

*Validité des lois de
frottements fluides et
solides et leurs
applications*
STPI P6 2013 – 2014



Etudiants :

Zhihao LIANG

Lucas MARTINET

Lucas MANUECO

Matthieu PEREZ

Enseignant-responsable du projet :

Diane DUVAL

Date de remise du rapport : **16/06/2014**

Référence du projet : **STPI/P6/2014 – 023**

Intitulé du projet : Validité des lois de frottements fluides et solides et leurs applications

Type de projet : ***expérimental***

Objectifs du projet:

L'objectif de ce projet est très simple : nous allons présenter plusieurs lois connues concernant les frottements, qu'ils soient fluides et solides, et nous allons essayer de vérifier la validité de ces lois.

Pour cela, nous avons mis en place plusieurs expériences, qui permettent d'obtenir des valeurs pratiques, que nous allons comparer aux modèles prévus par les lois existantes.

Nous pourrions ainsi voir les limites de validité des lois de frottements et sur la difficulté de modéliser une action aussi complexe, malgré le nombre important d'applications qui existent déjà et qui utilisent les frottements.

Table des matieres

1. Introduction	5
2. Méthodologie / Organisation du travail	5
3. Travail réalisé et résultats	6
3.1. Validité des lois de frottements fluides	6
3.1.1. Théorie des frottements fluides	6
3.1.2. Modélisation	8
3.1.3. Expérimentation	10
Matériel nécessaire :	10
Données pour les équations théoriques :	10
Mise en place du dispositif	11
Mesures	11
3.1.4. Validation des modèles ?	12
3.2. Vérification des lois de frottements solides	16
3.2.1. Théorie des frottements solides	16
3.2.2. Modélisation	20
3.2.3. Expérimentation	23
Matériel nécessaire :	23
Mise en place du dispositif	24
Mesures	24
3.2.4. Les frottements solides : quantifiable ?	25
3.3. Applications	25
4. Conclusions et perspectives	27
5. Bibliographie	29
6. Annexes	30
6.1. La méthode de Runge Kutta	30
6.1.1. Principe de la méthode	30
6.1.2. Exemple avec la méthode d'Euler (ou Runge-Kutta d'ordre 1)	30
6.1.3. La particularité de la méthode de Runge-Kutta	31
6.1.4. Et la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 ?	31
6.2. Résultats expérimentaux sur les frottements fluides	32
6.3. Établissement de la formule de Stokes	35

1. INTRODUCTION

Dans la plupart des cas qui nous entourent, les frottements jouent un rôle prépondérant. Sans eux, presque tout serait en mouvement, rien ne ralentirait, on ne pourrait même pas marcher ! A partir du moment où il y a un contact entre deux corps, il y a des frottements, et bien que dans de nombreux cas ces derniers soient négligeables, dans un nombre tout aussi important, ils sont indispensables.

Il devient alors très intéressant d'être capable de mieux les comprendre, de savoir les anticiper, les modéliser, afin de les optimiser dans le sens que l'on veut.

Le problème avec les frottements, comme avec de nombreux domaines de la physique, repose sur l'impossibilité de trouver des lois vraiment fondamentales : on doit déduire de l'observation de la réalité des lois qui s'appliquent dans un contexte particulier. Ces lois, dites empiriques, présentent souvent un gros inconvénient : elles ne s'appliquent que dans certaines conditions, il n'y a pas de modèle universel dérivable à toutes les situations, ou parfois, si le modèle est assez général, il ne sera pas suffisamment précis, et ne permettra pas d'expliquer certains cas particuliers. Mais ce qu'il faut retenir, c'est qu'au final, même s'il n'y a pas d'unification sous un seul modèle, tout ce que nous connaissons nous permet néanmoins de comprendre et d'analyser la plupart des situations.

Notre objectif ici est de vérifier ces lois, de la seule façon possible, c'est à dire expérimentalement.

Nous avons donc décidé de scinder ce rapport en trois grandes parties : une première traitant des frottements fluides, en expliquant d'abord la théorie sur laquelle se base le problème, puis une modélisation de ce que nous devrions retrouver en appliquant la théorie, suivi d'un protocole puis d'une comparaison de résultat. On adopte ensuite le même système pour la deuxième partie, traitant des frottements solides, et pour finir, nous faisons un point sur les applications des frottements.

2. METHODOLOGIE / ORGANISATION DU TRAVAIL

Afin de nous appliquer dans notre tâche nous avons décidé de séparer nos séances en deux parties distinctes. Les sept premières séances nous avons travaillé sur les frottements fluides et les sept dernières ont été consacrées aux frottements solides et à la rédaction du rapport.

Tout d'abord il est important de préciser que tout le monde à aider lors des expériences et sur les recherches concernant les expériences possibles pour notre sujet.

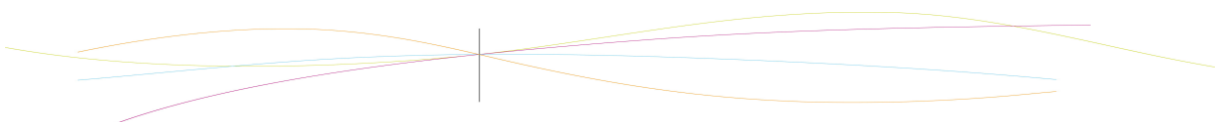
Zhihao LIANG s'est occupé de la démonstration de la formule de stokes ainsi que de la partie application des frottements.

Lucas MANUECO s'est occupé de la partie théorique et modélisation concernant les frottements fluides, ainsi que de la comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles théoriques sur cette même partie.

Lucas MARTINET et Matthieu PEREZ ont rédigé les protocoles des expériences ainsi que la modélisation des frottements solide ensemble.

Lucas MARTINET à travailler sur les améliorations possibles que nous aurions pu apporter aux protocoles.

Matthieu PEREZ s'est en plus occupé de la théorie sur les frottements solides.



3. TRAVAIL REALISE ET RESULTATS

3.1. Validité des lois de frottements fluides

La première partie de notre temps de travail a été consacré au travail sur les lois de frottement fluide plus précisément le frottement résultant du contact d'un corps en mouvement immergé dans un fluide. Nous avons donc cherché à comparer les différentes lois théoriques à des expériences que nous avons réalisées.

Dans cette partie nous allons commencer par parler des modèles théorique et comment nous pourrons les comparer aux modèles expérimentaux. Nous parlerons ensuite de nos expériences pour finir par un comparatif entre les différents résultats obtenus.

Afin de nous permettre de vérifier les équations théoriques que nous allons utiliser et pour répondre au matériel à notre disposition nous prendrons comme corps une bille que nous placerons dans différents fluides.

3.1.1. Théorie des frottements fluides

Nous étudierons dans cette partie les modèles théoriques couramment acceptés concernant les frottements fluides. Un corps en mouvement dans un fluide est soumis à une force de frottement, qui dépend notamment du fluide et de la vitesse de l'objet, répartie sur toute la surface du solide. La force de frottement qu'exerce le fluide sur le corps se décompose en deux : une composante colinéaire à la vitesse, appelée force de trainée, qui va tendre à limiter la vitesse du solide et une composante orthogonale, appelée portance. Cette dernière sera cependant négligée dans le cadre de nos expériences car très faible en comparaison de la force de trainée dans nos conditions expérimentale. Nous retrouvons cependant cette force dans l'action de l'air sur les ailes des avions.

Concernant la force de trainée, une seule équation ne suffit pas à décrire tous les cas de frottements fluides. Deux équations sont de nos jours admises comme décrivant la force de trainée s'exerçant sur un corps en mouvement dans un solide. Ces deux équations ont leur domaine propre d'utilisation.

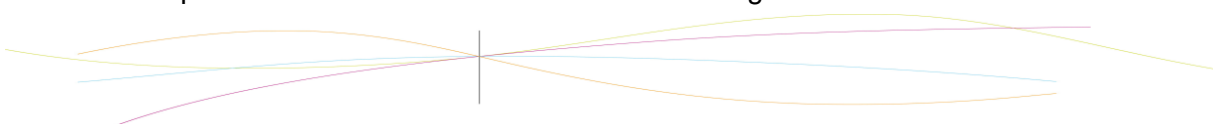
Pour savoir dans quel cas utiliser l'une ou l'autre des équations nous utilisons comme référence le nombre de Reynolds. Si ce nombre est inférieur à 1 l'équation de Stokes est censée être plus proche de la réalité physique. Si ce nombre est supérieur à 2000 alors l'équation 2 prend le relais. Entre ces deux valeurs, aucune équation simple ne permet de retranscrire la réalité physique. Les faibles nombres de Reynolds sont attribués aux fluides visqueux et/ou à une petite vitesse du corps et/ou de sa taille.

Dans le cas des faibles nombres de Reynolds l'équation de stokes décrivant la force de trainée qu'exerce le fluide sur la bille est :

eq 1.
$$\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$$

Dans l'équation 1 nous voyons apparaître le coefficient η correspondant à la viscosité dynamique du fluide. Ce coefficient exprimé en Pascal seconde représente la résistance du fluide à son écoulement. Il dépend de la température et de la pression dans le cas des gaz. Dans nos conditions d'étude nous considérerons ce coefficient constant car nous utiliserons des fluides à la température ambiante et dans le cas de l'étude dans l'air la pression exercée est celle de la pression atmosphérique.

Cette équation retranscrit les cas où l'écoulement du fluide autour du corps est dit laminaire. Le fluide qui est initialement au repos va se retrouver à une vitesse égale à celle du corps à l'interface corps-fluide. Cette couche de fluide va alors « glisser » sur une autre couche et va



transmettre cette vitesse bien qu'elle sera moins grande à cause du phénomène de viscosité provoquant des frottements entre les diverses couches de fluides. Ainsi plus on s'éloigne du corps plus la vitesse du fluide sera lente. C'est notamment à cause de ce phénomène de frottement visqueux que la force de trainée est créée. Et dans le cas des faibles nombres de Reynolds le corps va traverser le fluide sans vraiment le perturber. L'écoulement reste quasiment « normal »

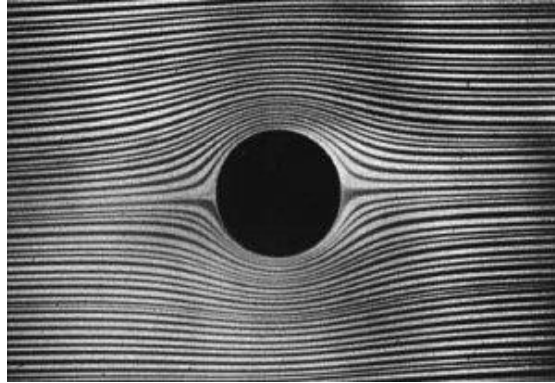


Figure 1 : Passage d'une bille dans un fluide ($Re < 1$)

(<http://images.math.cnrs.fr/local/cache-vignettes/L300xH206/laminaire-93c30.jpg>)

La seconde équation pour les états turbulents est la suivante

eq 2.
$$\vec{f} = -\frac{1}{2} C \mu_{fluide} \pi r^2 v \vec{v}$$

Dans l'équation 2 le C qui est le coefficient de trainée, est sans dimension. C'est un coefficient que l'on retrouve grâce à l'expérimentation bien que des estimations sont présentes dans certain livres. Dans notre cas d'étude le coefficient est généralement aux alentours de 0,5.

Dans ce deuxième cas le corps ne va plus simplement traverser les diverses couches de fluide mais va l'impacter, formant un large sillon derrière lui. Dans ce cas le corps affecte fortement le milieu, en entrainant le fluide dans son passage, d'où cette appellation d'écoulement turbulent autour du corps. Dans ce cas si la vitesse limite est atteinte quand l'énergie perdue en entrainant le fluide dans son sillage compense l'accélération qui lui est fourni.

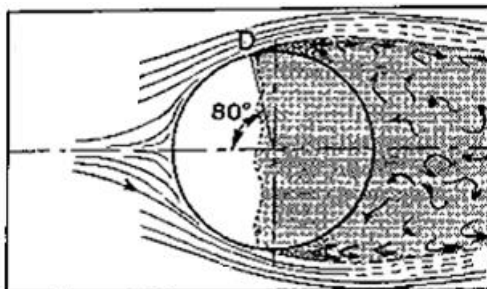
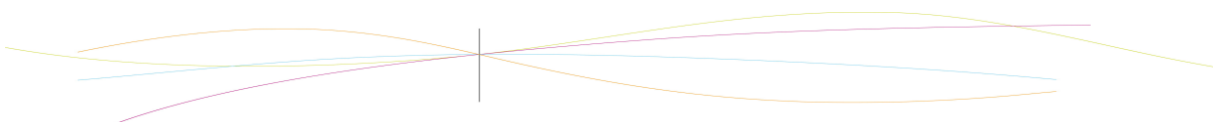


Figure 2 : Passage d'une bille dans un fluide ($Re > 2000$)

(<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/MecaFlu.xml>)



Ce sont les deux équations que nous voulons valider grâce à nos expériences. Il faut cependant savoir que dans l'industrie les cas d'écoulement intermédiaire sont assez rare ainsi dans la plupart des cas l'équation 2 décrivant les états turbulents suffit.

3.1.2. Modélisation

Dans cette partie nous allons expliquer de quelle manière nous avons utilisé les deux premières équations afin de modéliser la vitesse d'un corps dans un fluide. Tout d'abord nous avons besoin du nombre de Reynolds pour savoir dans quelles situations ces équations sont censées être correctes.

Pour calculer ce nombre de Reynolds dans les divers cas de notre étude nous utilisons l'expression suivante.

eq 3.
$$Re = \frac{\mu_{fluide} * v_l * d}{\eta}$$

Pour cela nous avons donc besoin de la vitesse limite pour chaque modèle. Nous appliquons le principe fondamental de la dynamique à la bille. Lorsqu'un corps tombe dans un fluide plusieurs forces s'exercent sur lui. La bille est soumise à son propre poids ainsi qu'à la poussée d'Archimède et enfin à la force de trainée.

La masse peut s'écrire de la façon suivante :

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \mu_{corps}$$

La poussée d'Archimède s'écrit de la façon suivante :

$$\vec{\pi} = \frac{4}{3} \pi r^3 \mu_{fluide} \vec{g}$$

A ces deux forces nous rajoutons donc l'une des deux équations représentant la force de trainée. Commençons par le cas des vitesses faibles.

Nous obtenons l'équation suivante :

eq 4.
$$m \vec{a} = \frac{4}{3} \pi r^3 (\mu_{acier} - \mu_{fluide}) * \vec{g} - 6 \pi \eta r \vec{v}$$

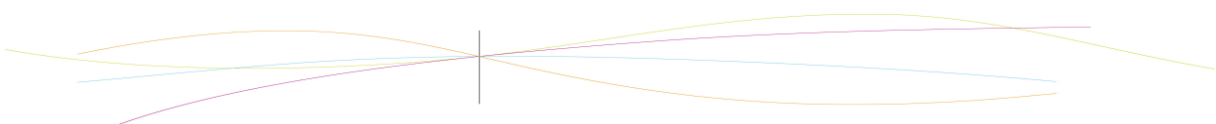
Lorsque la vitesse limite est atteinte l'accélération est nulle.

$$6 \pi \eta r \vec{v}_l = \frac{4}{3} \pi r^3 (\mu_{acier} - \mu_{fluide}) * \vec{g}$$

Elle a donc dans ce cas pour expression :

$$\vec{v}_l = \frac{2 r^2 (\mu_{acier} - \mu_{fluide})}{9 \eta} \vec{g}$$

Si nous procédons de la même manière en remplaçant l'équation 1 par l'équation 2 nous trouverons cette vitesse limite dans le cas du deuxième modèle. Cette vitesse limite est donnée par l'équation suivante.



$$\vec{v}_l = \sqrt{\frac{8R}{3C} \left(\frac{\mu_{acier}}{\mu_{fluide}} - 1 \right)} \vec{g}$$

Nombre de Reynolds trouvé avec le modèle 1	Diamètre de 1,5 mm	Diamètre de 2 mm	Diamètre de 2,5 mm	Diamètre de 3 mm	Diamètre de 4 mm
Dans l'air	57237,31171	135673,6278	264987,5542	457898,4937	1085389,022
Dans l'eau	12488,58367	29602,56869	57817,51697	99908,66932	236820,5495
Dans le glycérol	0,015142614	0,035893603	0,070104693	0,12114091	0,287148824
Nombre de Reynolds trouvé avec le modèle 2	Diamètre de 1,5 mm	Diamètre de 2 mm	Diamètre de 2,5 mm	Diamètre de 3 mm	Diamètre de 4 mm
Dans l'air	1657,525554	2551,927533	3566,427148	4688,190237	7217,941054
Dans l'eau	774,2428662	1192,024873	1665,905404	2189,889524	3371,555483
Dans le glycérol	0,852552321	1,312590166	1,834400523	2,411382111	3,712565629

Figure 3: Résultats des calculs des nombres de Reynolds

Grace à ce tableau nous pouvons voir quelle modèle est sensé convenir. Lorsque le résultat est en vert le modèle théorique dois normalement décrire la réalité physique.

Continuons sur le premier cas. Nous cherchons maintenant à trouver la vitesse théorique en fonctions du temps. Pour cela il nous suffit de résoudre l'équation 4.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{6\pi\eta r\vec{v}}{m} = \frac{4}{3}\pi r^3(\mu_{acier} - \mu_{fluide}) \frac{\vec{g}}{m}$$

Ce qui donne lorsque nous résolvons :

eq 5.
$$v(t) = \frac{b}{a}(1 - e^{-at})$$

Où b et a sont des constantes dépendantes de la nature du fluide, du corps et du rayon de la bille.

$$a = \frac{9\eta}{2r^2\mu_{acier}}$$

$$b = g\left(1 - \frac{\mu_{fluide}}{\mu_{acier}}\right)$$

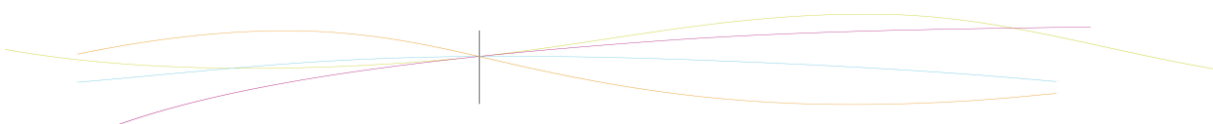
Dans le deuxième cas notre équation est de la forme $\frac{d\vec{v}}{dt} + K v^2 = b$

Où :

$$K = \frac{3C\mu_{fluide}}{8\mu_{acier}r}$$

Il n'est pas possible de résoudre les équations de ce type. Afin d'avoir une approximation d'ordre 4 nous utilisons la méthode de Runge-Kutta. (Voir annexe 1 pour l'explication de la méthode de calcul.)

Nous avons donc comparé les vitesses théoriques avec les vitesses expérimentales afin de comparer la validité des modèles.



3.1.3. Expérimentation

3.1.3.1 Protocole

Afin de vérifier les lois de frottements fluides, on peut facilement travailler dans la situation où une sphère, du fait de son poids, tombe dans un milieu fluide. En trouvant expérimentalement la position de cette sphère dans le temps lors de sa chute, on pourra comparer nos résultats à ce que prédisent les lois.

MATERIEL NECESSAIRE :

Voici le matériel que nous avons utilisé.

Pour les expériences :

- Une éprouvette en verre transparent de diamètre 5.5cm, et d'hauteur 34.5 cm
- billes sphériques en acier de diamètres différents
- Eau
- Glycérol
- Entonnoir
- Fond blanc
- Chiffon
- Eponge
- aimant

Pour traiter les données :

- logiciel Synchronie
- un tableur type Excel

Pour prendre les mesures :

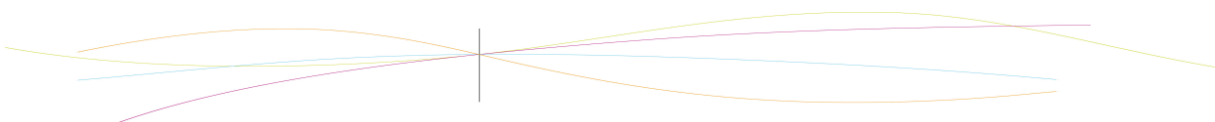
- Balance
- Règle
- Caméra
- Lampes



DONNEES POUR LES EQUATIONS THEORIQUES :

- Peser la bille : $m_{bille} = \dots\dots\dots$
- Mesurer son rayon : $R_{bille} = \dots\dots\dots$

Nous pourrons ensuite calculer le volume de la bille, la masse du fluide déplacé...



MISE EN PLACE DU DISPOSITIF

Pour l'eau et le glycérol :

- Poser l'éprouvette en fond de pailleasse, derrière le fond blanc
- Mesurer l'éprouvette (ou faire deux traits) afin de calibrer logiciel. Distance entre les deux traits : $d = \dots\dots\dots$
- Découper un bout d'éponge pour la placer au fond de l'éprouvette pour amortir la chute de la bille
- Remplir de liquide sans que ça déborde (eau puis glycérol)
- Installer la caméra en face de la pailleasse, de façon à englober l'intégralité de l'éprouvette.
- Eclairer l'éprouvette à l'aide de plusieurs lampes pour avoir un éclairage fort et unis, et donc une meilleure exposition de l'image pour la caméra, une meilleure qualité.

Pour l'air :

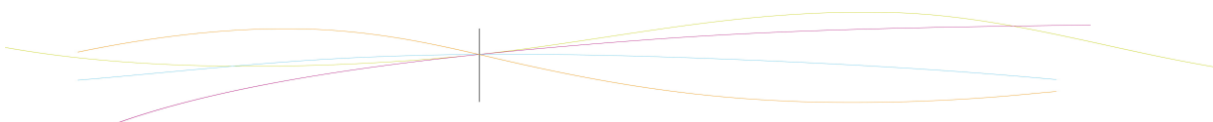
- Pour l'expérience dans l'air, nous ne la faisons pas dans une éprouvette (la bille se déplace trop rapidement), nous laissons tomber tout simplement la bille sur le sol. Là aussi il faut prendre une longueur pour calibrer le logiciel.
- Poser sur le sol des chiffons ou vêtements pour amortir la chute de la bille
- Installer la caméra de façon à englober la chute de la bille du début à la fin

MESURES

- Lancer la vidéo
- Lâcher la bille depuis le fluide ($v = 0$ dans le fluide)
- Stopper la vidéo
- Nettoyage des billes et de l'éprouvette pendant le transfert de la vidéo sur ordinateur
- Faire les mesures pour les 3 fluides et tous les diamètres de bille disponibles pour un fluide

3.1.3.2 Acquisition des données

Nous avons d'abord converti le format de la vidéo en un format lisible par Synchronie. C'est le logiciel que nous avons utilisé pour extraire les données de position de la bille en fonction du temps.



En effet, il dispose d'outils très pratiques qui permettent de pointer la bille image par image. En indiquant une échelle et une origine, nous pouvons ainsi noter la position de la bille pour chaque image. Connaissant le taux d'image par seconde de la vidéo, nous obtenons la position de la bille en fonction du temps.

Il faut noter que la chute des billes est très rapide pour l'eau et l'air, ainsi, lors de la prise de la vidéo, des trainées apparaissent car la bille a le temps de se déplacer pendant l'ouverture du diaphragme de la caméra. En clair, le temps d'exposition est trop long. Mais notre matériel ne permettait pas de diminuer ce temps en dessous de 1/40 s.

Le problème des trainées inévitable, nous avons choisi de pointer toujours le point de la bille le plus bas possible comme « référentiel ».



Nous nous intéressons surtout à la vitesse de la bille, nous la calculons à partir de nos données de positions projetées selon un axe x :

$$v(t) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t}$$

Avec $\Delta t = t_{i+1} - t_i$

On peut alors tracer la courbe expérimentale des vitesses, et la comparer à la courbe théorique que l'on a obtenue auparavant.

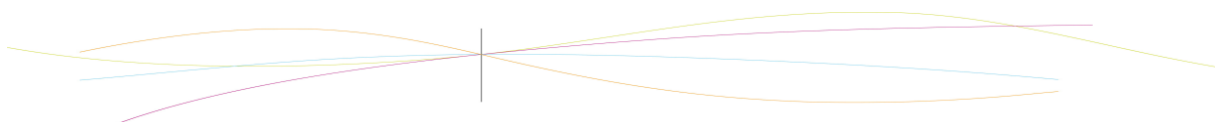
3.1.4. Validation des modèles ?

Dans cette partie qui conclura nos recherches sur les frottements fluides, nous allons dans un premier temps commenter les résultats de nos expériences afin de valider, ou non les deux modèles que nous avons pu observer, et dans un deuxième temps nous parlerons des améliorations possibles que nous aurions pu apporter à nos expériences.

3.1.4.1 Comparaison des résultats

Nous avons donc comparé les résultats expérimentaux aux résultats théoriques. A cause de la difficulté pour avoir des expériences propres nous n'avons pas pu par faute de temps faire autant d'expérience que nous le voulions afin d'avoir un meilleur rendu expérimentale. En effet afin d'avoir une meilleure vision d'ensemble nous aurions dû répéter les expériences de 3 à 5 fois chacune afin de pouvoir avoir une moyenne et un écart type pour chaque point. Bien que nous ayons, dans la pratique, fait environ 5 essais pour chaque taille de bille très peu de ces données étaient utilisables.

Dans un premier temps nous allons nous intéresser aux cas où le premier modèle était dit applicable, c'est-à-dire pour les expériences de chute d'une bille dans du glycérol.



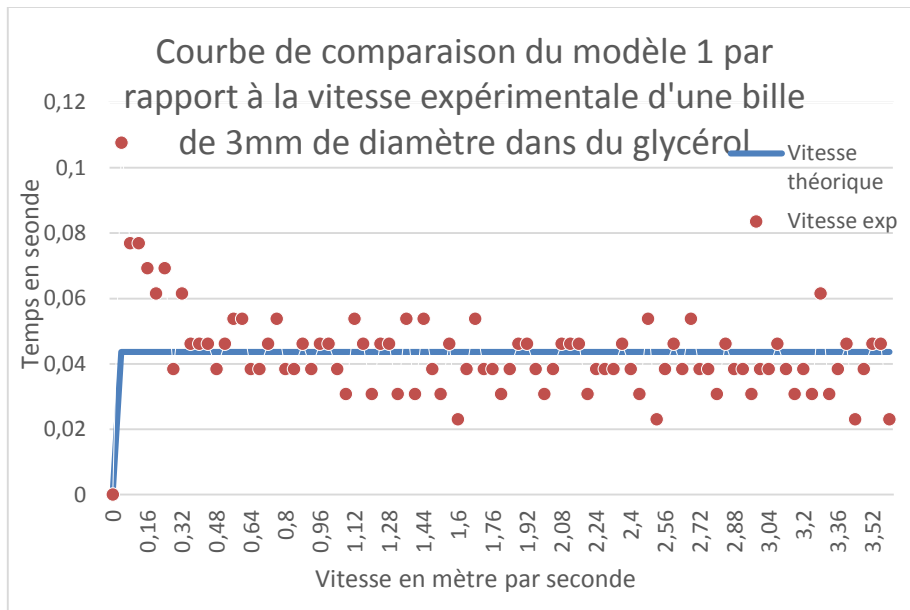


Figure 4 : Graphique comparatif modèle de Stokes/ chute d'une bille de 3 mm de diamètre dans du glycérol

Comme nous pouvons le voir la courbe théorique recoupe le modèle théorique. En effet malgré une grande divergence entre les deux modèles au début que nous attribuons à nos conditions expérimentales, nous pouvons observer expérimentalement que l'équation de Stokes est vérifiée lorsque le système possède un faible de nombre de Reynolds.

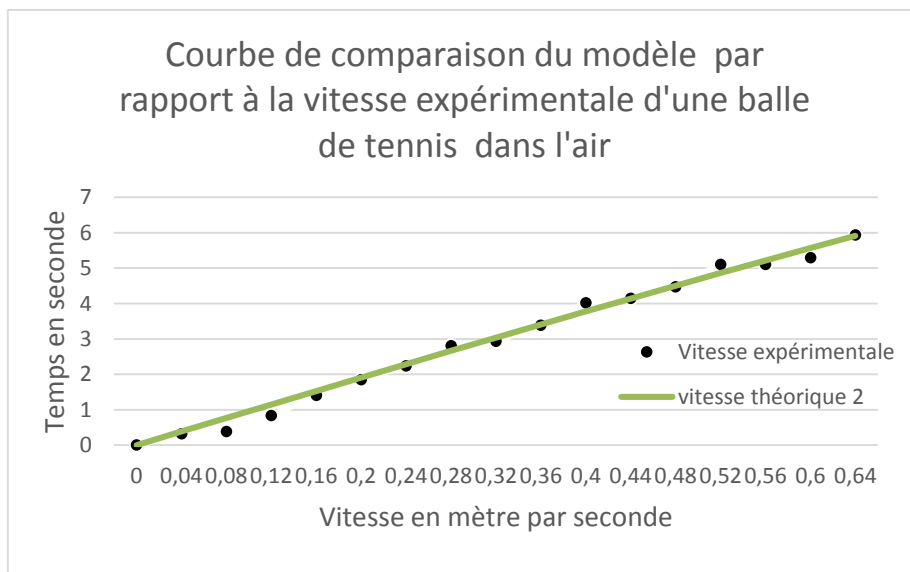
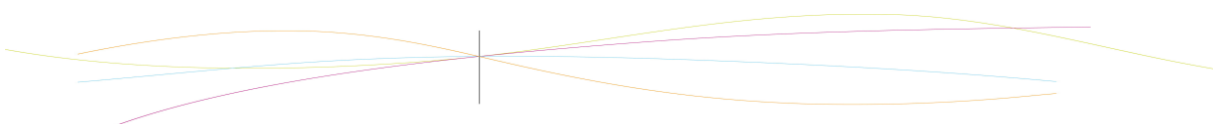


Figure 5 : Graphique comparatif modèle 2 / chute d'une balle de Tennis dans l'air

Passons maintenant aux cas où l'équation numéro deux est sensée marcher.

Nous observons que le modèle est extrêmement proche de notre expérience théorique. Nous pouvons donc en conclure que ce modèle est lui aussi très proche de la réalité.

Il ne reste donc une situation dont nous n'avons pas encore parlé. Lorsque le nombre de Reynolds ne rentre dans aucune des catégories et donc se situe entre 1 et 2000. Les systèmes « chute d'une bille dans l'eau » font partie de ces catégories.



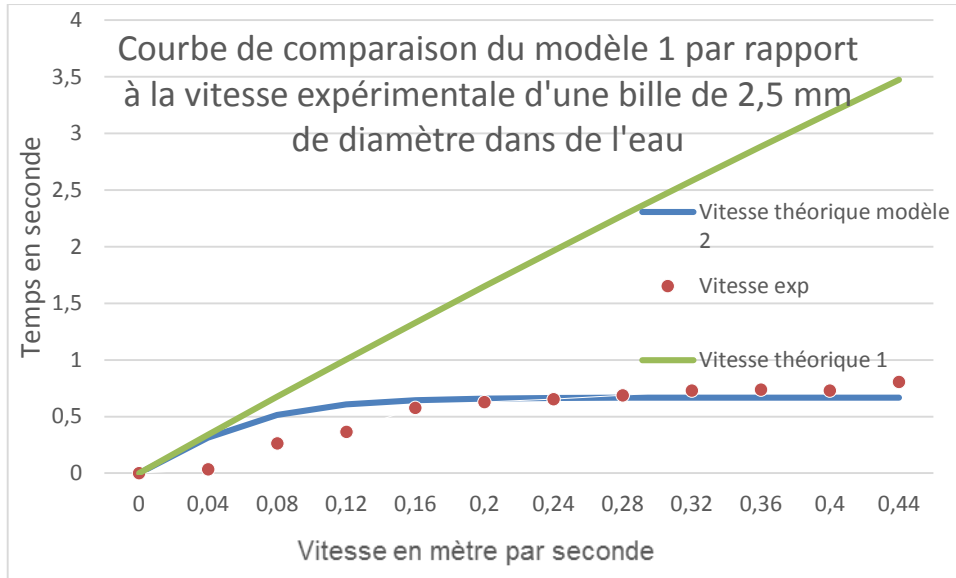


Figure 6 Graphique comparatif modèle de Stokes (en gris) et le modèle 2 (en bleu) / chute d'une bille de 2.5 mm de diamètre dans de l'eau

Nous observons ici une grande divergence entre le premier modèle et les résultats expérimentaux. Et bien que le deuxième modèle ne soit pas complètement en accord avec les résultats expérimentaux nous obtenons une valeur assez précise de la vitesse grâce à ce modèle. Il ne faut toutefois pas oublier que ce système possède un nombre de Reynolds proche de 1600 et donc est plus proche du domaine d'activité du deuxième modèle. Nous pouvons donc en conclure que les deux modèles proposés sont vérifiés pour leurs domaines respectifs Et que nous pouvons trouver de bonnes approximations des systèmes intermédiaires grâce à ces mêmes modèles si ces derniers ne s'éloignent pas trop de leur domaine, c'est-à-dire si leur nombre de Reynolds est situé proche de 1 et de 2000.

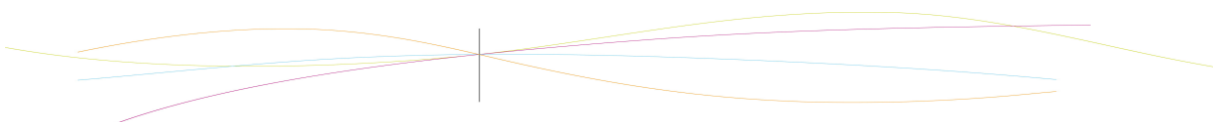
En conclusion nous pouvons dire que les deux modèles énoncés sont globalement bon. De plus, bien que nous n'ayons pas compilé les résultats de plusieurs tests pour chaque expérience nous avons effectué pour chaque modèle plusieurs expériences qui s'accordent à dire que les modèles sont valables dans leurs limites de validités. Nous pouvons donc attester expérimentalement de la validité des lois de frottements fluides.

3.1.4.2 Amélioration du protocole

Nous avons passé un certain temps sur le protocole des frottements fluides, et, bien que nous avons atténué, voir réglé, certains problèmes, il en persiste d'autres, qui altèrent nos résultats, même si ces derniers sont tout à fait utilisables dans le cadre de notre démarche. En toute rigueur, nous avons néanmoins essayé de trouver des solutions qui pourraient être appliquées.

Nous devons ainsi prendre en compte les effets de bord de l'éprouvette sur les billes, qui, même si ils sont limités, interviennent. Cela pourrait être réglé avec une éprouvette plus large, tout en gardant une bonne hauteur, ce qui implique aussi d'utiliser beaucoup plus de liquide.

La hauteur de chute est aussi trop petite pour certains fluides (comme l'eau), ce qui implique que la vitesse limite n'est pas atteinte, et finalement, un manque de données sur la fin de la chute. Il faudrait alors une éprouvette plus haute, mais cela implique aussi beaucoup d'autres difficultés par rapport à notre protocole (acquisition vidéo plus délicate : il faudrait soit



plus de caméras, soit un tout autre système, comme par exemple des capteurs le long de l'éprouvette).

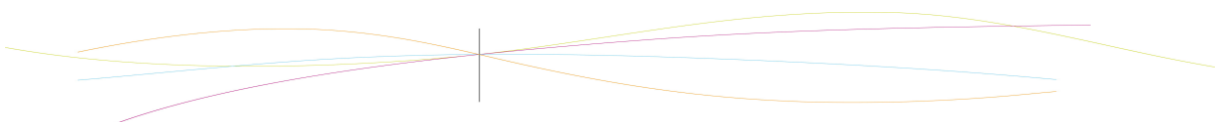
Nous avons aussi remarqué un problème au niveau du début de la chute : les premières valeurs sont altérées par la façon de lâcher la bille (les doigts tremblent, agitent le fluide...). De plus, notre caméra ne filme qu'à 40 images par secondes, de ce fait, quand on lâche la bille, cela ne coïncide pas forcément à une image, donc notre premier point, considéré comme ayant une vitesse nulle, est potentiellement déjà en mouvement. Ces problèmes pourraient être réglés à l'aide d'un électroaimant, que nous pourrions éteindre afin de lâcher la bille parfaitement, tout en reliant le déclencheur au dispositif d'acquisition, et donc de lancer l'enregistrement au moment où la bille est lâchée.

Une solution un peu plus simple, mais sûrement moins efficace, pour lâcher la bille avec plus de précision, serait d'utiliser un système avec une paille, et bloquer la bille au bout comme avec une pipette, et lâcher la bille en restant alors stable. Nous n'avons cependant pensé à cette mesure que trop tard, et n'avons pas pu la mettre en œuvre.

Une autre difficulté au début de la chute correspond à la quantité de liquide au-dessus de la bille qui influe sur son comportement. De ce fait, au début de la chute, la quantité est très faible, mais cette quantité augmente très vite, induisant un effet que nous n'avons pas géré sur la bille. Il suffirait alors de faire commencer la chute avec déjà une certaine dose de liquide au-dessus du point de départ, mais cela dépendrait beaucoup de la façon de faire tomber la bille dans le fluide.

Enfin, la qualité des acquisitions : les vidéos avec des chutes rapides (eau en particulier) ne sont pas d'assez bonne qualité : on a souvent des « traînées » de présence de la bille (voir protocole).

Ce point n'est néanmoins pas trop gênant car les données acquises restent utilisables, et vérifient les modèles. La meilleure solution serait simplement d'utiliser une caméra dédiée à ce genre d'acquisition (beaucoup plus d'image par seconde).



3.2. Vérification des lois de frottements solides

3.2.1. Théorie des frottements solides

Les frottements existent depuis toujours, et depuis toujours l'Homme a cherché à les maîtriser, que ça soit pour les réduire ou les augmenter, selon son bon vouloir. Construire une pyramide sans faire attention aux frottements n'est pas une chose aisée. De nos jours, nous sommes loin d'avoir résolu tous nos problèmes en ce qui concerne cette action de frottement, qui demeure un sujet de recherches et d'études d'intérêt majeur, que ce soit avec une approche scientifique, mais aussi et surtout avec une approche économique.

Tous les jours, l'effet des frottements est utilisé ou bien entre en jeu bien malgré nous. On peut citer :

- Les freins des voitures
- Le son d'un violon
- L'usure des pièces mécaniques
- Le ski, le roller...

Ce ne sont que des exemples, mais ils montrent bien que même sans le savoir, nous utilisons la science des frottements tous les jours.

Les frottements se caractérisent par leur omniprésence. Rares sont les domaines de la science où il n'y a pas un rapport avec la tribologie à un moment ou à un autre.

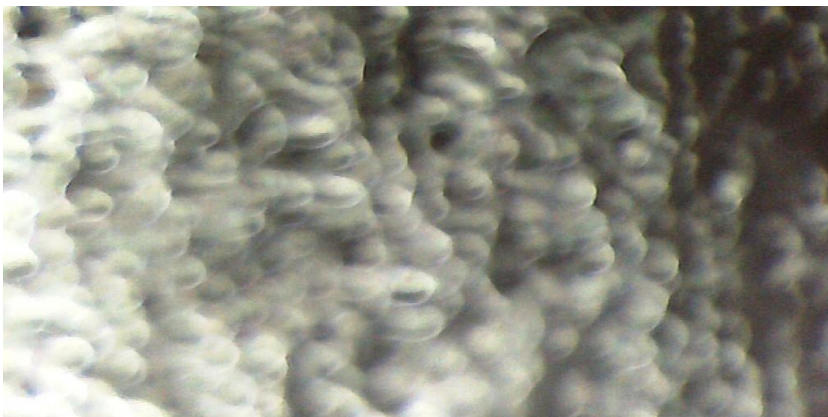
3.2.1.1 A la source de la force de frottement

Mais d'où proviennent ces frottements ? Connaissons-nous des lois qui permettent de les quantifier ?

La réponse à ces questions est loin d'être évidente.

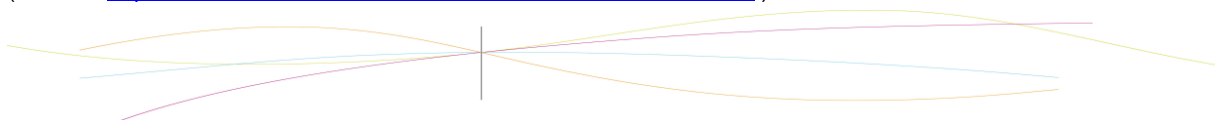
Tout d'abord, essayons de voir ce qu'il se passe quand deux solides sont en contact.

Une première chose dont il faut prendre en compte est la rugosité des surfaces. Même une surface que l'on considère comme lisse ne l'est pas vraiment. Voire, elle ne l'est pas du tout. Ainsi, à l'échelle microscopique, on observe des aspérités, des creux, des bosses, des vallées et des montagnes... En bref, rien de très lisse.

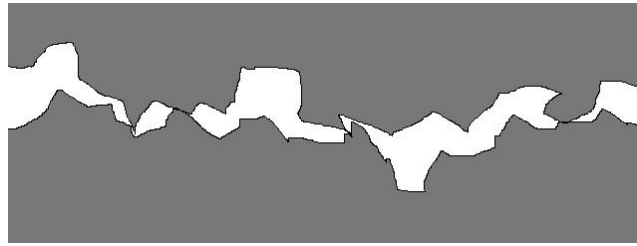


Surface d'un plastique dur observée en lumière rasante avec un grossissement de 200.

(source : <http://www.nanotechinnov.com/frottements-etats-de-surfaces>)



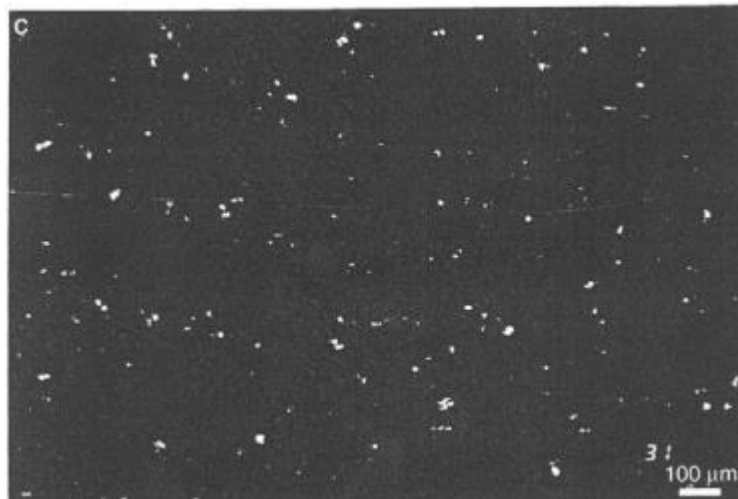
Lorsque deux surfaces sont en contact, voici ce que l'on peut observer :



Représentation de la zone de contact entre deux solides : la hauteur moyenne des aspérités varie de 0,05 à 50 μm

On aperçoit sur cette représentation deux choses :

- Si l'on veut déplacer ces deux solides l'un contre l'autre on comprend d'où provient les frottements : chaque creux et bosse va bloquer le mouvement.
- Deux surfaces « en contact » ne le sont réellement qu'en de très petites parties, comparées à la surface que l'on observe en contact. On peut visualiser ce fait grâce à l'image suivante :



*Visualisation d'une aire réelle de contact entre deux plaques de PMMA.
(Les points blancs sont les aspérités en contact)*

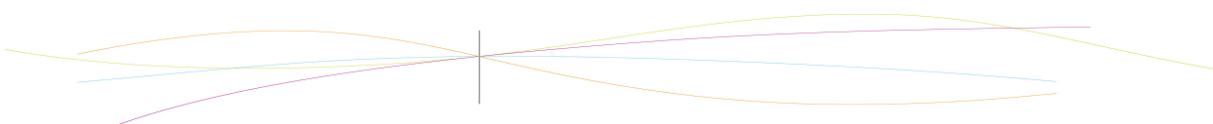
(source : <http://www.cstb.fr/fileadmin/documents/publicationsscientifiques/doc00003316.pdf>)

La différence entre surface de contact réelle (en blanc) et surface de contact que l'on peut observer (en noir) est flagrante.

De plus, la tribologie n'est pas une science qui se borne à étudier les surfaces : les solides déformables, légèrement élastiques sont à étudier dans leur volume en entier...

On aperçoit déjà la difficulté de la modélisation d'une force de frottement, surtout lors d'un mouvement : il faudrait connaître à chaque instant quels sont les points de contacts réels entre les solides !

Pour un solide posé sur un autre par exemple, on se rend compte que tout le poids du solide s'exerce sur une surface très réduite. En ces points de contacts existe une pression énorme. C'est la théorie de Bowden et Tabor, qui explique également que cette forte pression implique la création de « microsoudures » entre les matériaux, qu'il faudra briser pour commencer un mouvement, ce qui induit le frottement initial. Ensuite, le déplacement relatif des deux solides



implique, toujours au niveau des aspérités, des températures locales très grandes, formant sans cesse de nouvelles microsoudures qui continuent de générer une force de frottement.

Maintenant, imaginons que l'on dispose de deux surfaces planes solides, lisses, extrêmement lisses, de sorte que les aspérités soient minimales. Selon la représentation précédente, la force de frottement devrait diminuer. Or, lorsque l'on tente l'expérience, ce n'est pas ce qui se produit. Les deux solides adhèrent fortement entre eux, il existe une force de frottement dont l'intensité est loin d'être négligeable.

Il faut donc une autre explication, la représentation précédente étant totalement caduque ! Tout du moins pour des surfaces lisses. Une autre théorie complémentaire indique l'existence d'une force d'attraction due aux atomes des deux solides en contact, et plus particulièrement aux électrons de valence de ceux-ci qui interagissent et sont à l'origine du frottement ressenti à l'échelle macroscopique. Là encore pour modéliser la force de frottement, il faudrait une puissance de calcul phénoménale, qui considère l'interaction entre les solides au niveau atomique.

Mais il reste un phénomène qui n'a pas encore été évoqué et qui n'est pas bien expliqué par les théories ci-dessus : les frottements avec lubrification. Jusque là, nous n'avons parlé que de frottements « sec contre sec », mais bien souvent les deux solides en frottements ne sont pas en contact immédiat, mais en contact médiat. Le médiat étant le lubrifiant. Les expérimentations montrent que l'ajout d'un lubrifiant change considérablement le comportement de deux solides en contact, d'une manière plus complexe qu'il n'y paraît. Huiler les gonds d'une porte qui grince réduira grandement les frottements, mais ça n'est pas toujours le cas. Là encore, aucune loi « simple » ne permet de prendre en compte cet effet.

3.2.1.2 A la recherche du modèle idéal

On ne peut pas trouver de lois simples car beaucoup trop de paramètres sont en jeu, on ne peut que avoir des lois empiriques et statistiques, essayer de trouver un modèle qui adhère au mieux à la réalité.

Une grande facette de la tribologie consiste à trouver des modèles mathématiques, d'une échelle plus globale, qui permettent plus aisément de rendre compte des effets physiques du frottement.

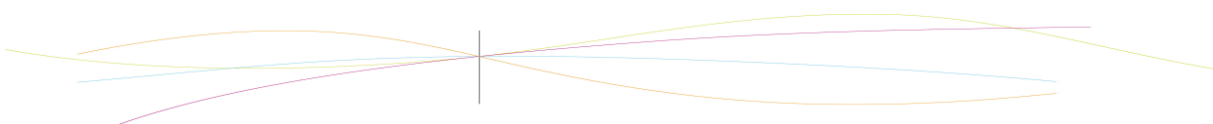
On se rend compte qu'un nouveau modèle apparaît dès qu'il est nécessaire d'expliquer un phénomène qui ne trouve pas son origine dans l'ancien modèle. Cette plus grande étendue de phénomènes expliqués se fait souvent accompagnée par une plus grande complexité, malheureusement.

Un des modèles le plus simple (après celui consistant à négliger tout frottement !) est le **modèle de Coulomb**. Il fait intervenir le phénomène d'adhérence : il faut appliquer une certaine force minimale avant de pouvoir déplacer un meuble, sinon il reste immobile.

Dans ce modèle, il faut bien distinguer deux cas de frottements : lorsque les solides glissent ou non l'un contre l'autre. Dans un cas, on parle de glissement (frottement dynamique), dans l'autre, d'adhérence (frottement statique).

On considère un bloc parallélépipédique pressé sur un plan par une force normale \vec{N} (son poids par exemple). Ce bloc est naturellement immobile, cette force étant compensé par la réaction du support.

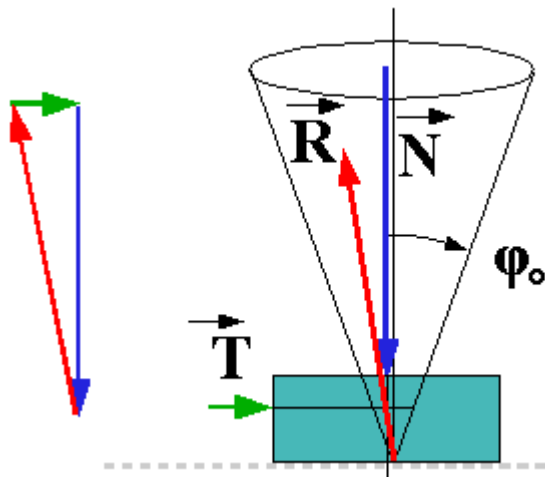
On applique maintenant à ce bloc une force \vec{T} parallèle au plan, dont on fait varier l'intensité et la direction.



Tant que \vec{T} reste faible, on est dans le cas de l'adhérence : le bloc reste immobile, ce qui montre bien qu'il y a une autre force qui la compense. Si on fait l'inventaire des forces, on a \vec{T} , \vec{N} et une force \vec{R} résultante, qui compense les deux autres forces. Ce vecteur est bien évidemment dans le plan formé par \vec{T} et \vec{N} . Si on le projette sur les axes de ces derniers, on retrouve verticalement la réaction du support du solide « au repos » (sans la force \vec{T}) et horizontalement, une force égale à $-\vec{T}$.

Plus on augmente la force \vec{T} , plus l'angle de \vec{R} avec la normale augmente ($-\vec{T}$ augmente), jusqu'à un angle limite, à partir duquel le solide se met à glisser. On appelle cet angle limite φ_0 , angle d'adhérence. On peut aussi poser $f_0 = \tan(\varphi_0)$, avec f_0 appelé coefficient d'adhérence. On a alors, pour le voir d'une autre façon, une limite à l'intensité de la force T qui est $T_0 = f_0 * N$, c'est l'intensité à partir de laquelle le solide se met en mouvement. Ce coefficient dépend uniquement des deux matériaux en contact, et de l'état de leurs surfaces.

On remarque qu'au final, le vecteur \vec{R} , tant que le solide est immobile, se trouve dans ou à la limite sur un cône de révolution dont l'axe est perpendiculaire au plan et dont le demi-angle au sommet vaut φ_0 . Ce cône est appelé cône d'adhérence.



(source

http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie/Mod%C3%A9lisation_des_actions_de_contact#Oscillations_de_relaxation.2C_stick-slip)

Lorsque le vecteur $-(\vec{T} + \vec{N})$ dépasse le cône d'adhérence quand T est fort ($T > \tan(\varphi_0) * N$), le solide se met en mouvement : il y a glissement. On pose \vec{R} le vecteur de frottement cinétique et $\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N = -(\vec{T} + \vec{N})$.

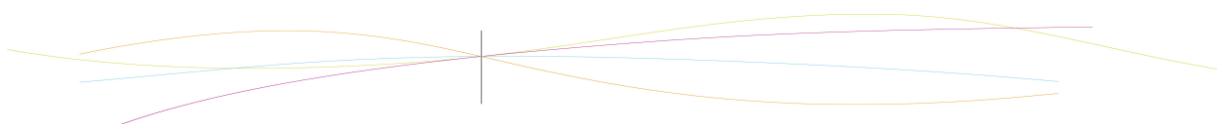
La loi de Coulomb énonce alors que la composante tangentielle du frottement \vec{R}_T est opposée au vecteur vitesse, et sa norme est liée par un coefficient de glissement à la norme de \vec{R}_N :

$$R_T = f * R_N$$

Avec $f = \tan(\varphi)$, et visuellement, dans le cas du glissement, le vecteur \vec{R} se trouve exactement sur le cône de frottement.

La valeur du coefficient de glissement dépend de plusieurs facteurs : les matériaux des deux solides, l'état de leur surface de contact, la lubrification, la température... Mais il ne dépend pas de la surface de contact, ni de l'effort normal \vec{N} .

De manière générale, le coefficient d'adhérence est supérieur au coefficient de glissement : ce fait est à l'origine du phénomène de « stick-slip ». Il explique pourquoi il est plus simple de



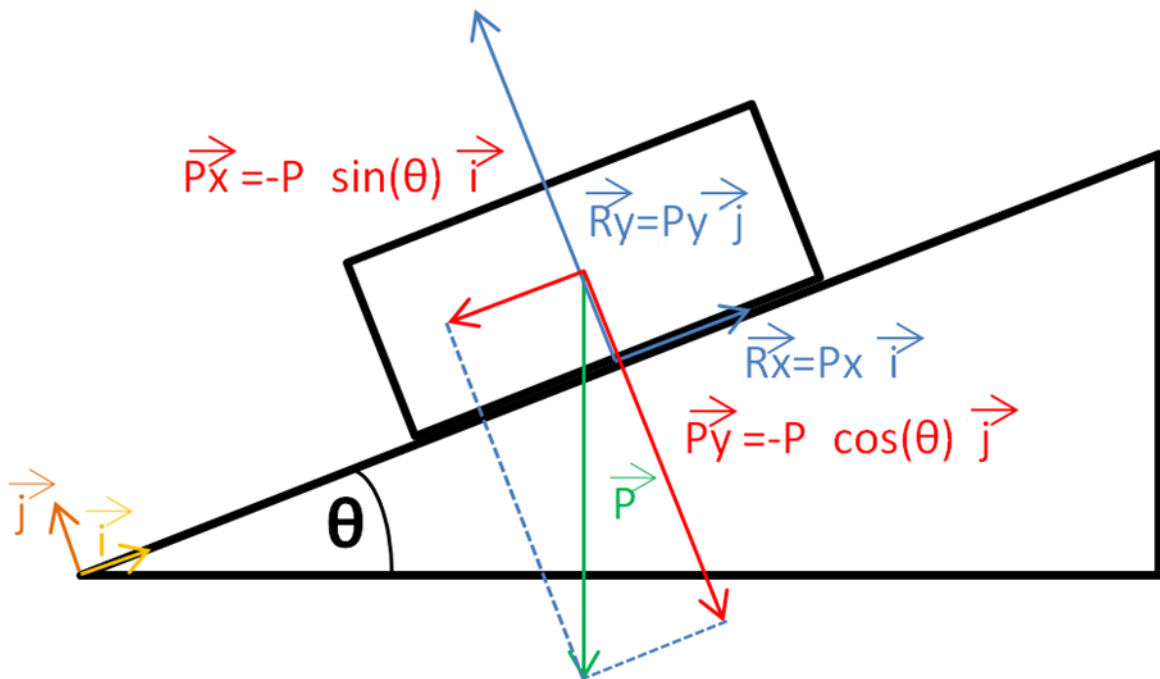
pousser un meuble déjà en mouvement qu'un meuble au repos, ou aussi l'origine du bruit des cordes de violon.

3.2.2. Modélisation

Dans le cas des frottements solides, nous allons vérifier la loi de Coulomb. Bien que cette loi ne prenne pas en compte tous les paramètres en jeu lors de l'interaction de deux solides, elle assure un modèle relativement fiable.

3.2.2.1 Utilisation d'un plan à inclinaison variable

Nous étudions un cas simple : un solide sur un plan incliné dont nous pouvons faire varier l'inclinaison. De ce fait, nous pouvons connaître toutes les forces en jeu : d'après la 1^{ère} loi de Newton, un solide est immobile si et seulement si la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur lui est égale au vecteur nul. Le schéma suivant exprime l'intégralité des forces présentes :

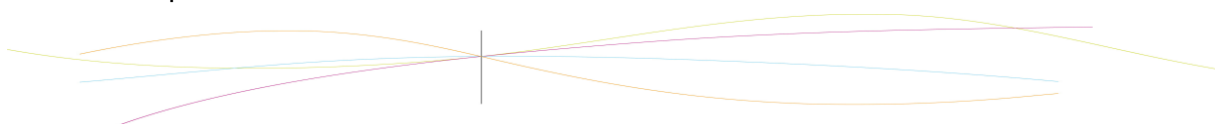


Par rapport à la définition de l'adhérence précédente, nous avons ici \vec{P}_y la force normale \vec{N} , \vec{P}_x la force parallèle au plan \vec{T} , et enfin, $\vec{R} = \vec{R}_y + \vec{R}_x$. Comme nous connaissons \vec{P} , et l'angle, nous connaissons toute les données du système.

Expérimentalement parlant, nous allons recréer ce dispositif et faire varier divers paramètres. Si la loi est bonne, en augmentant l'angle θ , nous devrions d'abord n'observer aucun mouvement, puis, à partir d'un certain angle, le solide devrait se mettre à glisser, car en augmentant l'angle, on augmente l'intensité de la force \vec{P}_x , et on se rapproche de T_0 .

L'angle à partir duquel le solide se met en mouvement est important. On pourra facilement déterminer le coefficient de frottement statique $f = \tan(\theta)$

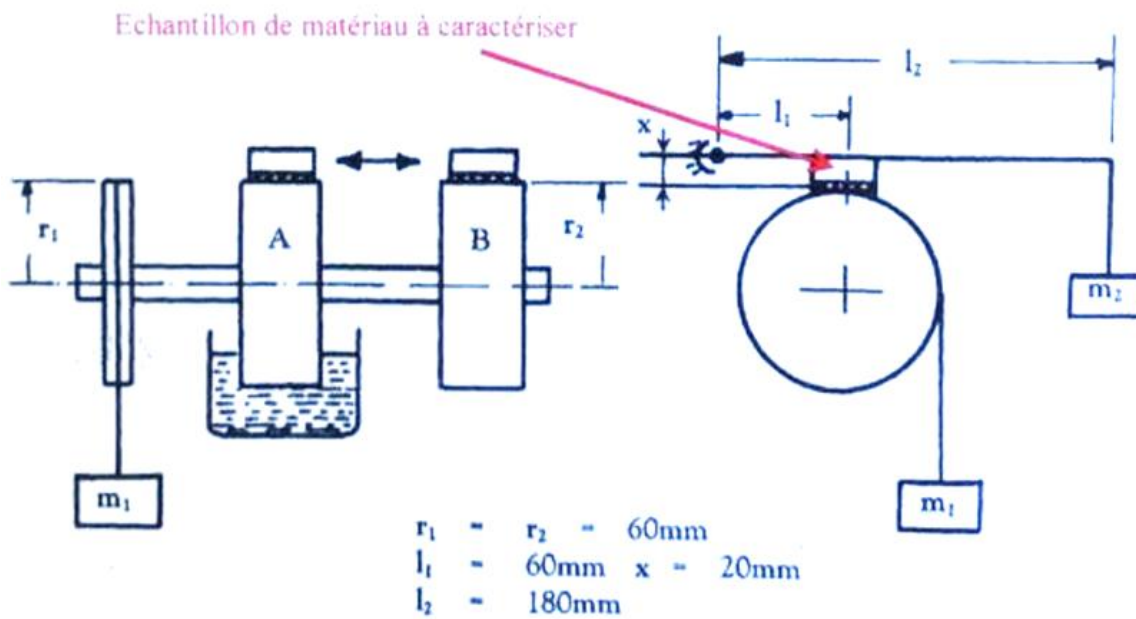
Nous allons pouvoir vérifier :



- L'existence d'une distinction entre adhérence et glissement
- La variabilité du coefficient de frottement en fonction des matériaux
- La conservation du même coefficient si on travaille avec le même matériau mais, par exemple, avec des échantillons de masse différentes, ou des surfaces de contacts différentes.

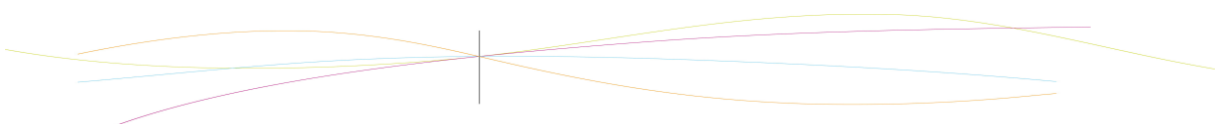
3.2.2.2 Utilisation d'un banc d'étude de frottement Deltalab

Le banc Deltalab d'étude du frottement permet de déterminer le coefficient d'adhérence d'un échantillon de matériau sur l'acier en équilibrant deux charges. Une représentation schématique de celui-ci est donnée sur la figure ci-dessous :

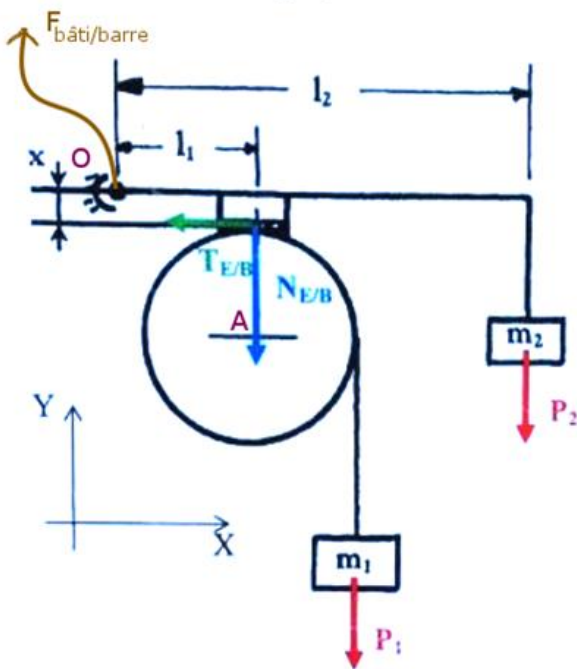


Celui-ci se compose :

- d'une barre supportant l'échantillon à caractériser. Sur celle-ci est accrochée une masse m_2 permettant à l'échantillon d'exercer un effort vertical descendant sur la poulie B.
- D'une poulie B, en acier, permettant de faire de la caractérisation de coefficient de frottement sec.
- D'une poulie A, en acier, permettant de faire de la caractérisation de coefficient de frottement non sec (eau, huile...), que nous n'allons pas utiliser.



- D'une troisième poulie sur laquelle est suspendue une masse m_1 . Cette masse m_1 de grammage variable, doit être ajustée de manière à atteindre la limite d'adhérence entre l'échantillon et la poulie B.



Une vue de gauche du banc permet de positionner les forces mises en jeu sur ce banc et plus particulièrement celles appliquées à l'échantillon. Le schéma ci après met en place ces forces :

- P_1 : le poids de la masse m_1
- P_2 : le poids de la masse m_2

- $N_{\frac{E}{B}}$: la composante suivant Y de la force exercée par l'échantillon sur la poulie B
- $T_{\frac{E}{B}}$: la composante suivant X de la force exercée par l'échantillon sur la poulie B.
- $F_{Bati/barre}$: la force exercée par le bati sur la barre (inconnue)

Premièrement, nous notons la masse fixe m_2 . Dans notre expérience, nous avons $m_2 = 1,5 \text{ kg}$
 En appliquant le principe fondamental de la statique en moment appliqué à la barre, en projection suivant l'axe Z, au point O, nous déterminons :

$$l_2 P_2 + l_1 N + xT = 0$$

soit: (1)
$$N = \frac{l_2 m_2 g + xT}{l_1}$$

Ensuite, en appliquant le principe fondamental de la statique en moment appliqué à la poulie, en projection suivant l'axe Z, au point A, nous déterminons :

$$r_1 T - r_1 m_1 g = 0$$

soit: (2)
$$T = m_1 g$$

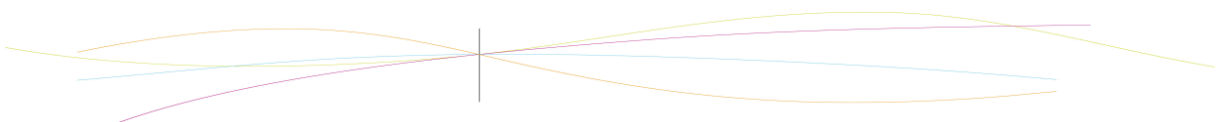
Les lois de Coulomb disent qu'à la limite entre le glissement et l'adhérence, nous avons :

$$T = f_a N \quad (\text{avec } f_a \text{ le coefficient d'adhérence})$$

Quant nous somme à cette limite, avec (2) nous avons donc :

$$T = f_a N = m_1 g$$

soit:
$$f_a = \frac{m_1 g}{N}$$



Nous utilisons (1) :

$$f_a = \frac{m_1 g l_1}{l_2 m_2 g + x T}$$

Ainsi que (2) :

$$f_a = \frac{m_1 g l_1}{l_2 m_2 g + x m_1 g} = \frac{m_1 l_1}{l_2 m_2 + x m_1}$$

$$\text{soit } f_a = \frac{1}{\frac{l_2 m_2}{l_1} \frac{1}{m_1} + \frac{x}{l_1}}$$

Avec les données fournies avec le diagramme nous déterminons :

$$f_a = \frac{1}{\frac{4,5}{m_1} + \frac{1}{3}}$$

Ainsi, nous pouvons relier le coefficient d'adhérence f_a à la masse m_1 lorsque nous sommes à la limite du glissement, quand P_1 compense parfaitement $f_a N$.

3.2.2.3 Glissement

Faire des expériences pour vérifier la loi de Coulomb lors d'un glissement se révèle beaucoup plus compliqué.

3.2.3. Expérimentation

3.2.3.1 Protocole

Cette fois, nous allons vérifier plusieurs lois qui concernent les frottements solides. Nous pouvons vérifier l'existence d'un coefficient d'adhérence, estimer sa valeur, essayer de visualiser le cône d'adhérence, et enfin vérifier que de manière générale le coefficient de glissement est inférieur au coefficient d'adhérence.

MATERIEL NECESSAIRE :

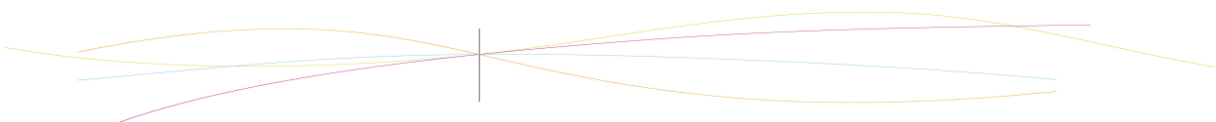
Voici le matériel que nous avons utilisé.

Pour les expériences :

- Banc d'étude de frottement Deltalab
- Echantillon de cinq matériaux différents : Nylon, Caoutchouc, Bronze, Acier, Ferodo

Pour prendre les mesures :

- Balance



MISE EN PLACE DU DISPOSITIF

Le banc d'étude du frottement est disponible dans les salles de TP de CTI-1. Il nous reste qu'à placer chacun son tour les échantillons à l'endroit indiqué sur le schéma, ou bien sur le plan à inclinaison variable intégré. Nous avons décidé d'essayer les deux méthodes.

MESURES

Avec le banc d'étude :

Nous commençons avec une masse m_1 nulle ou négligeable, et nous augmentons petit à petit cette masse en rajoutant différents poids. Pour avoir une mesure précise, nous procédons lentement, et avec délicatesse.

Lorsque la poulie commence à bouger, puis la masse tombe, nous avons atteint (et légèrement dépassé) la limite où nous connaissons la formule qui relie f_a à m_1 .

Nous mesurons alors la masse m_1 à l'aide de la balance.

Avec le plan à inclinaison variable :

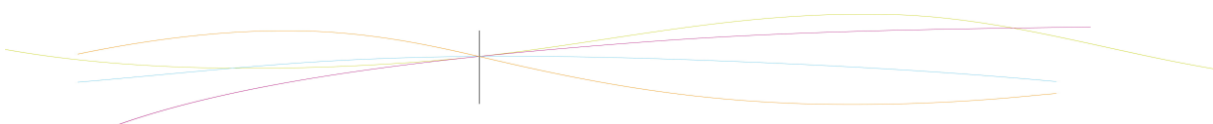
Nous partons d'un angle nul, que nous augmentons lentement, jusqu'à ce que l'échantillon se mette à glisser. Nous notons alors l'angle φ à partir duquel le glissement se produit.

3.2.3.2 Analyse et traitement des données

Avec le banc de mesure, nous déduisons de la masse m_1 le coefficient d'adhérence f_a entre l'acier et la matière de l'échantillon.

Avec le plan à inclinaison variable, nous déduisons de l'angle φ le coefficient d'adhérence f_a entre l'acier et la matière de l'échantillon.

Matériau	Caoutchouc	Bronze	Ferodo	Nylon	Acier
Masse de l'échantillon (g)	85	95	87	86	99
Angle φ (degrés)	39	21	27	26	17
f_φ	0.81	0.38	0.51	0.49	0.31
Masse m_1 (g)	1593	566	514	477	925
f_{m_1}	0.32	0.12	0.11	0.10	0.19
$f_{fournisseur}$	0.36	0.23	0.26	0.16	0.19



3.2.4. Les frottements solides : quantifiables ?

3.2.4.1 Comparaison des résultats

Interpréter nos résultats est une tâche difficile. On peut estimer que comme prévu, le banc d'étude de frottement est plus précis. Mais pour avoir des résultats plus potables, il aurait fallu faire beaucoup plus d'essais, et non se baser sur un seul (par manque de temps). Et il ne faut pas oublier également qu'il est dur de bien quantifier les frottements et que l'appareil utilisé est connu pour pouvoir donner des résultats parfois éloignés des valeurs tabulaires.

Les valeurs semblent trop aléatoires pour pouvoir les qualifier de concluantes.

3.2.4.2 Amélioration du protocole

Les expérimentations concernant les frottements solides n'ont pas donné de résultats excellents, en particulier du fait que nous n'avons pas réalisé suffisamment de mesures par manque de temps (nous avons préféré mettre en avant les frottements fluides).

Nous avons néanmoins remarqué des défauts que nous aurions pu tenter de minimiser. Ainsi, les surfaces ne sont pas suffisamment uniformes : le coefficient de friction n'est pas forcément le même en fonction de l'endroit où on pose l'échantillon, même à une distance limitée. On reste néanmoins dans le même ordre de grandeur. L'autre problème étant plutôt pour le banc de frottement : les poulies en aciers ne semblent pas avoir tout le temps le même coefficient, et donc, parfois, la chute se déclenche mais si on remet en place le système, avec toujours la même masse, il se peut que la chute n'ai pas lieu, ce qui fait penser à une sorte de phénomène d'hystérésis. Ici, c'est vraiment le matériel qui est en jeu, mais travailler dans de meilleures conditions reviendrait beaucoup plus chère.

Nous n'avons pas non plus suffisamment d'échantillons différents, que ce soit en termes de matière, de masse ou de forme. Mais nous n'avons pas eu le temps de nous en procurer.

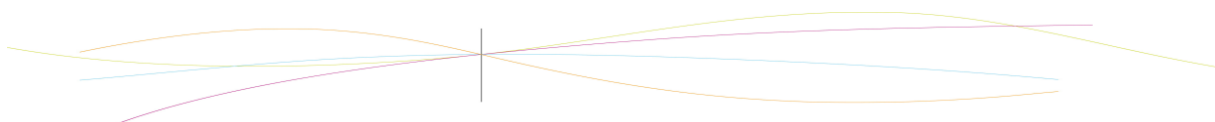
3.3. Applications

Augmenter le frottement

Semelle



poudre de MgCO₃



Chaîne antidérapante



sillons des bouchons



En réalité, il existe trois méthodes principales pour augmenter le frottement 1) L'augmentation de la rugosité de la surface de friction 2) L'augmentation de la pression 3) Le changement du frottement de roulement au frottement de glissement.

Par exemple, on peut augmenter la rugosité de la semelle et du pneu pour atteindre l'objectif d'anti-patinage contre la route. Les gymnastes utiliseront de la poudre de $MgCO_3$ comme anti-transpirant pour ne pas glisser lors de leurs figures. **Et en fabriquant les rayures sur le bouchon pour épargner les efforts.**

Réduire le frottement

Lubrification



Maglev train



Roulement



Traction d'objets lourds



Les méthodes de réduction du frottement sont contraires à l'augmentation. 1) La réduction de la rugosité de la surface de friction 2) La réduction de la pression 3) Le changement du frottement de glissement au frottement de roulement.

En lubrifiant les engrenages dans la machine, les surface devienne plus humides, ce qui rend indirectement la surface de friction plus lisse. On change le frottement de glissement pour le frottement de roulement pour réduire la friction et ainsi épargner les efforts. Le train maglev profite du champ magnétique pour réduire la surface de friction et donc le frottement.

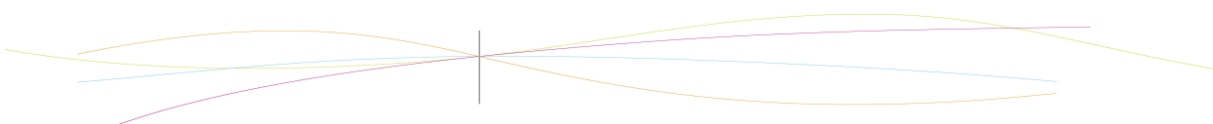
4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Nous en arrivons à la conclusion de ce projet, qui a permis de nombreuses choses. Nous avons fait des recherches plus poussées que ce que nous avons vu en P2 pour les frottements solides, et aussi plus qu'en P8 pour ceux d'entre nous qui ont suivi cette matière.

Suites à nos premières recherches, nous avons pu réfléchir à l'élaboration de protocoles pour vérifier les lois de frottements, fluides puis solides. Nous avons essayé de trouver des solutions pour avoir des expériences dont les résultats peuvent être interprétés. Après avoir traité ces résultats, nous avons pu (ou non) confirmer les lois sur les frottements que nos études théoriques ont révélé.

Toutes les recherches faites nous ont permis de nous rendre compte de l'étendue des applications des frottements (certaines évidentes, d'autres moins, ou méconnues), d'utiliser des méthodes inconnues jusqu'alors, ou de nous pencher sur la démonstration de certaines lois.

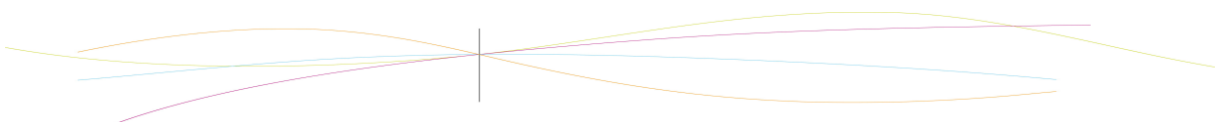
Ce projet fut intéressant à mener sur bien des aspects, mais si nous ne devons en retenir qu'un, ce serait la possibilité même de pouvoir adopter une vraie démarche expérimentale, de se retrouver face à des situations dont la solution ne vient pas uniquement de la théorie, mais surtout d'essais consécutifs, de modifications, et de réflexions communes autour du problème. Bien que cette démarche ne soit pas nouvelle pour nous, et que nous avons déjà réalisé des choses dans la même optique, cela se limitait souvent au temps d'un TP, ou sur une préparation à faire en une semaine. Ici, ce qui fut vraiment différent, c'est la durée, et donc de voir mûrir au fil des séances un projet qui nous paraissait pourtant assez distant au début. S'en était même des fois dérangent, dans le fait de savoir que les acquisitions et protocoles que nous appliquions pouvaient potentiellement nous donner des résultats inutilisables, chose qui arriva au début, et nous obligea à trouver des techniques afin de contourner des difficultés qui n'apparaissaient pas au début.



En termes de répartition des tâches, nous avons aussi remarqué que c'est la première fois où une spécialisation commençait à être vraiment requise : dans la plupart des autres projets que nous avons pu mener, toutes les personnes qui y participaient pouvaient faire approximativement tout. Ici, la partie théorique des frottements fluides s'est révélé bien trop compliqué pour ceux qui suivaient la thématique GM/ASI, et même si la possibilité de rattraper le retard aurait été envisageable, le plus judicieux pour nous était bien d'associer à cette partie une personne qui avait déjà des bases. Il ne faut pas oublier aussi qu'un aspect intéressant du projet P6 pour les GM/ASI est de ne pas faire uniquement des maths, et continuer à faire de la physique.

Pour nous, ce projet de physique sur les frottements s'arrête là, mais le thème de la tribologie est immensément vaste et notre travail n'est qu'une simple introduction, qui ouvre de nombreuses perspectives. Premièrement, nous n'avons traité que les cas les plus simples, avec des solides « classiques » dont les frottements peuvent s'expliquer à l'aide des théories les plus simples, en frottement sec, sans fluide intermédiaire. Ensuite, il existe beaucoup de phénomènes liés aux frottements que nous n'avons pas explorés : l'usure, la triboluminescence, l'apparition de vibrations, la caractérisation du coefficient de frottement grâce à de la thermographie infrarouge... Il aurait été intéressant (mais bien plus complexe !) d'essayer d'observer et de comprendre les raisons des frottements au niveau microscopique.

Enfin, une perspective intéressante serait de coupler les projets de physique. Nombreux sont les projets de cette année qui peuvent avoir besoin de notions sur les frottements. Par exemple, on aurait pu tester notre modèle de frottements dans l'air pour aider les personnes du projet de lance patate à prévoir la distance de tir qu'ils pourraient avoir (à supposer que leurs patates soient suffisamment sphériques pour qu'on puisse facilement l'appliquer !), de même avec le projet de trébuchet.



5. BIBLIOGRAPHIE

"Tribologie : principes et solutions industrielles", L'usine Nouvelle, 2008.

"Physique tout-en-un PC-PC*", Dunod, 2009

<http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie> (validé à la date du 16 juin 2014)

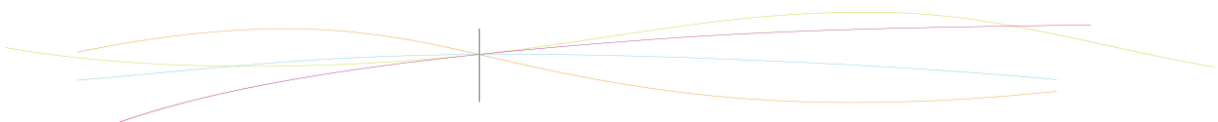
<http://www.techniques-ingenieur.fr/.../introduction-a-la.../> (validé à la date du 16 juin 2014)

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Coulomb_\(m%C3%A9canique\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Coulomb_(m%C3%A9canique))

(Validé à la date du 14 juin 2014)

<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/MecaFlu.xml>

(Validé à la date du 14 juin 2014)

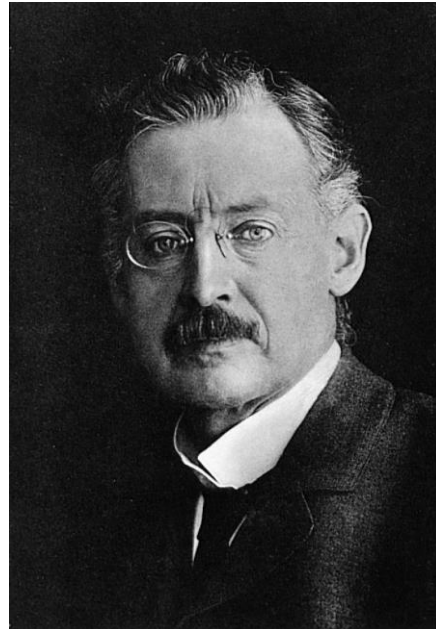


6. ANNEXES

6.1. La méthode de Runge Kutta



Martin Wilhelm Kutta



Karl Runge

(source: Wikipédia)

La méthode de Runge-Kutta permet de faire une approximation de solutions d'équations différentielles par itérations successives, chaque itération étant plus précise que la précédente.

La méthode d'Euler que nous connaissons est un cas particulier de la méthode de Runge-Kutta. Nous avons fait connaissance de cette méthode par hasard, et sachant qu'elle est plus précise (à l'ordre 4), nous avons décidé de nous renseigner pour l'appliquer dans notre projet.

La méthode ne permet pas d'avoir une formule pour y , mais seulement de connaître une valeur approximative en certains points. C'est une méthode de résolution numérique.

6.1.1. Principe de la méthode

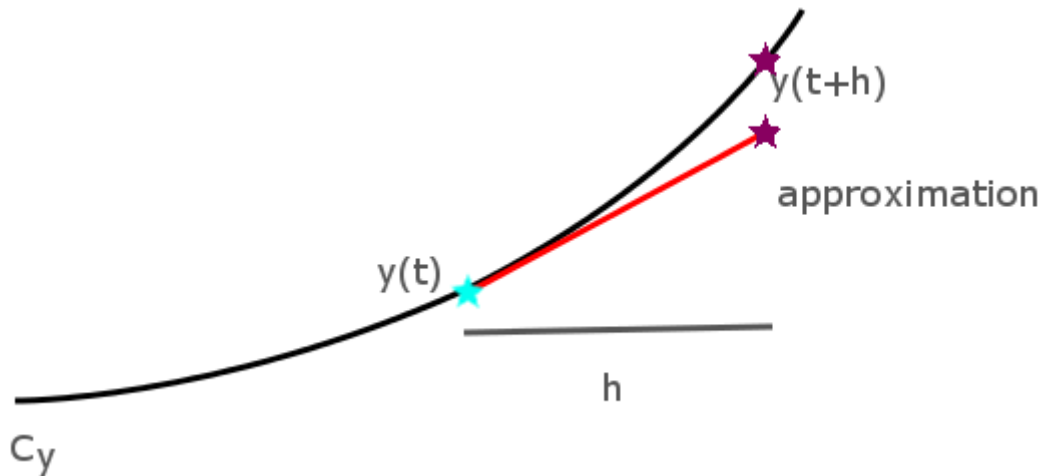
Pour pouvoir appliquer la méthode de Runge-Kutta, il faut avoir une équation différentielle qui relie une fonction à sa dérivée par rapport à une variable, et une condition initiale.

Par exemple, on peut avoir une relation $y' = f(t, y)$ et savoir $y(t_0) = y_0$. Ici, nous avons donc une fonction (vectorielle ou bien scalaire) y qui dépend du temps t . Le taux de variation de y par rapport au temps est y' . Il dépend du temps, mais aussi de y .

6.1.2. Exemple avec la méthode d'Euler (ou Runge-Kutta d'ordre 1)

Comme nous connaissons la valeur de la fonction y en un instant t , nous pouvons connaître son taux de variation à un instant t . Ainsi, pour un temps $t + \delta t$, on peut avoir une approximation de y avec un développement limité : $y(t + \delta t) = y(t) + \delta t * y'(t, y)$. En agissant ainsi de manière récursive, en considérant un nouveau $t_0 = t + \delta t$, et en connaissant la valeur

de $y(t_0)$, nous pouvons déterminer la valeur de y en un nombre d'instants t que nous le souhaitons.



En faisant ainsi, nous obtenons une erreur, l'écart entre l'approximation et la valeur réelle de $y(t+h)$, et nous continuons de faire des approximations à partir des approximations, en accumulant ainsi les erreurs. Cela peut paraître peu fiable, mais cette méthode est déjà relativement précise.

6.1.3. La particularité de la méthode de Runge-Kutta

Dans le principe la méthode de Runge-Kutta effectue des itérations d'une manière très similaire à la méthode d'Euler. La différence est que cette fois, pour avoir une meilleure précision, le résultat par Euler est corrigé.

Visuellement, on voit dans la figure précédente que l'approximation est inférieure à la valeur réelle. Avec la méthode de Runge-Kutta, on aurait obtenu une meilleure approximation. Comment ? A l'ordre 2 par exemple, plutôt que de prendre la pente au point $y(t)$, on aurait d'abord calculé une approximation du point $y(t+h/2)$ via Euler, et ainsi calculer la pente au point $y(t+h/2)$ à l'instant $t+h/2$. Ensuite, on aurait « simulé » une méthode d'Euler avec cette nouvelle pente qui est celle d'un point plus proche de $y(t+h)$.

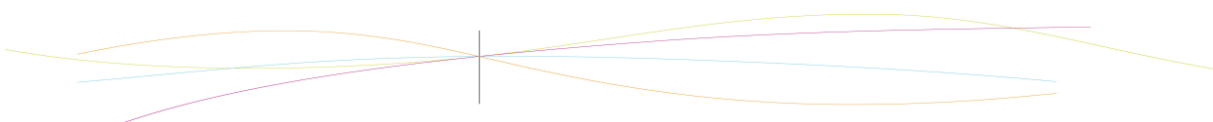
C'est sur le calcul de points intermédiaires entre t et $t+h$ que repose la méthode de Runge-Kutta.

6.1.4. Et la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 ?

Aussi appelée RK4, c'est un des cas particuliers les plus utilisés.

On va pondérer à plusieurs reprises le résultat qui aurait été obtenu normalement. C'est-à-dire :

- On calcule d'abord la pente au point initial
- On obtient une première approximation du point suivant (Euler)
- On calcule la pente au milieu du point initial et de l'approximation
- On obtient ainsi une seconde approximation du point suivant (Runge-Kutta d'ordre 2)

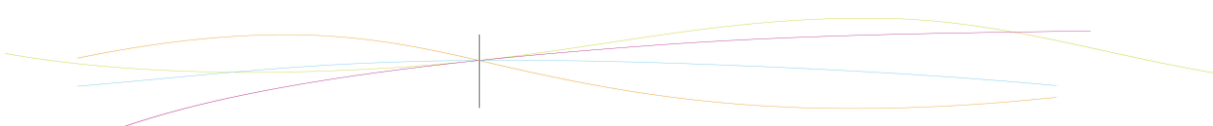
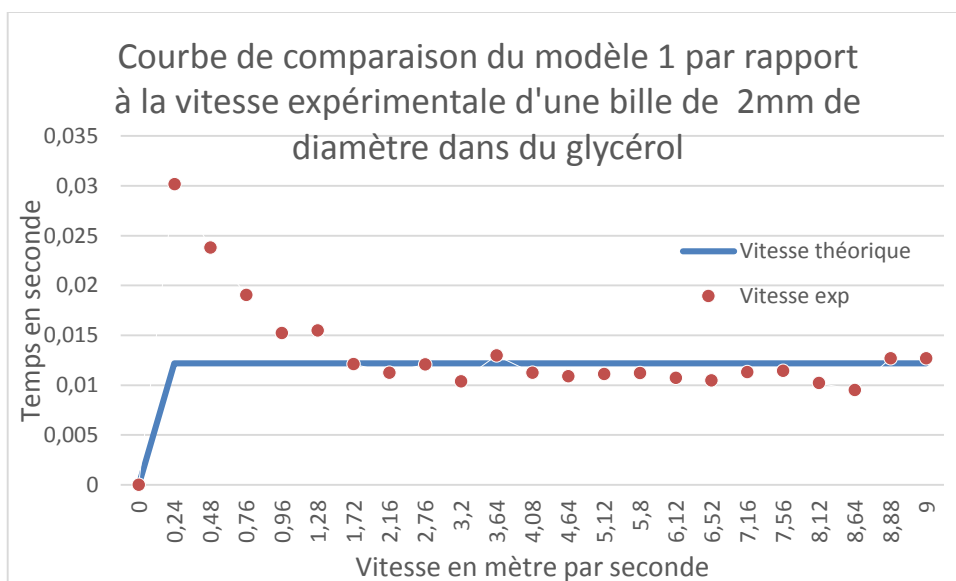
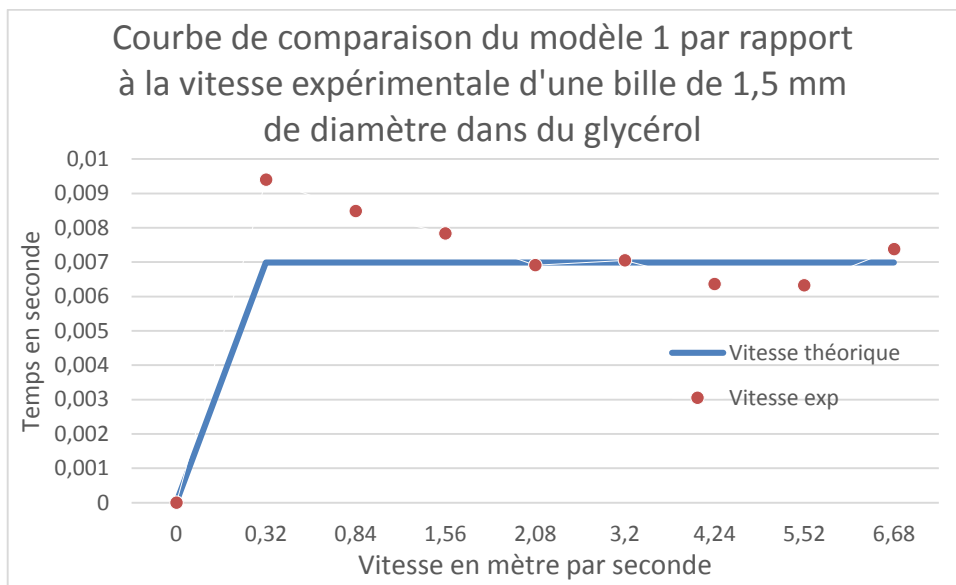


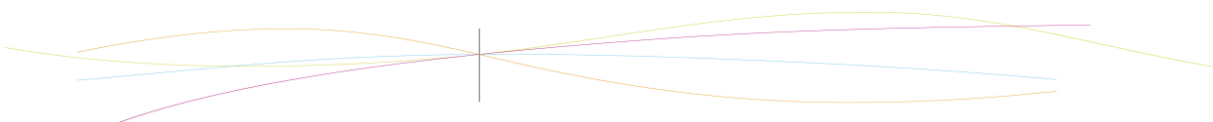
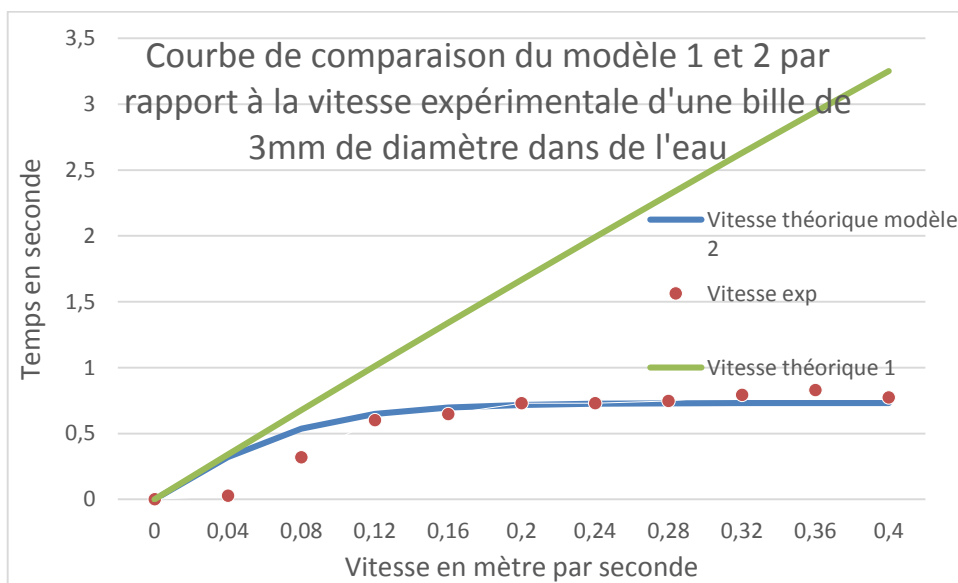
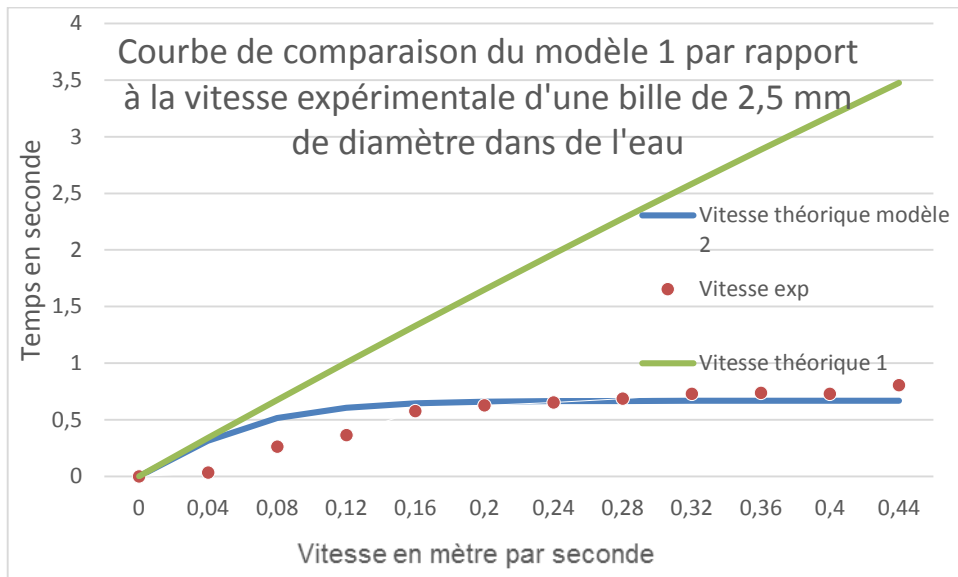
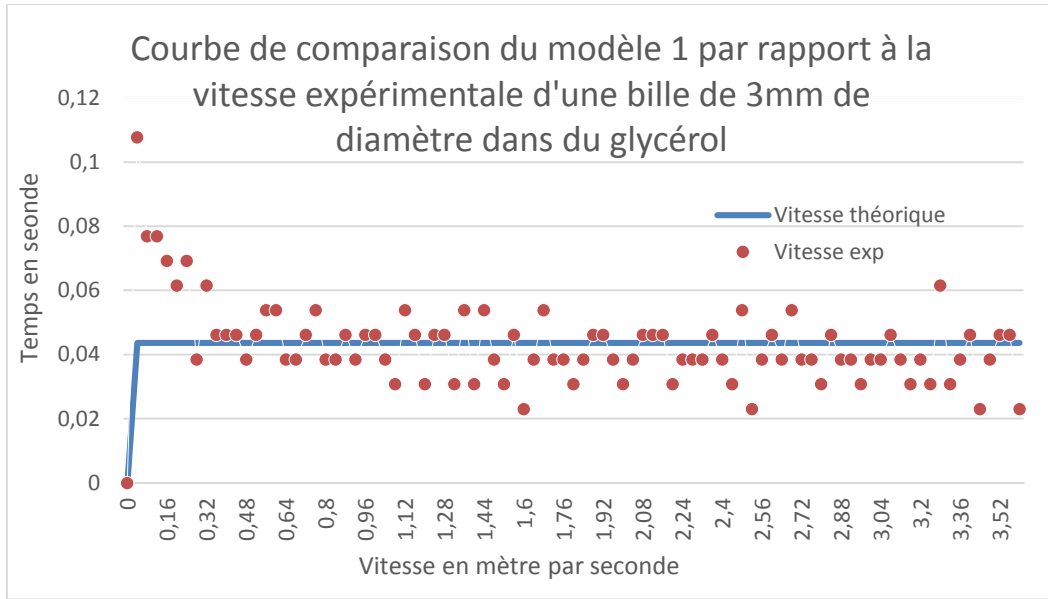
- On calcule de nouveau la pente au milieu du point initial et de l'approximation
- On obtient une troisième approximation du point suivant
- On calcule une dernière fois la pente au milieu du point initial et de l'approximation
- En tout, on a obtenu 4 pentes différentes p_1 , p_2 , p_3 et p_4 . L'approximation finale est obtenue grâce un mélange de ces quatre pentes pondérées :

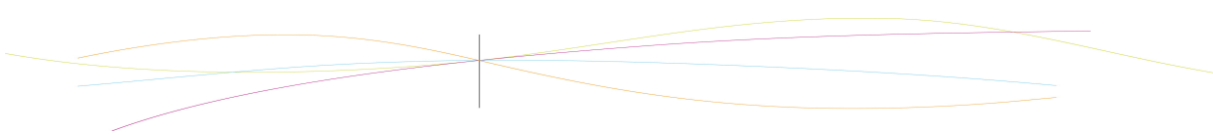
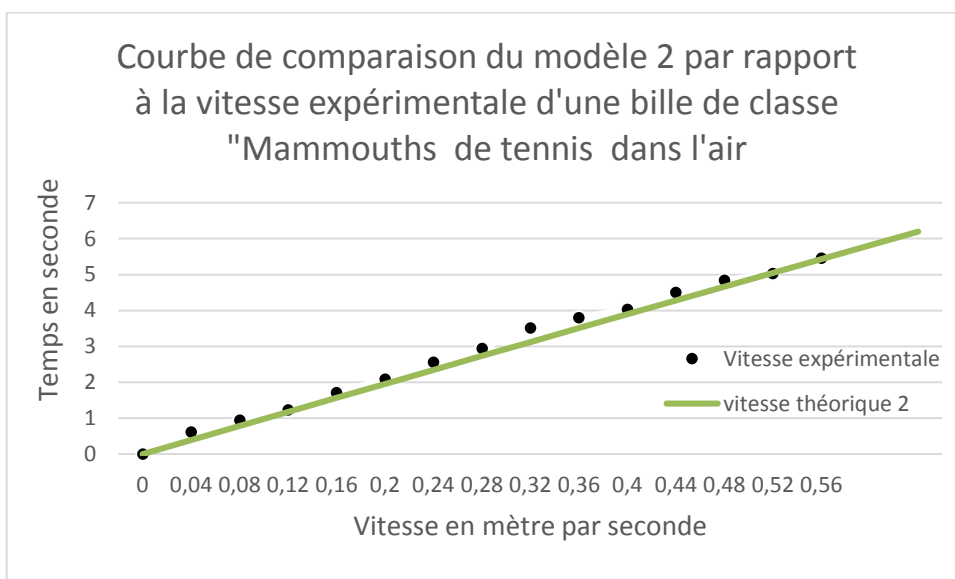
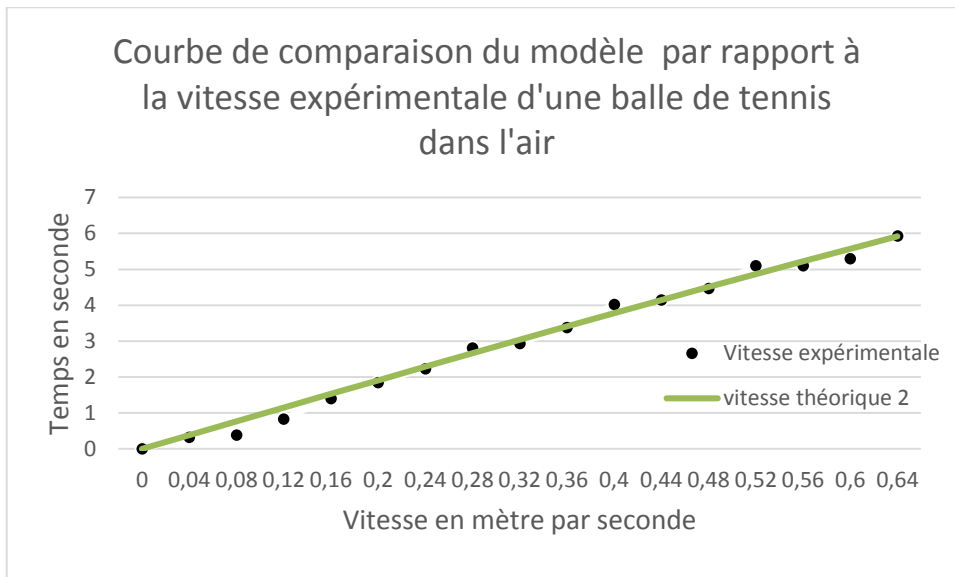
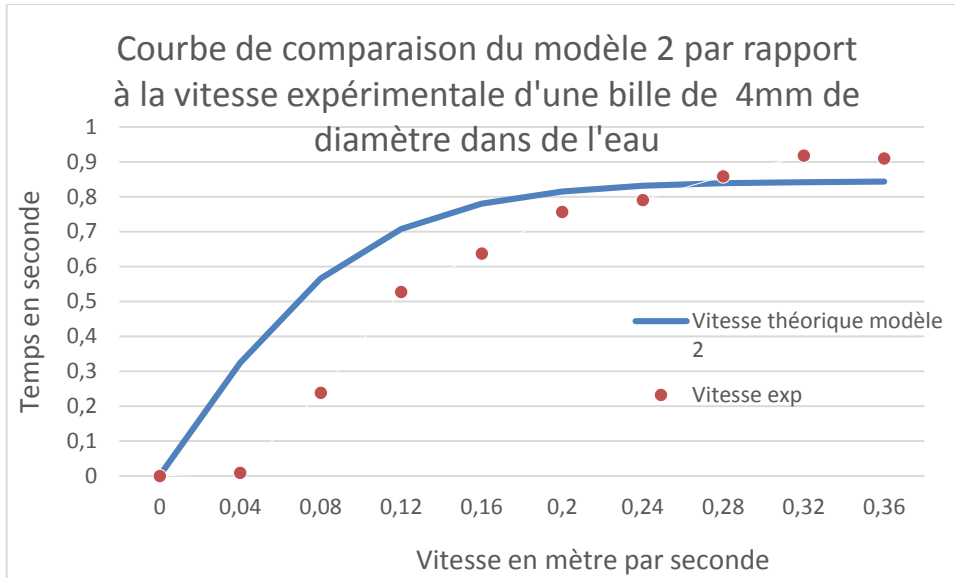
$$y(t + h) = y(t) + \frac{h}{6}(p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4)$$

Cette méthode admet une erreur cumulée de l'ordre de h^4 , ce qui apporte une grande précision.

6.2. Résultats expérimentaux sur les frottements fluides.







6.3. Établissement de la formule de Stokes

Les forces extérieures agissant sur une particule de fluide de volume dr sont :

- Une force volumique dr (par exemple son poids)
- La résultante des efforts de pression $-pdr$
- La résultante des forces de viscosité $\eta \Delta \vec{v}$

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit pour cette particule de fluide de masse $dm = \mu dr$:

$$\mu \left[\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right] dr = \vec{f}_v dr - \text{grad} p dr + \eta \Delta \vec{v} dr$$

En la divisant par dr , nous obtenons l'équation de Navier-Stokes :

$$\mu \left[\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right] = \vec{f}_v - \text{grad} p + \eta \Delta \vec{v}$$

On met l'origine au centre d'une boule (rayon R). Le fluide s'écoule dans le sens \vec{z} avec une vitesse \vec{v} par rapport à la boule.

Puisque le fluide est visqueux et la boule est immobile, en tout point de la sphère la vitesse du fluide est nulle.

On donne le champ des vitesses qui est établi par l'équation de Navier-Stokes:

$$v_r = v_o \cos\theta \left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3} \right)$$

$$v_\theta = -v_o \sin\theta \left(1 - \frac{3R}{4r} - \frac{R^3}{4r^3} \right)$$

$$v_\phi = 0$$

On rappelle que:

$$\text{div} \vec{a} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial(r^2 a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial(\sin\theta a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial a_\phi}{\partial \phi}$$

$\text{div}(\vec{v}) = 0$, d'où, en projection sur \vec{u}_r et sur \vec{u}_θ

$$(\text{rot} \vec{a}) = \text{grad}(\text{div} \vec{a}) - \Delta \vec{a} \quad \text{div}(\vec{v}) = 0$$

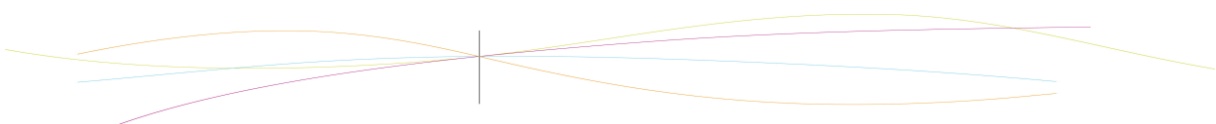
$$-\Delta \vec{v} = \text{rot}(\text{rot} \vec{v})$$

$$\text{grad} p = \eta \Delta \vec{v} = -\eta \text{rot}(\text{rot} \vec{v})$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \eta \frac{3v_o R \cos\theta}{r^3}$$

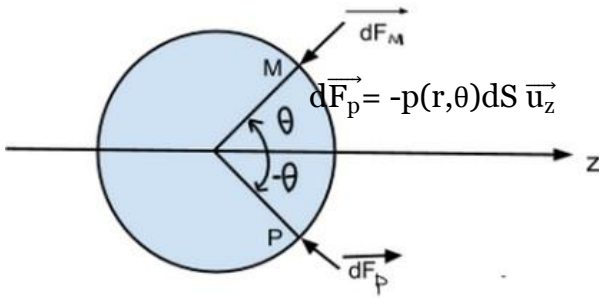
$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = \eta \frac{3v_o R \sin\theta}{2r^3}$$

Ce qui s'intègre en $P(r, \theta) = P_o - \frac{3 \eta v_o R \cos\theta}{2r^2}$



$\vec{F}_p \rightarrow$ Pression

Le petit élément de surface dS de la sphère est soumis à la force



Les forces élémentaire subies par les éléments de surfaces situés en θ et en $-\theta$ sont symétriques par rapport à l'axe OZ.

La résultante des forces de pression est donc dirigée selon cet axe, d'où $\vec{F}_p = F_p \vec{u}_z$

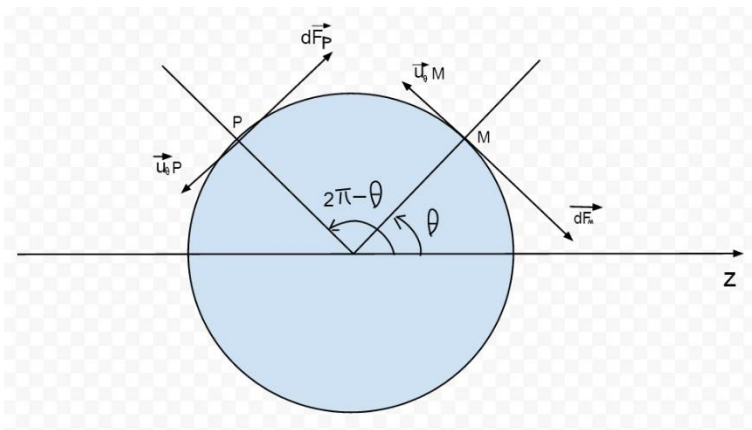
$$F_p = \int \int -P(r, \theta) dS \vec{u}_r \vec{u}_z = \int \int -P(r, \theta) \cos \theta dS$$

D'autre part, la contribution de la pression P_0 sur toute la sphère est nulle

$$F_p = \int_0^\pi \frac{3V_0 R \cos \theta}{2R^2} \cos \theta * 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = 2\pi v_0 \eta R$$

La force de cisaillement (car la viscosité) sur la surface $dS = R d\theta R \sin \theta d\varphi$ de la sphère s'écrit:

$$d\vec{F}_{cis} = \eta \left(\frac{\partial V_\theta}{\partial r} \right) (R, \theta) dS \vec{u}_\theta = -\frac{3\eta V_0 R \sin^2 \theta}{2} d\theta d\varphi \vec{u}_\theta$$



$$F_{cis} = \int \int \frac{3\eta V_0 R \sin^2 \theta}{2} d\theta d\varphi \vec{u}_\theta \vec{u}_z = \int \int \frac{3\eta V_0 R \sin^2 \theta}{2} d\theta d\varphi \sin \theta$$

D'où
$$F_{cis} = \int_0^\pi 2\pi \frac{3\eta V_0 R \sin^3 \theta}{2} d\theta = 6\pi v_0 \eta R \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = 4\pi v_0 \eta R$$

La force de traînée sur la sphère est donc:

$$\vec{F} = \vec{F}_p + \vec{F}_{cis} = (2\pi v_0 \eta R + 4\pi v_0 \eta R) \vec{u}_z = 6\pi v_0 \eta R \vec{u}_z$$

Ici, $v_0 \vec{u}_z$ est la vitesse du fluide par rapport à la sphère.

