avons dû utiliser un filtre polariseur tenu par un support, dont nous ne pouvions pas changer l'angle d'inclinaison à volonté. Cela n'a pas posé de problème pour la suite car le polariseur devant M2 peut lui être tourné avec la précision des graduations présentes, ce qui permet de changer la polarisation d'un des rayons par rapport à l'autre.

Les polariseurs étaient mis en position déphasée pour que l'on soit capable de déterminer le chemin emprunté par chaque rayon en tournant l'analyseur. Tel était notre premier dispositif de gomme quantique. Nous avons ensuite voulu utiliser une photodiode pour pouvoir mesurer l'éclairement de façon précise, mais les conditions expérimentales faisaient que le bruit environnant était trop important par rapport à la puissance du signal.

Nous sommes donc passés à une seconde version du montage, utilisant cette fois-ci un laser comme source. Nous pouvions déjà observer un meilleur signal de la photodiode sur Synchronie, mais toujours insuffisant par rapport au modèle attendu, car la photodiode était cette fois saturée par le faisceau du laser. Nous avons donc changé notre photodiode pour une plus précise.

Puis, nous avons essayé de mettre en marche le moteur dans le but de faire varier l'écart entre le miroir M2 et la lame séparatrice, pour faire varier le déphasage (et donc la figure d'interférences sur la photodiode), mais le moteur ne fonctionnait pas correctement. Avec l'aide de Mr. Honoré, nous avons pu réparer la transmission défailante entre le moteur et la vis. Un autre problème que nous avons pu rencontrer concernait la platine d'acquisition de Synchronie, qui nous voulait plus être reconnue, mais le bug s'est résolu de lui-même.

Enfin, nous avons du rajouter une lame $\frac{1}{4}$ d'onde pour compléter notre montage pour que l'onde issue du laser, polarisée rectilignement, devienne une onde polarisée de façon circulaire. Nous avons réalisé nos manipulations entre chaque problème rencontré. Nous cherchions tout d'abord à trouver l'angle d'inclinaison du polariseur 2 pour que les polariseurs aient une direction de transmission parallèle (0°). Puis nous avons enregistré le signal périodique issu de la photodiode tous les 10° d'inclinaison du polariseur, jusqu'à 90° (angle où les polariseurs sont perpendiculaires). Seulement, nous avons rencontré les différents problèmes cités ci-dessus, et nous avons donc dû recommencer plusieurs fois l'expérience pour avoir des résultats qui nous paraissaient cohérents, par rapport aux résultats théoriques.

Finalement, nous avons relevé les différentes valeurs du signal pour calculer le contraste, en le comparant aux résultats théoriques. Les résultats expérimentaux n'étant pas très précis, étant donné les nombreuses sources d'incertitudes (incertitude sur l'angle du polariseur, sur la précision du curseur sur synchronie, de

mesure de la photodiode, etc...), nous avons donc calculé une moyenne de l'éclairement maximum puis minimum relevé tous les 10° , pour ainsi pouvoir calculer le contraste sur ces moyennes. Le fait que nous n'ayons pas placé d'analyseur en sortie, et que nous puissions pas déterminer à l'oeil quel rayon a emprunté quel chemin, ne gêne pas la gomme quantique.

En effet, le simple fait que le rayon porte une information sur la probabilité du chemin emprunté suffit à l'utilisation de la gomme. Cette probabilité dépend de l'écart d'inclinaison entre nos deux polariseurs. Plus l'écart est important, plus la polarisation est différente entre nos deux rayons et plus la probabilité de connaître le chemin emprunté par un rayon (si on le mesurait) est importante. Les interférences sont ensuite gommées partiellement, et disparaissent à 90° .

3.4 Mise en relation des résultats théoriques et expérimentaux

On cherche à comparer dans cette partie les résultats obtenus dans les deux parties précédentes. Après avoir trouvé la formule théorique de l'éclairement en fonction du temps (*Cf partie 3.2*), nous avons tracé les courbes correspondantes à l'aide d'un tableur. Afin de nous rapprocher le plus possible des résultats expérimentaux, nous nous sommes mis dans les mêmes conditions : les deux courbes ont été tracées avec 2000 points en dix secondes.

— Quand les angles des polariseurs sont égaux ($\theta = 0^\circ$) :

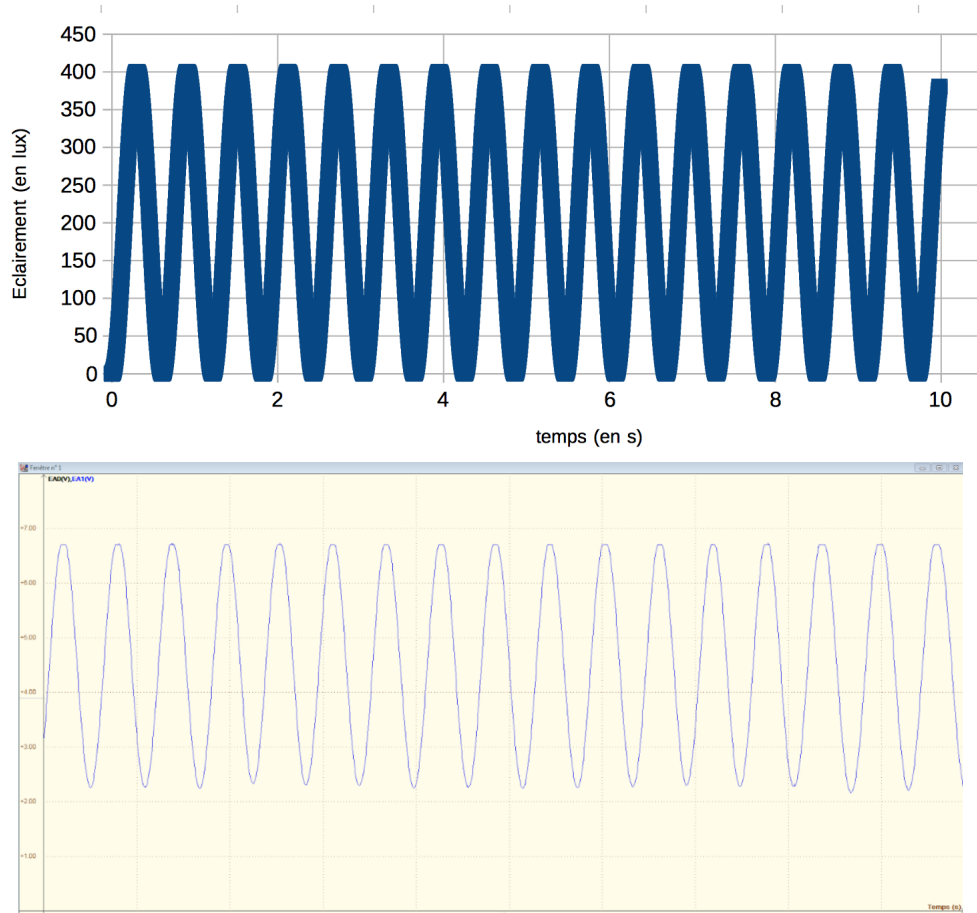


FIGURE 9 – Courbe théorique de l'éclairement en fonction du temps et Signal reçu par synchronie pour $\theta = 0^\circ$

— Quand les polariseurs sont perpendiculaires ($\theta = 90^\circ$) :

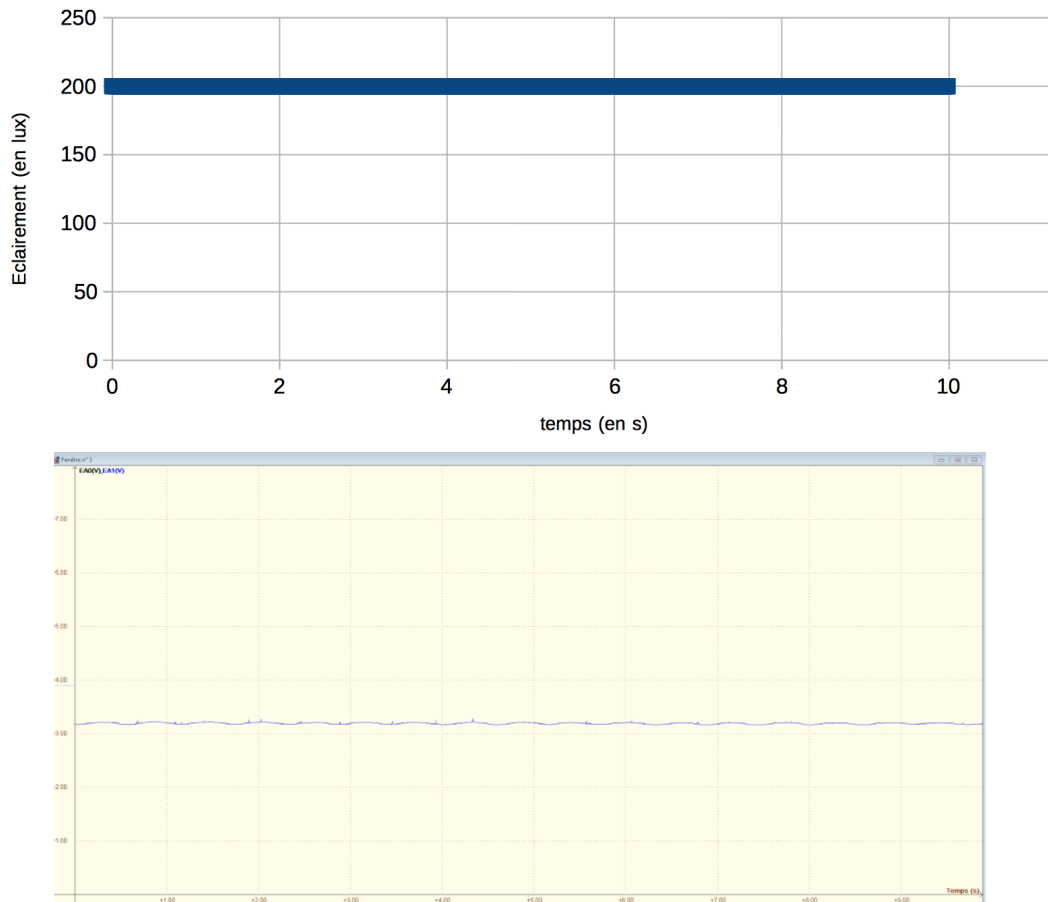


FIGURE 10 – Courbe théorique de l'éclairement en fonction du temps et Signal reçu par synchronie pour $\theta = 90^\circ$

On peut remarquer que dans les deux cas, lorsque les angles des polariseurs sont perpendiculaires entre eux la sinusoïde est très aplatie (Figure 8) ; et lorsque les angles des polariseurs sont égaux les variations de l'éclairement sont maximales (Figure 9). On voit également que les nombres de périodes contenus en dix secondes sont les mêmes pour la courbe expérimentale et théorique ; ce qui dans un premier temps nous avait posé problème.

Comme sur la courbe expérimentale nous n'avions que deux périodes, au début, nous avons vite compris qu'il s'agissait d'une erreur dans les calculs théoriques. En effet nous avons converti la valeur de l'angle φ en radian alors que ce dernier était déjà dans la bonne unité et nous n'avions pas assez de points pour modéliser le phénomène (la courbe expérimentale en comptait 2000). L'erreur ne pouvait pas venir de la courbe expérimentale sachant que nous avons calculé la longueur d'onde à l'aide de la vitesse du moteur et la période trouvée sur cette courbe ($\lambda = \frac{v}{f}$) et que cette longueur d'onde correspondait bien à celle de notre source lumineuse (laser) . Une fois notre erreur corrigée et que la théorie reflétait aux mieux l'expérience, nous nous sommes intéressés au contraste.

Nous avons tracé deux courbes du contraste en fonction de $\theta_2 - \theta_1$: l'une avec le contraste calculé théoriquement, et l'autre avec nos valeurs expérimentales.

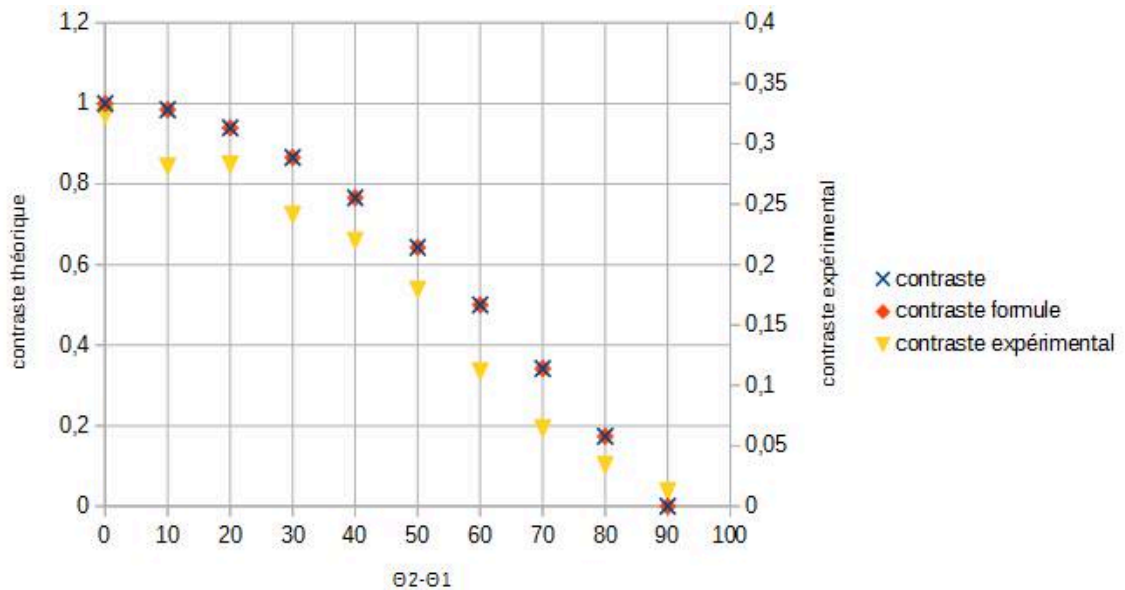


FIGURE 11 – Courbes théoriques et expérimental du contraste en fonction de $\theta_2 - \theta_1$

Ici, on retrouve le contraste calculé avec les valeurs maximales et minimales de l'éclairement trouvé sur le tableur ainsi que le contraste calculé avec la formule suivante, démontrée dans la deuxième partie :

$$C = \frac{a_e E_1 E_2}{I_1 + I_2} \times \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

On remarque, déjà, que les valeurs des contrastes calculées de deux manières différentes sont égales. Nous avons calculé le contraste d'une deuxième façon pour vérifier la première, notre objectif a donc été atteint. On peut également voir que la courbe du contraste est la courbe représentative de la fonction cosinus, ce qui s'explique également avec la deuxième formule du contraste.

En comparant une des deux figures théoriques avec la courbe expérimentale de la figure 11, on peut remarquer que les deux courbes présentent plusieurs différences. En effet, la courbe tracée avec le contraste trouvé expérimentalement ne ressemble pas vraiment à la courbe représentative de la fonction cosinus, même si on y retrouve l'allure. L'allure de cette courbe peut être expliquée par plusieurs incertitudes que l'on peut retrouver lors de la manipulation : l'incertitude sur le curseur de synchronie, sur la précision de la photodiode, sur l'angle du polariseur qui est déterminé à l'oeil nu. De plus, lorsque le contraste est maximal, il n'est pas égal à 1. Cela est dû au fait que lorsque l'on trace sur synchronie la courbe de l'éclairement en fonction du temps, on trouve un éclairement minimal différent de 0 lorsque les angles sont égaux. Ce problème s'explique par le bruit, les incertitudes et le signal résiduel du laser sur la photodiode.

De plus les polariseurs ne sont pas parfaits. Malgré toutes ces différences entre la théorie et l'expérience, on peut voir que l'essentiel est démontré : dans les deux cas lorsque les deux angles sont perpendiculaires (90° sur les courbes), le contraste est minimal et quasiment nul. On voit aussi que lorsque les angles sont égaux (0° sur la courbe), le contraste est maximal. On sait également que plus le contraste est fort plus les interférences sont importantes. De ce fait, on observe que lorsque les angles sont perpendiculaires entre eux, le contraste est nul et que donc il n'y a plus d'interférence. On observe donc ici les interférences gommées par la gomme quantique.

4 Conclusion

En conclusion, nous pouvons dire que nous avons bien réalisé une gomme quantique. En effet, en modifiant le système de façon à être capable de déterminer la trajectoire d'un rayon, nous avons supprimé, puis rétabli, une figure d'interférence. Le simple fait qu'il existe une probabilité plus forte que tel rayon ait emprunté tel chemin suffit à gommer en partie l'interférence. Cela est dû au fait que l'onde porte l'information du chemin qu'elle a emprunté. A travers cette expérience, nous avons pu illustrer certains principes quantiques comme l'incertitude d'Heisenberg et la dualité onde-corpuscule. En revanche, nous avons dû faire face à certains problèmes et de nombreuses sources d'incertitudes, mais la courbe obtenue expérimentalement tend à se rapprocher de la théorie de façon assez satisfaisante.

Cet EC nous a permis d'approfondir nos connaissances en optique ondulatoire, et de découvrir le principe de la gomme quantique et les phénomènes associés. Il nous a aussi permis de nous familiariser avec la notion de projet, de travail en groupe, de répartition des tâches et du calendrier auquel il fallait se tenir. Nous avons dû faire face à plusieurs sources d'incertitudes, et nous avons ainsi eu l'occasion de pouvoir observer leur importance, et leur effet sur le résultat expérimental. Si nous pouvions continuer nos expériences, nous essaierions de les approfondir notamment en réalisant l'expérience dans des conditions plus proches des conditions idéales, c'est-à-dire dans un environnement moins sujet aux perturbations extérieures et en utilisant un matériel plus poussé encore. Il serait alors possible d'identifier de façon plus précise les incertitudes et de les interpréter. Nous pourrions aussi approfondir ce projet en utilisant d'autres montages, comme ceux employés par les physiciens à l'origine de cette expérience.

5 Bibliographie

Références

- [1] « Fentes de Young ». Wikipédia, 26 avril 2017. https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Fentes_de_Young&oldid=136809891. 4, 7
- [2] Futura. « Choix retardé : quand la mécanique quantique “agit” sur le passé ». Futura. Consulté le 14 juin 2017. <http://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/physique-choix-retarde-mecanique-quantique-agit-passe-10413/>. 4, 8
- [3] Selon le blog de physique quantique : « L’expérience de la gomme quantique : : Parcours Etranges ». Consulté le 15 juin 2017. <http://strangepaths.com/lexperience-de-la-gomme-quantique/2007/03/20/fr/>. 8
- [4] « Interferences lumineuses avec l’interferometre de Michelson », s. d. https://moodle.insa-rouen.fr/pluginfile.php/72249/mod_resource/content/0/TP_P4-2_Michelson_2016-17.pdf.

6 Annexes

6.1 Calcul de l'éclairement en fonction de la tangente

Dans un premier temps, nous avons commencé par calculer le champ électrique en fonction de la tangente de l'angle des polariseurs, ce qui n'a pas abouti à cause d'une valeur limite.

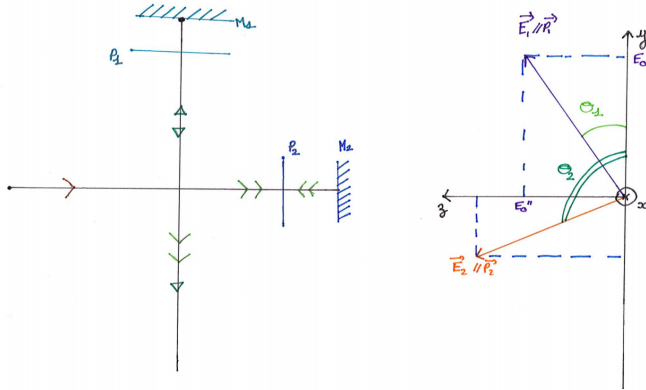


FIGURE 12 – Schéma du champ électrique en fonction de θ_1 et en fonction de θ_2

On cherche à trouver l'éclairement. Le champ électrique en un point est donné par :

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_1 x = 0 \\ E_1 y = E'_{0_1} \cdot \cos(\omega t - kx) \\ E_1 z = E''_{0_1} \cdot \cos(\omega t - kx) \end{cases}$$

On sait que : $\tan\theta_1 = \frac{E''_{0_1}}{E'_{0_1}}$
 or : $E'_{0_1} = E_1$ et $E''_{0_1} = E_1 \cdot \tan\theta_1$

$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_1 x = 0 \\ E_1 y = E_1 \cdot \cos(\omega t - kx) \\ E_1 z = E_1 \cdot \tan\theta_1 \cdot \cos(\omega t - kx) \end{cases}$$

D'où :

$$\vec{E}_1 = E_1 \cdot \cos(\omega t - kx) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_1 \end{pmatrix}$$

De même on a pour le champ électrique \vec{E}_2 :

$$\vec{E}_2 = E_2 \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_2 \end{pmatrix}$$

La représentation en complexes nous donne :

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}}_1 = E_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}}_2 = E_2 \cdot e^{j(\omega t - kx + \varphi)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_2 \end{pmatrix}$$

On applique le principe de superposition des champs électriques. L'éclairement en un point s'obtient à partir du champ électrique résultant $\underline{\vec{E}}_{tot} = \underline{\vec{E}}_1 + \underline{\vec{E}}_2$. D'où :

$$\begin{aligned} \underline{\vec{E}}_{tot} &= E_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_1 \end{pmatrix} + E_2 \cdot e^{j(\omega t - kx + \varphi)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_2 \end{pmatrix} \\ &= e^{j(\omega t - kx)} (E_1 \cdot \vec{u}_y + E_2 \cdot e^{j\varphi} \cdot \vec{u}_y + E_1 \cdot \tan\theta_1 \cdot \vec{u}_z + E_2 \cdot e^{j\varphi} \tan\theta_2 \cdot \vec{u}_z) \\ &= e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ E_1 + E_2 \cdot e^{j\varphi} \\ E_1 \tan\theta_1 + E_2 \cdot e^{j\varphi} \tan\theta_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\underline{\vec{E}}_{tot}^* = e^{-j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ E_1 + E_2 \cdot e^{-j\varphi} \\ E_1 \tan\theta_1 + E_2 \cdot e^{-j\varphi} \tan\theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{\vec{E}}_1 \cdot \underline{\vec{E}}_1^* &= E_1 \cdot e^{j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_1 \end{pmatrix} \cdot E_1 \cdot e^{-j(\omega t - kx)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \tan\theta_1 \end{pmatrix} \\ &= E_1^2 (1 + \tan^2\theta_1) \end{aligned}$$

Ainsi $I_1 = \frac{a_e}{2} \times E_1^2 (1 + \tan^2\theta_1)$ et $I_2 = \frac{a_e}{2} \times E_2^2 (1 + \tan^2\theta_2)$. On sait également que $e^{j(\omega t - kx)} \cdot e^{-j(\omega t - kx)} = 1$. D'où :

$$\begin{aligned} \underline{\vec{E}}_{tot} \cdot \underline{\vec{E}}_{tot}^* &= (E_1 + E_2 e^{j\varphi}) (E_1 + E_2 e^{-j\varphi}) + (E_1 \tan\theta_1 + E_2 e^{j\varphi} \tan\theta_2) (E_1 \tan\theta_1 + E_2 e^{-j\varphi} \tan\theta_2) \\ &= E_1^2 (1 + \tan^2\theta_1) + E_2^2 (1 + \tan^2\theta_2) + E_1 E_2 (2 \cos\varphi + \tan\theta_1 \tan\theta_2 (e^{j\varphi} + e^{-j\varphi})) \end{aligned}$$

Donc :

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + \frac{a_e}{2} \times E_1 E_2 \times 2 \cos\varphi (1 + \tan\theta_1 \tan\theta_2)$$

$$I_1 = \frac{a_e}{2} \times E_1^2 (1 + \tan^2 \theta_1) \text{ et } I_2 = \frac{a_e}{2} \times E_2^2 (1 + \tan^2 \theta_2)$$

$$E_1 = \sqrt{\frac{I_1 \times 2}{a_e (1 + \tan^2 \theta_1)}} \text{ et } E_2 = \sqrt{\frac{I_2 \times 2}{a_e (1 + \tan^2 \theta_2)}}$$

$$\text{De plus : } \varphi = \frac{4\pi(D_2 - D_1)}{\lambda}$$

Ainsi I_{tot} en fonction des éclairagements et des tangentes des angles et de la différence de phase est donné par :

$$I_{tot} = I_1 + I_2 + \frac{a_e}{2} \times \sqrt{\frac{4I_1 I_2}{a_e^2 (1 + \tan^2 \theta_1) (1 + \tan^2 \theta_2)}} \times 2 \cos \varphi (1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2)$$

$$= I_1 + I_2 + \sqrt{\frac{I_1 \times I_2}{(1 + \tan^2 \theta_1) (1 + \tan^2 \theta_2)}} \times 2 \cos \left(\frac{4\pi (D_2 - D_1)}{\lambda} \right) \times (1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2)$$

La modélisation de ces calculs n'était pas possible à cause des limites vers l'infini de la tangente en $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. La courbe obtenue ne décrit pas bien le phénomène c'est pourquoi nous avons décidé de refaire les calculs avec le cosinus et le sinus.

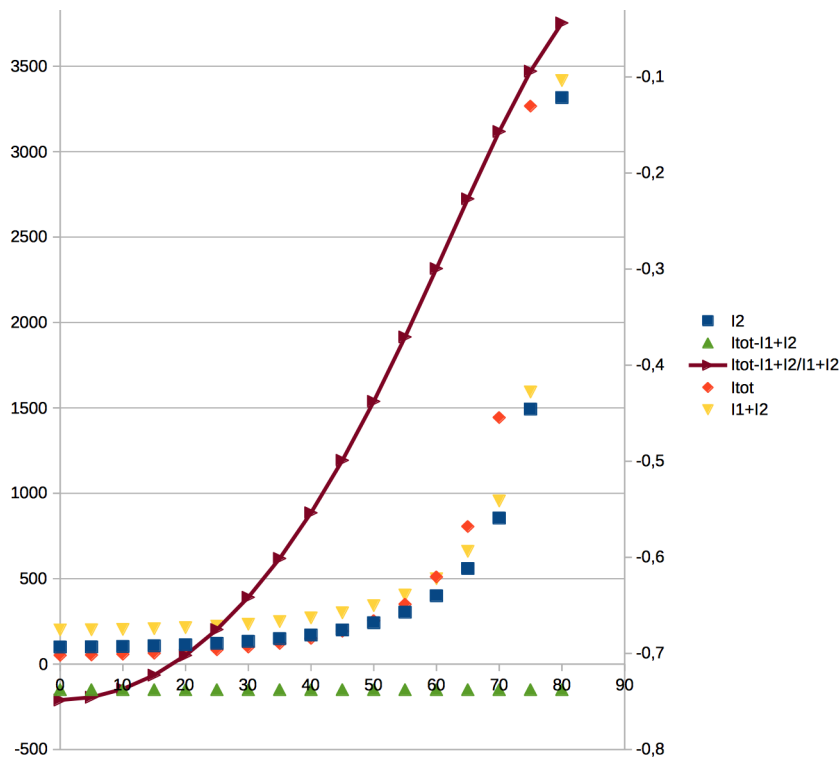


FIGURE 13 – Courbe de l'éclairage avec la formule de la tangente