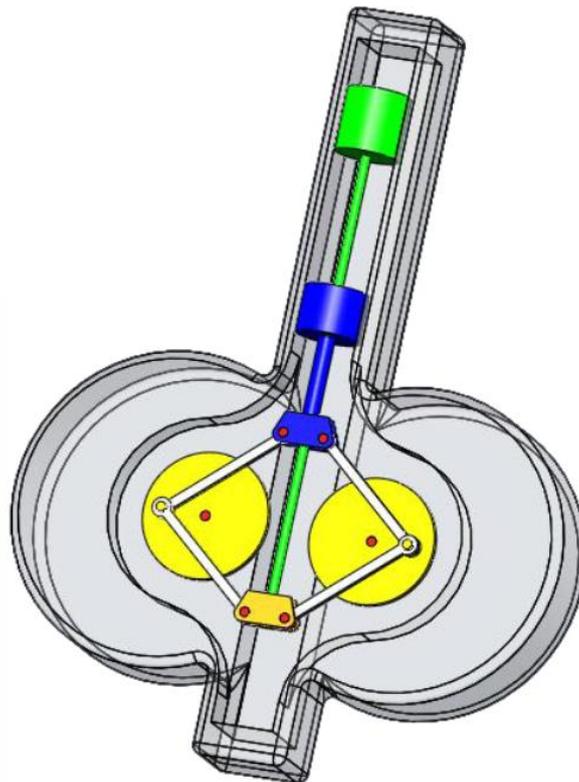


Etudes des mécanismes pistons /bielles/vilebrequin des moteurs à combustion interne ou externe



Etudiants :

Kévin ABRIN

Jean CARRÉ

Ange DAUWE

Samantha WAUTERS

Mounir BENKIRAN

Élian CROU

Nicolas GALIPOT

Enseignant-responsable du projet :

Didier VUILLAMY

Date de remise du rapport : **18/06/2011**

Référence du projet : **STPI/P6-3/2011 – 016**

Intitulé du projet : **Etudes des mécanismes pistons /bielles/vilebrequin des moteurs à combustion interne ou externe**

Type de projet : **Biblio/modélisation**

Objectifs du projet (10 lignes maxi) :

Ce projet a pour but d'étudier le mécanisme et les cinématiques du moteur Stirling de type Béta. Il faut aussi déterminer et évaluer les efforts à chaque liaison, dans chaque pièce de l'embellage : ces efforts sont variables avec le temps, ils dépendent des masses / inerties des pièces, et des pressions qui apparaissent dans le cylindre. On suppose dans un but de simplification que les articulations sont sans frottement, ainsi que les frottements des pistons sur les cylindres. Le but est aussi de chercher à résoudre numériquement les équations de la dynamique. Ceci peut être fait par programmation sous Excel, mais également sous Matlab ou Scilab.

En fait, la raison de ces exercices est de comprendre pourquoi les années précédentes les moteurs Stirling réalisés par nos collègues n'ont pas fonctionné.

Mots-clefs du projet (4 maxi) : **moteur étude efforts**

TABLE DES MATIERES

1. Introduction	2
1.1. Méthodologie et organisation du travail	2
1.1.1. Description de l'organisation adoptée pour le déroulement du travail	2
1.1.2. Organigramme des tâches réalisées et des étudiants concernés	3
2. Travail réalisé et résultats	4
2.1. Histoire du moteur Stirling	4
2.1.1. Genèse du moteur Stirling	4
2.1.2. Premières applications concrètes	4
2.1.3. Applications actuelles	4
2.2. Description et modélisation du mécanisme	5
2.2.1. Présentation du moteur	5
2.2.2. Spécificités du moteur Stirling de type Bêta	6
2.3. Détermination de la cinématique du moteur	6
2.3.1. Détermination des positions des points	6
2.3.2. Constitution des programmes sous Excel	7
2.4. Détermination des efforts	8
2.4.1. A l'aide du Principe Fondamental de la Dynamique	9
2.4.2. A l'aide du théorème du moment cinétique	10
2.5. Détermination des variations de volume et de pression	15
3. Conclusions et perspectives	18
4. Bibliographie	19
5. Annexes	20
5.1. Documentation technique	20
5.2. Listings des programmes réalisés	21

1. INTRODUCTION

Lors de notre formation d'ingénieur à l'INSA de Rouen, nous devons effectuer un projet de physique en deuxième année de cycle préparatoire. Cette recherche a pour objectif de nous initier à la conduite de projet de groupe.

Notre sujet porte sur l'étude des mécanismes pistons/bielles/vilebrequins des moteurs à combustion internes ou externes. L'enseignant responsable de notre groupe, M. Didier Vuillamy nous a proposé de nous concentrer sur un moteur en particulier : le moteur Stirling Bêta.

Dans ce rapport, nous élaborerons en premier lieu une bibliographie de ce moteur, comprenant sa création, son évolution et son utilisation. En second lieu, nous étudierons la cinématique du moteur avec tout d'abord les positions des différentes pièces, ensuite leurs vitesses et leurs accélérations, afin de déterminer les efforts créés à chaque liaison, dans chaque pièce de l'embellage.

Notre principal outil de travail sera Microsoft Excel, étant donné que le langage de programmation du tableur (Visual Basic) est bien connu de notre enseignant.

1.1. Méthodologie et organisation du travail

1.1.1. *Description de l'organisation adoptée pour le déroulement du travail*

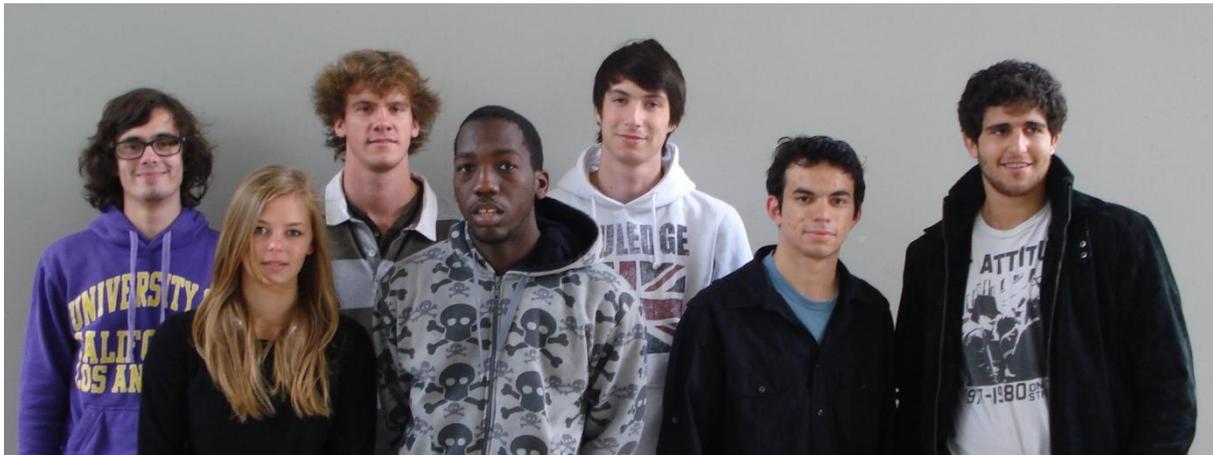
La première séance de projet nous a permis de bien déterminer les objectifs et le but principal du projet. Le sujet étant très vaste, M Vuillamy nous a proposé d'étudier un moteur Stirling de type Béta.

Lors des séances suivantes, nous avons pu mettre en évidence les différentes tâches à effectuer :

- une présentation de l'histoire du moteur Stirling
- sa description
- la détermination des positions des points importants
- leurs vitesses et accélérations
- la détermination des efforts
- la détermination des variations de volume et de pression

A chaque étape il fallait compléter le classeur Excel qu'on utilisait pour effectuer les calculs ainsi que rédiger la partie correspondante du dossier et du Powerpoint. L'attribution des tâches s'est d'abord faite selon les envies de chacun, puis en fonction de ce qu'il restait à faire en fin de projet.

1.1.2. Organigramme des tâches réalisées et des étudiants concernés



De gauche à droite : Ange Dauwe, Samantha Wauters, Jean Carré, Kévin Abrin, Élian Crou, Nicolas Galipot et Mounir Benkiran

Histoire du moteur Stirling

Nicolas

Description du mécanisme et modélisation sur Solidworks

Elian

Détermination des positions des points, vitesses, accélérations et efforts

Jean, Samantha, Kévin

Détermination des variations de volume et de pression

Ange

Résolution numérique (Excel)

Kévin

Powerpoint et méthodologie/organisation du travail

Samantha

Mise en page du dossier, introduction et conclusion

Jean

2. TRAVAIL REALISE ET RESULTATS

2.1. Histoire du moteur Stirling

2.1.1. Genèse du moteur Stirling

Le moteur Stirling tire son nom de Robert Stirling, qui cherchait à concevoir un moteur plus sûr que les machines à vapeur de l'époque, qu'il considérait comme trop peu fiables et susceptibles d'exploser à cause des hautes pressions régnant dans les chaudières. Il décide alors de construire un moteur capable de se passer de chaudière et capable de fonctionner à basse pression.

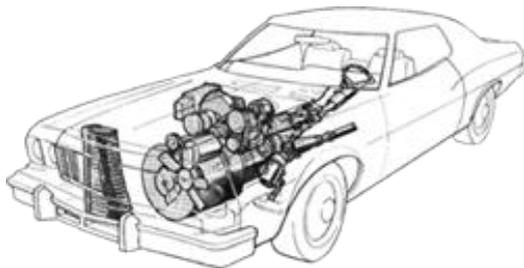


Robert Stirling

Cependant, même si son frère tente de l'industrialiser, son invention n'obtiendra pas le succès escompté, en raison de sa trop faible puissance par rapport aux machines à vapeurs, dues notamment au fait que son cycle thermodynamique n'avait pas encore été convenablement modélisé.

Jusqu'au début du XXe siècle, et malgré les progrès de la thermodynamique, le moteur Stirling ne reste qu'un objet d'étude avec peu d'application pratique.

2.1.2. Premières applications concrètes



Ford Torino expérimentale

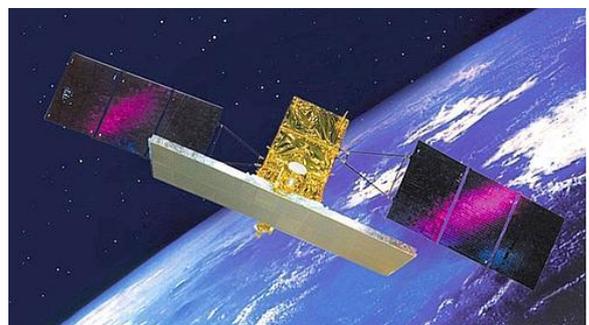
En 1938, la société Philips crée un moteur Stirling d'une puissance de 200 chevaux avec un rendement comparable aux moteurs à explosion actuels.

Un prototype de Ford Torino motorisée par un moteur Stirling 4 cylindres voit même le jour en 1976.

Néanmoins, du fait du temps nécessaire à son démarrage et de la difficulté de réguler sa puissance, il ne fut utilisé que dans des secteurs très spécialisés comme la cryogénie.

2.1.3. Applications actuelles

À l'heure actuelle, le moteur Stirling est principalement utilisé dans le domaine de la réfrigération industrielle, notamment pour la liquéfaction des gaz. Il est aussi utilisé comme générateur d'énergie dans des lieux isolés et soumis à de grands écarts de température tels que les déserts australiens et arctiques (pour des missions scientifiques), ou encore dans l'espace pour fournir de l'énergie à des satellites en complément ou remplacement de panneaux solaires photovoltaïques.



Satellite embarquant un moteur Stirling

Certaines entreprises proposent également des chaudières dites à cogénération qui utilisent un moteur Stirling afin de récupérer une partie de la chaleur dégagée par la chaudière afin de la convertir en électricité.

À titre plus anecdotique, il est également utilisé par certains fabricants de carte mère d'ordinateurs afin de participer à la dissipation de la chaleur en actionnant un ventilateur.

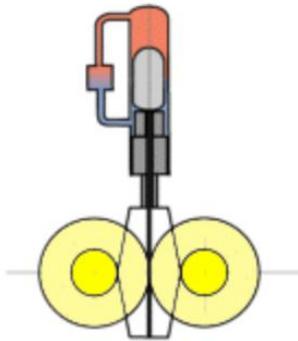
Du fait de sa relative simplicité, il est également souvent utilisé à des fins pédagogiques afin de montrer de façon concrète les principes de la thermodynamique.

Chaudière à cogénération



2.2. Description et modélisation du mécanisme

2.2.1. Présentation du moteur



Représentation cinématique du moteur Stirling

Ce type de moteur fonctionne par l'intermédiaire d'un gaz soumis à un cycle en 4 étapes, lui permettant de produire de l'énergie mécanique à partir d'une énergie thermique quelconque (combustion d'un carburant quelconque, solaire, nucléaire, ou encore chaleur humaine).

Il est composé d'un cylindre fermé, chauffé à son extrémité supérieure, et refroidi dans sa partie basse. Dans ce cylindre se trouvent deux pistons aux rôles très différents, le piston dit « de travail » et le déplaceur. Ce dernier a pour seul intérêt, comme son nom le laisse paraître, de déplacer le gaz vers une des extrémités du cylindre, il ne participe pas à sa compression puisqu'il n'est pas étanche. Sous ce déplaceur se trouve le piston de travail dont le rôle est de faire varier la pression que

subit le gaz. Sur la majorité des moteurs Stirling, nous notons également la présence d'un régénérateur, permettant de stocker l'énergie thermique lorsqu'il est traversé par le gaz chaud et la transmettant au gaz froid lorsque celui-ci le traverse dans l'autre sens. Enfin, un mécanisme à bielles et vilebrequins permet de transmettre l'énergie mécanique produite pendant le cycle.

Description du cycle Stirling :

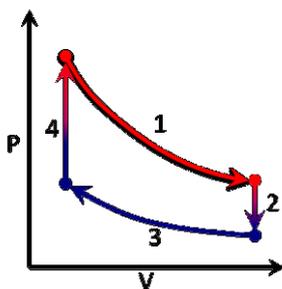


Diagramme de Clapeyron du cycle Stirling

1^{ère} Étape : Le gaz subit une détente isotherme (= à température constante). En effet, après avoir été chauffé par la source chaude, la pression a tendance à s'élever, on laisse le gaz se détendre, et les deux pistons sont poussés vers le bas. C'est l'étape motrice du cycle.

2^e Étape : Le gaz subit un refroidissement isochore (= à volume constant). Le déplaceur remonte et le gaz alors chaud se refroidit en passant dans le régénérateur, qui lui stocke l'énergie thermique qui sera utilisée pour le cycle suivant.

3^e Étape : Le gaz subit une compression isotherme. On réduit le volume du gaz en imposant une température.

4^e Étape : Le gaz subit un chauffage isochore. Le déplaceur descend et transfère l'air de la partie froide à la partie chaude du cylindre. L'air s'échauffe, tend alors à se dilater, mais contenu dans un volume limité, sa pression augmente.

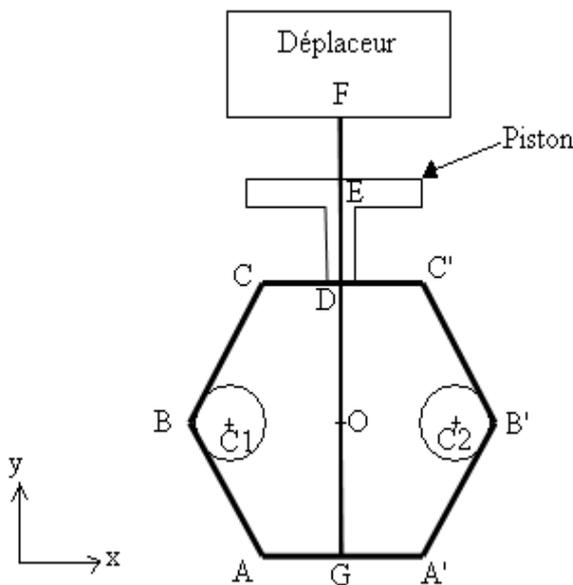
2.2.2. Spécificités du moteur Stirling de type Bêta

Dans le moteur Stirling de type bêta, les deux pistons sont coaxiaux et le déplaceur, non étanche, permet le transfert du gaz de la partie chaude à la partie froide sans passer par un régénérateur.

De plus, les deux zones, chaude et froide, sont situées dans le même cylindre. Les avantages de cette solution sont la compacité du mécanisme et l'absence de perte aérodynamique. Au contraire, les inconvénients sont la perte d'énergie thermique par conduction à l'intérieur même du cylindre et également l'impossibilité d'utiliser un régénérateur. Ainsi, du fait de l'absence de régénérateur dans le moteur de type bêta, le cycle est très légèrement modifié par rapport à celui présenté précédemment, à savoir que les différentes étapes sont moins différenciées.

2.3. Détermination de la cinématique du moteur

2.3.1. Détermination des positions des points



F : bas du déplaceur

E : haut du piston

G : milieu de AA'

On place l'origine sur l'axe joignant les centres de rotation C1 et C2.

Les données de ce système sont :

L1 : la distance CC'

L2 : la distance BC

L3 : la distance AB

L4 : la distance AA'

t1 : la distance DE

t2 : la distance GF

R1 : le rayon du disque qui entraîne B

d1 : la distance du centre du disque à l'axe de symétrie

μ_1 : angle $(\vec{BO}; \vec{BC})$

μ_2 : angle $(\vec{BO}; \vec{BA})$

Pour la résolution informatique on pose : $d_1=P_1$, $R_1=P_2$, $\theta=P_3$, $L_2=P_4$, $L_1=P_5$. Le problème est d'obtenir le jeu de données qui permet d'avoir la distance EF toujours positive.

$$\text{On a : } \vec{OB} = \vec{OC}_1 + \vec{C}_1B = \begin{pmatrix} -d_1 \\ 0 \end{pmatrix} + R_1 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d_1 R_1 \cos\theta \\ R_1 \sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\text{On obtient : } \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC} = \begin{pmatrix} -d_1 R_1 \cos\theta \\ R_1 \sin\theta \end{pmatrix} + L_2 \begin{pmatrix} \cos\mu_1 \\ \sin\mu_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d_1 R_1 \cos\theta + L_2 \cos\mu_1 \\ R_1 \sin\theta + L_2 \sin\mu_1 \end{pmatrix}$$

La contrainte est $x_{OC} = \frac{-L_1}{2} = -d_1 R_1 \cos\theta + L_2 \cos\mu_1$. μ_1 est donc calculé numériquement.

Connaissant μ_1 on peut en déduire les coordonnées de A :

$$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA} = \begin{pmatrix} -d_1 R_1 \cos\theta \\ R_1 \sin\theta \end{pmatrix} + L_3 \begin{pmatrix} \cos\mu_2 \\ \sin\mu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d_1 R_1 \cos\theta + L_3 \cos\mu_2 \\ R_1 \sin\theta + L_3 \sin\mu_2 \end{pmatrix}$$

La contrainte est $x_A = \frac{-L_1}{2} = -d_1 R_1 \cos\theta + L_3 \cos\mu_2$. μ_2 est donc calculé numériquement, il faut faire attention à la valeur négative de cet angle. De même pour le point D, il est issu du point C : on prend les paramètres de C et on ajoute le vecteur \vec{CD} . Le point E est issu de D : on prend les paramètres de D et on ajoute le vecteur \vec{DE} . On obtient ainsi les positions de tous les points

2.3.2. Constitution des programmes sous Excel

La feuille données et calcul est dans la feuille de nom « Rhombique ».

Les données sont dans les cellules colorées en jaune.

Les abscisses x et ordonnées y des points sont des grandeurs calculées directement par des fonctions. Ces fonctions sont : $x_A(d_1, R_1, L_3, \theta, \mu_2)$, $y_A(d_1, R_1, L_3, \theta, \mu_2)$, $x_B(d_1, R_1, \theta)$, $y_B(R_1, \theta)$, $x_C(d_1, R_1, L_2, \theta, \mu_1)$, $y_C(d_1, R_1, L_2, \theta, \mu_1)$, $x_D(d_1, R_1, L_2, \theta, \mu_1)$, $y_D(d_1, R_1, L_2, \theta, \mu_1)$, $x_E(d_1, R_1, L_3, \theta, \mu_2, t_1)$, $y_E(d_1, R_1, L_2, \theta, \mu_1, t_1)$, $x_F = x_G(d_1, R_1, L_3, L_4, \theta, \mu_2)$, $y_F = y_G(d_1, R_1, L_3, L_4, \theta, \mu_2) + t_2$.

Dans les paramètres on voit apparaître μ_1 et μ_2 . Ils sont obtenus grâce à des routines dans Excel. Pour les activer, il suffit de cliquer sur la zone de texte « Calcul de μ_1 puis de μ_2 ».

On copie les coordonnées trouvées dans la feuille « Rhombique » dans la feuille « Dessin 1 ».

La feuille « Dessin 1 » dispose d'un graphique qui trace les lignes joignant A,B,C, D et E. Le graphique utilise les coordonnées qui se situent lignes 47 à 51. Ces valeurs sont celles de la ligne active; quand on change de ligne active, de nouvelles valeurs sont prises. Ainsi en activant successivement chaque ligne de la feuille depuis la ligne 2 jusqu'à la ligne 38, on peut visualiser le mouvement du système. Ceci est obtenu pour une routine de nom « Mouv1 » qui est placée dans le code affecté à la feuille « Dessin 1 ».

Le dessin par lui-même a 2 ensembles de données: celui contenu dans la feuille « Dessin 1 » et celui contenu dans la feuille « Cercle », donnant les coordonnées des points du cercle.

La feuille de calculs 'Vitesses' calcule et montre les vitesses des différents points, obtenues par dérivation des vecteurs position. (voir ANNEXE 1)

On calcule la dérivée de la vitesse pour avoir l'accélération.

$$\vec{\gamma} = d\vec{v}/dt \text{ avec } \vec{\gamma}_A \begin{cases} \gamma_{Ax} = \frac{dV_{Ax}}{dt} \\ \gamma_{Ay} = \frac{dV_{Ay}}{dt} \end{cases}$$

Les accélérations sont ajoutées à la même feuille de calculs.

2.4. Détermination des efforts

Effort du piston CC' : $\vec{F}_P = \begin{cases} F_{Px} = 0 \text{ (connu)} \\ F_{Py} \end{cases}$

Effort de la barre BC sur C : $\vec{F}_{BC/C} = \begin{cases} F_{BC/Cx} \\ F_{BC/Cy} \end{cases}$

Effort de la barre CB sur B : $\vec{F}_{CB/B} = \begin{cases} F_{CB/Bx} \\ F_{CB/By} \end{cases}$

Effort de la barre AB sur B : $\vec{F}_{AB/B} = \begin{cases} F_{AB/Bx} \\ F_{AB/By} \end{cases}$

Effort de la barre BA sur A : $\vec{F}_{BA/A} = \begin{cases} F_{BA/Ax} \\ F_{BA/Ay} \end{cases}$

Effort du déplaceur sur G : $\vec{F}_{dep/G} = \begin{cases} F_{dep/Gx} = 0 \text{ (connu)} \\ F_{dep/Gy} \text{ (connu)} \end{cases}$

Le couple appliqué par $\vec{F}_{CB/B}$ et $\vec{F}_{AB/B}$ est $\vec{R}_1\vec{B} \wedge (\vec{F}_{CB/B} + \vec{F}_{AB/B})$

Remarques :

- On supposera que ω_1 (vitesse angulaire de la roue 1) est constant
- F_P est variable (car la pression dans le cylindre est variable au cours du déplacement du piston.)

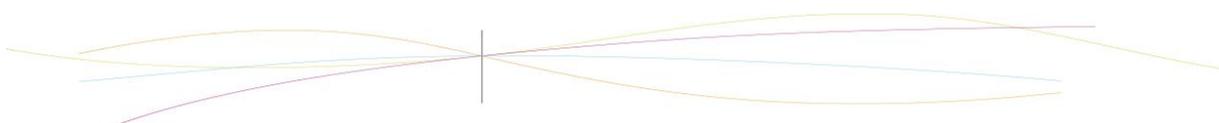
Le couple est une conséquence de \vec{F}_P , de ω , et des masses du système.

\vec{F}_P est imposée par l'utilisateur car il dépend de l'apport thermique.

On a 9 inconnues, il nous faut donc neuf équations indépendantes (équations du mouvement du centre de gravité et équation du moment cinétique).

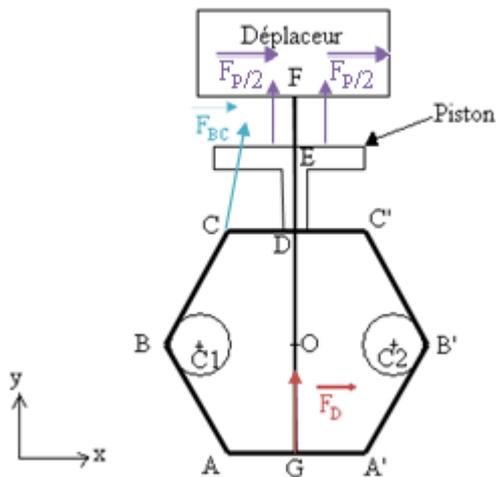
On a déjà expliqué qu'on peut fixer la vitesse de rotation mais que cela ne fixe pas les efforts dans les pièces du mécanisme. On prend cet élément égal à la pression dans le cylindre moteur. Notons que cette grandeur varie en fonction de la position du piston (la pression a tendance à baisser lors de la détente des gaz).

En conséquence, on doit s'attendre à ce que le couple reçu par les disques soit fonction de cette pression, et de la vitesse de mouvement du système.



Mais du point de vue énergétique, on considère que toutes les liaisons sont sans frottements, elles ne dissipent donc pas d'énergie, et donc on doit trouver au bout d'un cycle, que le travail du piston est égal au travail des disques. Cette égalité n'est pas vraie à tout instant, car le travail du piston se répartit en travail sur les disques et en énergie cinétique des bielles et autres.

2.4.1. A l'aide du Principe Fondamental de la Dynamique



La tige CD est soumise aux efforts $\vec{F}_P/2$ du piston et à l'effort \vec{F}_{BC} de la tige BC sur C .

Si on applique le PFD on a :

$$m_{CD} \cdot \vec{\gamma}_{CD} = \vec{F}_P/2 + \vec{F}_{BC} : \text{cette égalité est fautive car il y a l'effort au point } D, \text{ de la part de } DC'.$$

On préfère prendre :

$$[1] : m_{CC'} \cdot \vec{\gamma}_{CC'} = \vec{F}_P + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{B'C'}$$

cette relation se décompose en [4].

Par raison de symétrie, on a :

$$[2] : F_{BC,y} = F_{B'C',y}$$

$$[3] : F_{BC,x} = -F_{B'C',x}$$

$$[4] : m_{CC'} \cdot \gamma_{CC',x} = 0$$

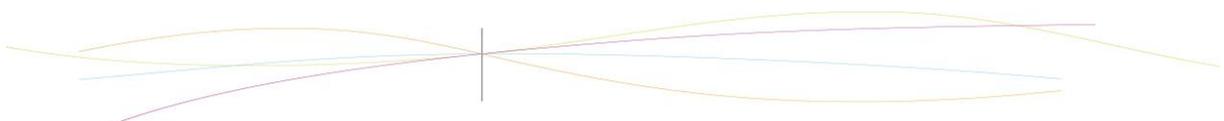
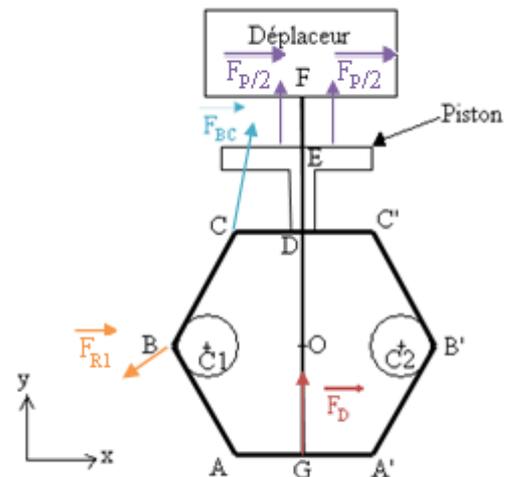
$$[5] : m_{CC'} \cdot \gamma_{CC',y} = F_P + 2 F_{BC,y}$$

Remarque : $\gamma_{CC',y}$ est fourni par la cinématique du système. F_P est fourni, aussi par l'évolution de pression, imposée.

Donc $F_{BC,y}$ est connu.

Attardons nous sur l'effort entre les barres BC et CD . La rotule est sans frottement. Y a-t-il un lien entre $\vec{F}_{BC,x}$ et $\vec{F}_{BC,y}$?

Soit la barre BC . Elle est soumise à $-\vec{F}_{BC}$ en C' et à un effort de la roue en B .



Le mouvement du centre de gravité donne : $m_{BC} \cdot \overrightarrow{\gamma_{BC,x}} = -\overrightarrow{F_{BC}} + \overrightarrow{F_{R1}}$

$\overrightarrow{F_{BC}}$ est l'effort de BC sur CD

F_{R1} est l'effort de la roue sur B

Soit [6] $m_{BC} \cdot \gamma_{BC,x} = -F_{BC,x} + F_{R1,x}$

[7] $m_{BC} \cdot \gamma_{BC,y} = -F_{BC,y} + F_{R1,y}$

Dans ces relations, on connaît les γ , mais il y a 3 inconnues :

$F_{BC,x}$ (sera connue par $\frac{d\omega_{BC}}{dt}$), $F_{R1,x}$ et $F_{R1,y}$ (connue par [7] et [5])

$\overrightarrow{F_{R1}}$ désigne l'effort de la roue, et non celui de AB.

Nota : On considèrera qu'au point B de la roue, il y a deux attaches : l'une pour la tige BC, l'autre pour la tige BA.

Il nous reste plus d'inconnues que d'équation, c'est pourquoi on fait appel au théorème du moment cinétique.

On détermine les efforts sur les articulations

$$G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \overrightarrow{BG} = \alpha \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{OG} = \alpha \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{v_G} = \alpha (\overrightarrow{v_C} - \overrightarrow{v_B}) + \overrightarrow{v_B}$$

2.4.2. A l'aide du théorème du moment cinétique

Forme générale : $\overrightarrow{\sigma_O} = \int_{solide} \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{v_M} dm$

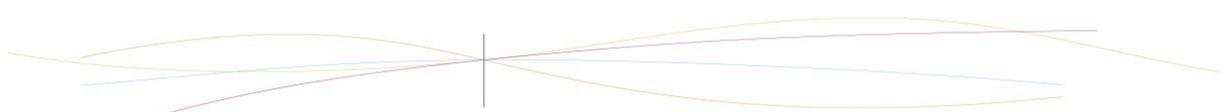
$$\frac{d\overrightarrow{\sigma_O}}{dt} = \overrightarrow{OP_1} \wedge \overrightarrow{F_{ext,1}} + \overrightarrow{OP_2} \wedge \overrightarrow{F_{ext,2}} + \dots$$

Le moment des forces extérieures est évalué par rapport à O :

$$\overrightarrow{\sigma_{BC/O}} = \int_{BC} \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{V_M} dm = \sum \overrightarrow{OM_i} \wedge \overrightarrow{V_{M_i}} dm_i$$

La position M_i est calculable.

Ici on a : $\overrightarrow{V_{M_i}} = \overrightarrow{v_B} + \omega_{BC} \wedge \overrightarrow{BM_i}$ avec ω_{BC} vitesse de rotation instantanée de la barre BC (vitesse angulaire instantanée).



$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ unique et commune pour tous les points de BC. L'angle θ est l'angle entre l'axe passant par O, et le vecteur OB. On a $\theta(t) = \omega \cdot t$ donc $\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t$ avec la vitesse de rotation constante.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{\sigma}_{BC/O} &= \sum \overrightarrow{OM}_i \wedge (\overrightarrow{V}_B + \overrightarrow{\omega}_{BC} \wedge \overrightarrow{BM}_i) dm_i \\
 &= -\overrightarrow{V}_B \wedge \sum \overrightarrow{OM}_i dm_i + \sum \overrightarrow{OM}_i \wedge (\overrightarrow{\omega}_{BC} \wedge \overrightarrow{BM}_i) dm_i \\
 &= -\overrightarrow{V}_B \wedge m \overrightarrow{OG} + \sum (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BM}_i) \wedge (\overrightarrow{\omega}_{BC} \wedge \overrightarrow{BM}_i) dm_i \\
 &= -\overrightarrow{V}_B \wedge m \overrightarrow{OG} + \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BM}_i) + \sum \overrightarrow{BM}_i \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BM}_i)
 \end{aligned}$$

$\sum \overrightarrow{BM}_i \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BM}_i) = \overrightarrow{\omega} J_B$ avec J_B moment d'inertie de la barre sur B

$$\begin{aligned}
 \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BM}_i) &= \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GM}_i)) = \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BG}) + \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{GM}_i) = \\
 &= \sum \overrightarrow{OB} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{BG})
 \end{aligned}$$

car $\sum \overrightarrow{GM}_i = \overrightarrow{0}$.

$$\frac{d\overrightarrow{\sigma}_{BC/O}}{dt} = \overrightarrow{OC} \wedge (-\overrightarrow{F}_{BC}) + \overrightarrow{OB} \wedge \overrightarrow{F}_{R1}$$

On fait le même procédé maintenant par rapport à un point mobile pour trouver une autre équation : B. On aura :

$$\overrightarrow{\sigma}_{BC/B} = \int_{BC} \overrightarrow{BM} \wedge \overrightarrow{V}_M dm$$

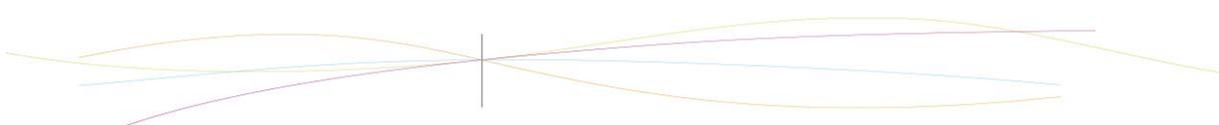
$$\frac{d\overrightarrow{\sigma}_{BC/B}}{dt} = \sum M^t Force_{/B} + \varepsilon$$

La tige BC peut faire un effort dans tous les sens : elle peut aussi bien appuyer selon la direction BC, que faire un effort dans la direction orthogonale. On désigne par $J_{B,BC}$ le moment d'inertie de BC par rapport à B. On applique l'équation du moment cinétique par rapport au point B. On désigne par G_1 le centre de gravité de BG.

$$\frac{d\overrightarrow{L}_B}{dt} = J_{B,BC} \frac{d\omega_{BC}}{dt} - M(\overrightarrow{\gamma}_{als,B} \wedge \overrightarrow{BG}_1 + \overrightarrow{V}_{als,B} \wedge \overrightarrow{V}_{als,G1}) = \overrightarrow{W}_{F_{ext}/B} - M \overrightarrow{V}_{als,B} \wedge \overrightarrow{V}_{als,G1}$$

$$\Leftrightarrow J_{B,BC} \frac{d\omega_{BC}}{dt} = M \overrightarrow{\gamma}_{als,B} \wedge \overrightarrow{BG}_1 + \overrightarrow{W}_{F_{ext}/B}$$

$$\Leftrightarrow J_{B,BC} \frac{d\omega_{BC}}{dt} = M \begin{pmatrix} \gamma_{B,x} \\ \gamma_{B,y} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} BG_{1,x} \\ BG_{1,y} \\ 0 \end{pmatrix} + \overrightarrow{W}_{F_{ext}/B} = M(\gamma_{B,x} BG_{1,y} - \gamma_{B,y} BG_{1,x}) + \overrightarrow{W}_{F_{ext}/B}$$



Le $\vec{W}_{F_{ext}/B}$ est $\vec{BC} \wedge (-\vec{F}_{BC}) = \begin{pmatrix} BC_x \\ BC_y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_{BC,x} \\ -F_{BC,y} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -BC_x F_{BC,y} + BC_y F_{BC,x} \end{pmatrix}$

Soit $J_{B,BC} \frac{d\omega_{BC}}{dt} = M(\gamma_{B,x} B G_{1,y} - \gamma_{B,y} B G_{1,x}) - BC_x F_{BC,y} + BC_y F_{BC,x}$

Dans cette relation, on connaît : $\frac{d\omega_{BC}}{dt}; \gamma_{B,x}; B G_{1,y}; B G_{1,x}; BC_x; BC_y$.

On peut en déduire $F_{BC,x}$. On introduit $F_{BC,x}$ dans [6] et on en déduit $F_{R1,x}$

Vérification de F_{R1} :

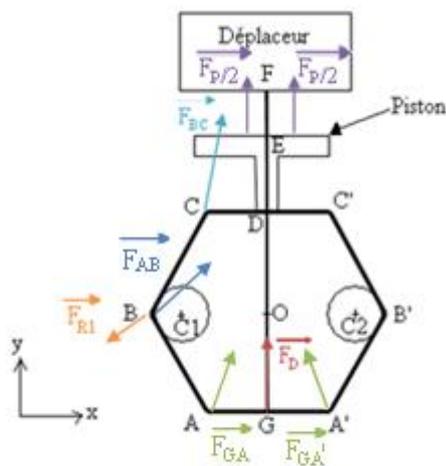
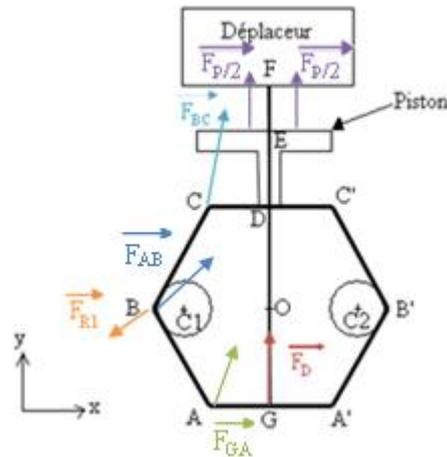
On reprend l'équation du moment cinétique, mais par rapport au point C, on a :

$J_C \frac{d\omega_{BC}}{dt} = M \vec{\gamma}_{Cis,C} \wedge \vec{CG}_1 + \vec{W}_{F_{ext}/C}$ soit $M \begin{pmatrix} \gamma_{C,x} \\ \gamma_{C,y} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} CG_{1,x} \\ CG_{1,y} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{R1,x} \\ F_{R1,y} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} CG_{1,x} \\ CG_{1,y} \\ 0 \end{pmatrix}$

[8] : $J_{B,BC} \frac{d\omega_{BC}}{dt} = M(\gamma_{C,x} CG_{1,y} - \gamma_{C,y} CG_{1,x}) + (F_{R1,x} CG_{1,y} - F_{R1,y} CG_{1,x})$

Conclusion : on peut vérifier la justesse du calcul de $F_{R1,x}, F_{R1,y}$ par [8].

On étudie le mouvement de BA : les efforts qui sont appliqués sont \vec{F}_{AB} et \vec{F}_{GA} .

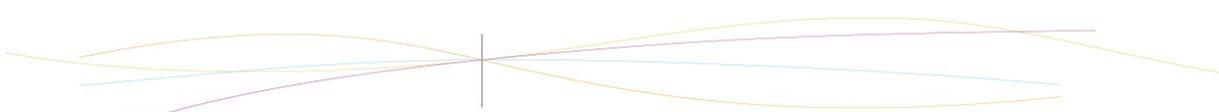


Examinons la barre AA', sur laquelle sont appliqués $-\vec{F}_{GA}; -\vec{F}_{GA'}$ et \vec{F}_D

Le mouvement de cette barre est simple puisque F_D est une grandeur connue, imposée par le déplaceur. La masse de la barre AA' et de la tige GF, et du déplaceur est : $m_2 = m_{AA'} + m_{GF} + m_{déplaceur}$

On a [9] : $m_2 \vec{\gamma}_G = \vec{F}_D - \vec{F}_{GA} - \vec{F}_{GA'}$ ce qui se décompose suivant x et y :

[10] : $m_2 \gamma_{G,x} = 0$ car $-F_{GA,x} = +F_{GA',x}$



[11] : $m_2 \gamma_{G_2,y} = F_D - 2 F_{GA,y}$ car $F_{GA,y} = +F_{GA',y}$

De la relation **[11]**, on déduit $F_{GA,y}$ car on connaît $\gamma_{G_2,y}$ de par la cinématique, et F_D est connu (imposé) donc $F_{GA,y}$ est connu.

Revenons à la barre AB, on a :

$m_{AB} \overrightarrow{\gamma_{AB}} = \overrightarrow{F_{AB}} + \overrightarrow{F_{GA}}$, soit en projection

[12] $m_{AB} \gamma_{G_2,x} = F_{AB,x} + F_{GA,x}$

[13] $m_{AB} \gamma_{G_2,y} = F_{AB,y} + F_{GA,y}$

La cinématique permet de connaître $\gamma_{G_2,x}$ et $\gamma_{G_2,y}$. On connaît $F_{GA,y}$, donc par **[13]** on connaît $F_{AB,y}$.

Pour trouver $F_{AB,x}$, on applique l'équation de moment cinétique au point A, on a :

$$J_{A,AB} \frac{d\omega_{AB}}{dt} = M_{AB} \overrightarrow{\gamma_{A|s,A}} \wedge \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{W_{F_{ext}/A}} = J_{A,AB} \frac{d\omega_{AB}}{dt} = M_{AB} \overrightarrow{\gamma_{A|s,A}} \wedge \overrightarrow{AG_2} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{F_{AB}}$$

$$= M_{AB} \begin{pmatrix} \gamma_{A,x} \\ \gamma_{A,y} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} AG_{2,x} \\ AG_{2,y} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} AB_x \\ AB_y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_{ABx} \\ F_{ABy} \\ 0 \end{pmatrix}$$

[14] : $J_{A,AB} \frac{d\omega_{AB}}{dt} = M_{AB} (\gamma_{A,x} AG_{2,y} - \gamma_{A,y} AG_{2,x}) + (AB_x F_{ABy} - AB_y F_{ABx})$

Dans cette relation **[14]**, F_{ABx} et F_{ABy} sont inconnus, mais F_{ABy} est connu de $F_{AB,y}$, et on connaît aussi tous les autres termes. Donc F_{ABx} est connu.

Calcul du couple appliqué au disque :

On connaît le point d'application des efforts qui sont appliqués au disque donc le couple qu'ils développent est :

[15] : $c_p = \overrightarrow{C_1 B_1} \cdot (-\overrightarrow{F_{AB}} - \overrightarrow{F_{R1}})$

Estimation de la justesse des calculs :

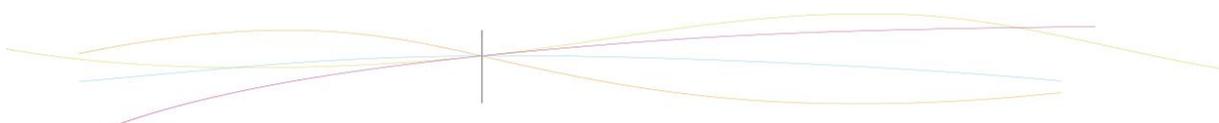
En calculant le travail créé par le couple lorsque le piston aura fait un aller-retour, on devrait avoir égalité du travail du piston et de celui de la roue. Une différence ne peut venir que des procédés d'estimation des accélérations, et vitesse angulaire.

Estimation des vitesses et accélération :

On dispose de la position des points pour chaque valeur de θ .

Soit $(x_A, y_A)(\theta)$ la vitesse du point A est par définition

$$\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} = \frac{\overrightarrow{OA}(t + dt) - \overrightarrow{OA}(t)}{dt}$$



[16] : $\vec{OA}(t + dt) = \vec{OA}(t) + \vec{v}_A dt + \frac{\vec{\gamma}_A}{2} dt^2 + \frac{d^3\vec{OA}}{dt^3} \frac{1}{6} dt^3 + \dots$ avec $\vec{v}_A = \frac{d\vec{OA}}{dt}$

Mais on a aussi :

[17] : $\vec{OA}(t - dt) = \vec{OA}(t) - \vec{v}_A dt + \frac{\vec{\gamma}_A}{2} dt^2 - \frac{1}{6} \frac{d^3\vec{OA}}{dt^3} dt^3$

Donc par différence on a : **[16]-[17]** : $\vec{OA}(t + dt) - \vec{OA}(t - dt) = 2 \vec{v}_A dt + \frac{1}{3} \frac{d^3\vec{OA}}{dt^3} dt^3$

On peut donc prendre cette approximation à l'ordre 2 de la vitesse :

$\vec{v}_A(t) = \frac{\vec{OA}(t+dt) - \vec{OA}(t-dt)}{2 dt}$ en terme de valeur de θ .

A θ on associe t , et à $\theta + \Delta\theta$ on associe $t + \Delta t$ avec $\Delta\theta = \omega \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega}$

Et on a $\vec{v}_A(t)$ qui devient $\vec{v}_A(\theta) = \frac{[\vec{OA}(\theta + \Delta\theta) - \vec{OA}(\theta - \Delta\theta)]}{2 \Delta\theta} \omega$ **[18]**

Pour l'accélération, si on fait la somme de **[16]** et **[17]**, on a

$\vec{OA}(t + dt) + \vec{OA}(t - dt) = 2\vec{OA}(t) + \vec{\gamma}_A dt^2 + o dt^4$

$\Rightarrow \vec{\gamma}_A = \frac{1}{dt^2} (\vec{OA}(t + dt) + \vec{OA}(t - dt) - 2\vec{OA}(t))$

On traduit ces grandeurs d'accélération, qui actuellement sont fonctions du temps en grandeur dépendant de θ .

[19] $\vec{\gamma}_A(t) \rightarrow \vec{\gamma}_A(\theta) = \frac{(\vec{OA}(\theta + \Delta\theta) + \vec{OA}(\theta - \Delta\theta) - 2\vec{OA}(\theta))}{\Delta\theta^2} \omega^2$

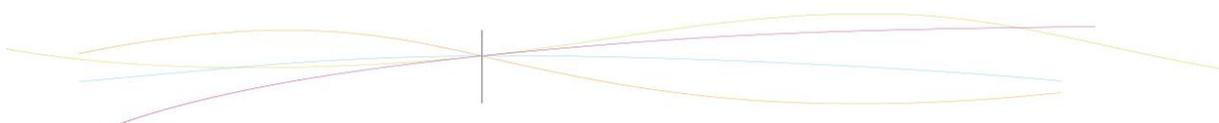
La feuille « Rhombique » possède les coordonnées des points A,B,C,D,E.

1. Il faut compléter avec les points G.
2. Pour les calculs des vitesses et accélérations :
 - Il faut introduire ω (une ligne à mettre)
 - Il n'y a pas de difficulté à faire les calculs de la formules

[19], tant que les valeurs de θ diffèrent de la valeur 0 et 360, car on dispose des valeurs antérieures et postérieures de θ .

Pour $\theta = 0$, la valeur antérieure est $\theta = 350$ degrés, si on a pris un pas de $\Delta\theta$ de 10 degrés. Si le pas est de 1 degré, la valeur antérieure est 359° et cette valeur se trouve loin dans la feuille. Ce procédé, d'utiliser la feuille est mal adaptée. Il faut passer par une programmation sous Visual Basic, ce qui rend les choses beaucoup plus faciles.

Concernant les calculs des vitesses angulaires et des accélérations angulaires des barres, prenons l'exemple de la barre AB en mouvement ; la vitesse de B est liée à la vitesse de A par :



[20] $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}$ et donc $\vec{\gamma}_B = \vec{\gamma}_A + \frac{d\omega}{dt} \wedge \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}_B - \vec{v}_A)$ **[21]**

On a calculé les vitesses de A et B, donc **[20]** donne $\vec{\omega}$:

On a : $\vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} v_{BAx} \\ v_{BAy} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} AB_x \\ AB_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega AB_y \\ \omega AB_x \\ 0 \end{pmatrix}$ **[22]**

Donc ω est au choix, calculé par

[22a] $\omega = \frac{-v_{BAx}}{AB_y}$ ou $\omega = \frac{v_{BAy}}{AB_x}$ **[22b]**

En fait, on dispose de $v_{BAx,y}$ et de $AB_{x,y}$ sur des valeurs discrètes de θ . ω est lui calculé aussi sur des valeurs discrètes. Pour $\frac{d\omega}{dt}$, on utilise **[21]** :

[23] $\vec{\gamma}_B - \vec{\gamma}_A - \vec{\omega} \wedge (\vec{v}_B - \vec{v}_A) = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \end{pmatrix} = \frac{d\omega}{dt} \wedge \overrightarrow{AB}$ (c'est de la forme de **[22]**)

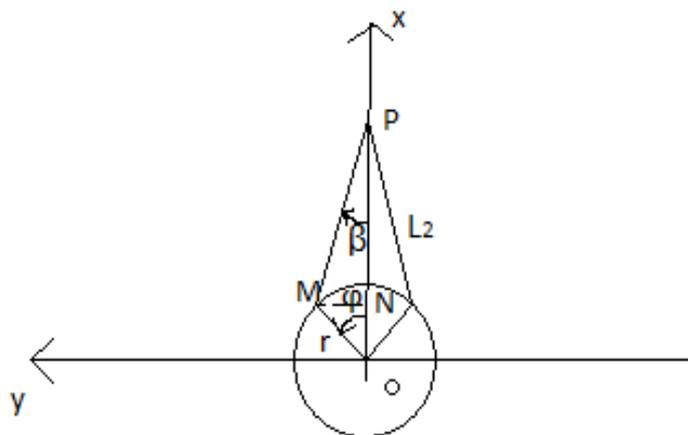
D'où $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{U_x}{AB_y}$ ou $\frac{d\omega}{dt} = \frac{U_y}{AB_x}$ **[24]**

Là encore, on calcule ω et $\frac{d\omega}{dt}$ en un point défini par A, et donc on a

[22a] $\omega(\theta) = -\frac{v_{BAx}}{AB_y}$ ou $\omega(\theta) = \frac{v_{BAy}}{AB_x}$ **[22b]**

Pour l'accélération, on a **[24]**, on a $\frac{d\omega}{dt}(\theta)$: application directe de **[24]**, où là encore on dispose seulement de $U_x; U_y; AB_x; AB_y$ sur des valeurs discrètes (voir ANNEXE 2).

2.5. Détermination des variations de volume et de pression



extrémités du piston et du déplaceur.

Feuille « données »

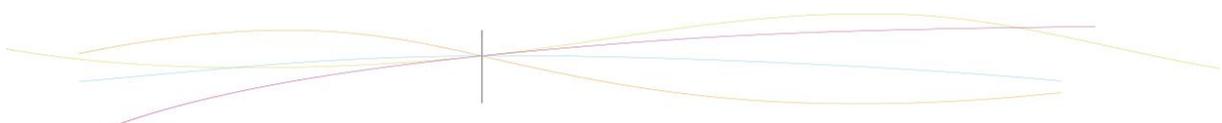
$\begin{cases} \sin \beta = MN/l2 \\ MN = r * \sin \phi \end{cases} \leftrightarrow \sin \beta = r * \sin \phi / l2$

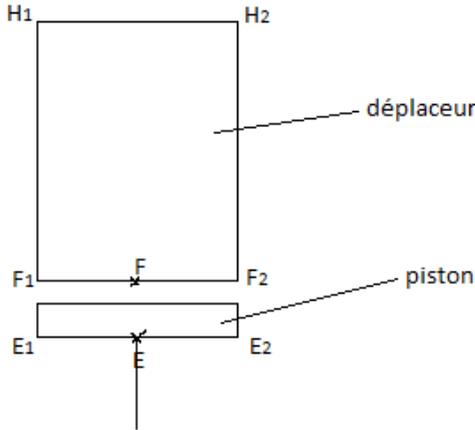
xpiston = ON + NP = r * cos phi + l2 * cos beta

Modifications apportées à la version 5 du classeur embiillage :

Feuille « Rhombique »

Les points E1, E2, F1, F2, H1 et H2 permettent de représenter les





Grandeurs : extension $E1E2=F1F2=H1H2$, extension $F1H1$ (hauteur du déplaceur).

Ces deux grandeurs ont été mises dans la feuille « Données-géo » créée pour l'occasion.

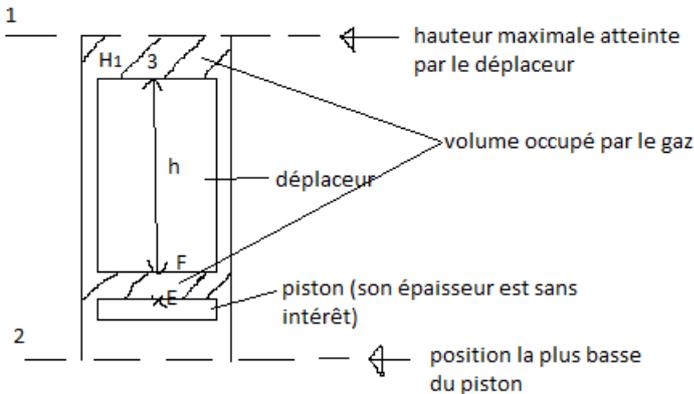
Feuille « Dessin 1 »

Afin d'évaluer la longueur de la tige du déplaceur qu'il faut donner, la distance GE a été évaluée au cours du mouvement. (colonne AA) Il faut que la longueur de cette tige soit plus grande que la distance maximale de GE. Cette distance maximale

est calculée dans la colonne AB. La valeur finale est en bas de colonne. Cette valeur finale permet de donner une valeur cohérente à la valeur de l2 (feuille rhombique, ligne 7). Il est alors possible de vérifier que la distance EF (entre le piston et le bas du déplaceur) est toujours positive. C'est ce qui est fait dans la colonne AC et un graphe permet de visualiser cela.

Ensuite, on cherche à évaluer les volumes occupés par le gaz.

Pour cela, on détermine l'altitude qu'atteint le sommet du déplaceur dans son mouvement.

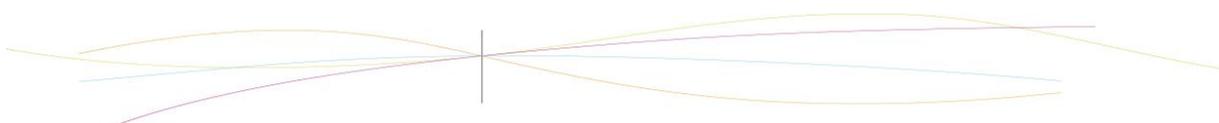


Le schéma précédent montre la hauteur maximale du déplaceur (ligne en tirets 1), et la position la plus basse du piston (ligne en tirets 2). A un instant donné le déplaceur et le piston sont dans une position comme indiqué sur le schéma. On peut donc connaître le volume-hauteur-de gaz. C'est la distance entre le piston et la ligne 1, diminuée de la hauteur du déplaceur. Son calcul

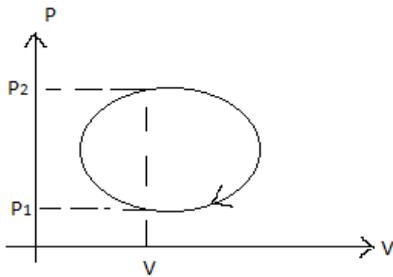
est donné d'après la ligne 1, ou plutôt son altitude, et la valeur maximale de H1. La valeur est calculée en colonne AD. La ligne 2 est évaluée en colonne AE. On en déduit la hauteur maximale occupée par le gaz, colonne AF.

Par la suite, on cherche à connaître la distance entre le haut du déplaceur(point H1) et la ligne 1 (hauteur maximale atteinte par le haut du déplaceur). C'est le contenu des colonnes AG et AH. Cette hauteur correspond à la zone hachurée du schéma, notée 3. Ensuite, disposant de cette hauteur, et de la distance EF, on peut calculer le volume-la hauteur de gaz. C'est le contenu de la colonne AI.

Ensuite, nous avons indiqué, que dans le diagramme (Pression, volume), diagramme de Clapeyron, à un volume donné pouvait correspondre 2 niveaux de pression, (P1 ou P2)



selon le schéma ci-dessous, et que la distinction était faite, à l'aide du sens de l'évolution du volume.



Si on est en phase de compression, alors il s'agit de P1. Au contraire, en phase de détente il s'agit de P2. Il y a donc la colonne A3, qui détermine s'il s'agit de compression ou de détente. Le principe est simple : on compare le volume à un instant donné (contenu de la colonne A1) occupé par le gaz à celui qu'il occupait précédemment. Ensuite, il s'agit de déterminer le volume minimal occupé par le gaz. Pour cela, on exploite la colonne A1 qui donne les volumes du gaz au

cours du mouvement et on extrait la valeur minimale. Cette valeur est en bas de colonne. Ainsi il est possible de connaître le taux de détente du gaz, puisque c'est le rapport entre le volume occupé à un instant et ce volume minimal. Le résultat est en colonne AN.

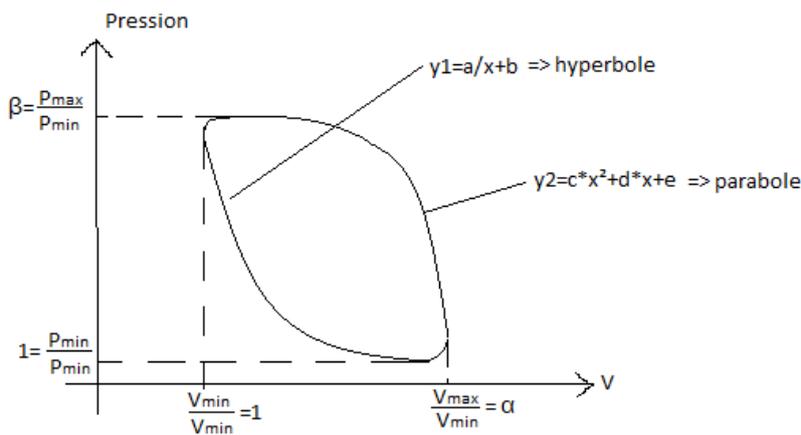
A l'aide de ce rapport de détente, on sait s'il s'agit d'une compression ou d'une détente, il devient possible de connaître la pression P1 ou P2. Ceci n'a pas été fait.

Sur la feuille dessin 1, le dessin animé est complété. Les lignes de couleur verte représentent le déplaceur. La technique déjà mise en place a été appliquée pour le mouvement du piston et des bielles : on trouve ainsi le groupe de données concernant les coordonnées des points G,F,F1,F2,H2,H1 en ligne 378 à 384. Le dessin est établi sur ces données et ces données sont actualisées par chaque clic sur le bouton d'animation (qui lui-même est déclenché par activation du bouton userform1. Les coordonnées des points G,F,F1... des lignes 378 à 384 sont celles que l'on trouve dans cette même feuille, en colonne MN et autres .

En fin de compte, on peut vérifier s'il n'y a pas une erreur dans la géométrie.

La feuille « champ-pression »

Elle a été créée pour donner un exemple d'évolution de pression en fonction du volume. Actuellement, on ne peut pas affirmer que cela soit réaliste, car nous n'avons pas de résultats expérimentaux, et nous n'avons pas établi de modèle thermodynamique du moteur. Disons que le graphe est établi avec des valeurs raisonnables.



$(dy/dx)|_1 = 0 \Rightarrow 2*x*c + d = 0$,
 pente nulle en $x=1$.

De façon à vérifier les résultats, les 2 fonctions sont tracées en fonction de X.

Courbe y1 : $a/x + b$

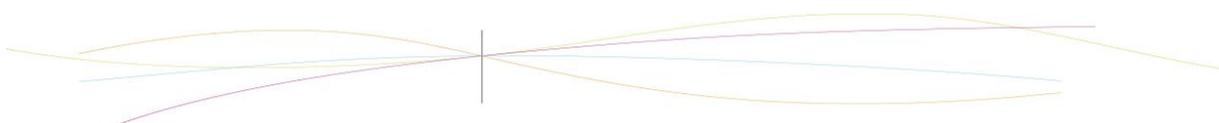
$x=1, y=\beta \Rightarrow \beta = a + b$ (1)

$x=\alpha, y=1 \Rightarrow 1 = a/\alpha + b$ (2)

$(1)-(2) \Rightarrow \beta - 1 = a*(1 - 1/\alpha)$
 $\Rightarrow a = (\beta - 1) * \alpha / (\alpha - 1)$

Or $b = \beta - a \Rightarrow b = \beta - (\beta - 1) * \alpha / (\alpha - 1)$

Donc $b = (\alpha - \beta) / (\alpha - 1)$



Courbe y2:

$$x=1 \Rightarrow \beta=c+d+e$$

$$x= \alpha \Rightarrow 1=c \cdot \alpha^2+d \cdot \alpha+e$$

$$\text{pente en } x=1 \text{ nulle} \Rightarrow 2 \cdot c+d=0 \Rightarrow \boxed{d=-2c}$$

on injecte ce résultat dans les deux équations du dessus :

$$\begin{cases} \beta = c - 2c + e \\ 1 = c\alpha^2 + \alpha(-2c) + e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = -c + e \\ 1 = c(\alpha^2 - 2\alpha) + e \end{cases}$$

$$\beta - 1 = -c - c(\alpha^2 - 2\alpha) = -c(1 + \alpha^2 - 2\alpha)$$

$$\boxed{c = 1 - \beta / (1 + \alpha^2 - 2\alpha)}$$

$$\boxed{e = \beta + c}$$

Bilan : Par la feuille « Dessin1 », on dispose du rapport de détente, ce rapport prend une valeur maximale, il faut utiliser cette valeur dans la feuille « champ pression » pour avoir les bons coefficients des fonctions y1 et y2 qui définissent la pression.

Il faut maintenant donner des masses et inerties aux bielles, piston et déplaceur. Prenons le titane dont la masse volumique est de 4700 kg/ m3.

Bielles prises comme des tiges pleines : leurs longueurs sont déjà données (l1,l2...), leur diamètre ne l'est pas. Il faut le déterminer sachant qu'il n'y a pas beaucoup d'efforts.

Pour le déplaceur, prendre une coque (creux) d'une épaisseur d'environ 0.5mm par ex.

Il faut un diamètre pour le piston, à voir avec la grandeur E1E2 (feuille « données-géo ») qui est utilisée dans l'animation. En regardant l'animation, on peut voir si c'est probable ou harmonieux.

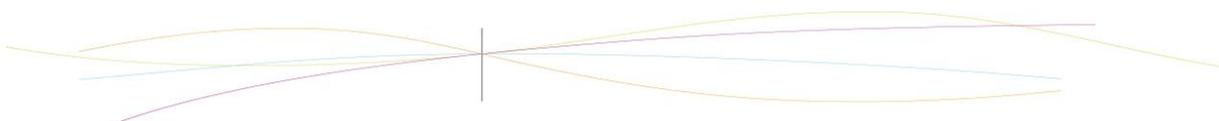
Il faudrait maintenant effectuer le calcul des masses des différentes pièces. Enfin, il faudra également déterminer des inerties pour chacune des pièces.

3. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

À l'aboutissement de ces travaux, nous pouvons recueillir deux conclusions.

D'une part le bon travail de groupe repose sur des valeurs essentielles que sont la présence aux séances de projet, la ponctualité, la réflexion et la motivation de chacun des membres. Sans ces critères, le projet devient inintéressant et infructueux. En tant qu'élèves-ingénieurs, nous nous devons de bien comprendre ce principe, puisque la gestion de projet est un domaine permanent dans notre future carrière.

D'autre part, l'étude de la cinématique du moteur Stirling de type Bêta a été très instructive, et nous sera certainement utile pour notre formation dans le cycle ingénieur l'an prochain, surtout pour ceux envisageant la spécialité « mécanique » ou « énergétique et propulsion ».



4. BIBLIOGRAPHIE

Support papier:

Ringbom Stirling Engines de James R. Senft Oxford University Press 1993

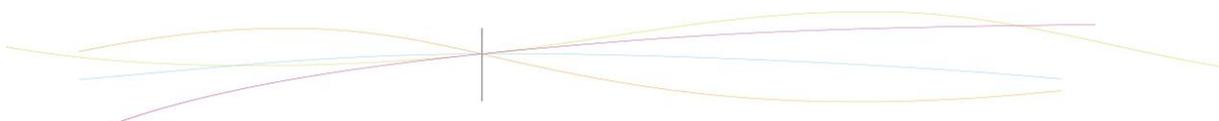
Support informatique:

<http://www.moteurstirling.com/biblio.php>

<http://francois.reveille.pagesperso-orange.fr> (animations)

<http://leakystirling.free.fr/>

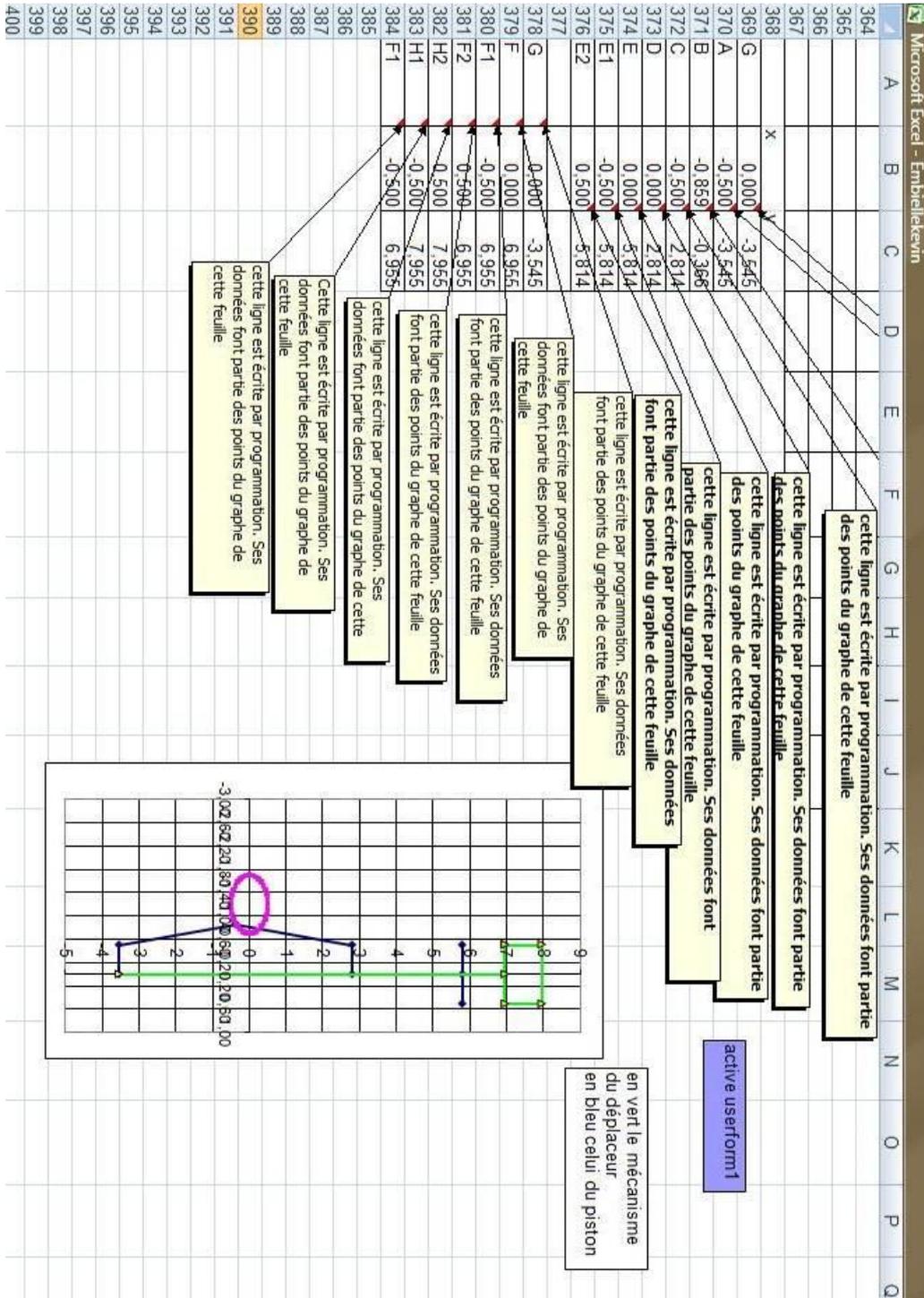
http://fr.ekopedia.org/Moteur_Stirling



5. ANNEXES

5.1. Documentation technique

Annexe 1 (cinématique)



Listings des programmes réalisés

Extrait de programme (calcul des efforts)

```
Public Function F_BA_y(p1, p2) As Double
'p1=accé BCy p2=FGAy
F_BA_y = m_AB * p1 - p2

End Function
!*****

Public Function F_AB_x(p1, p2, p3, p4, p5, p6, p7, p8) As Double

'p1= ABx p2=acc ang de AB p3=acc Ax p4=AG2y p5= acc ay p6=ag2x p7=ABx
p8=FABx
F_AB_x = -1 / p1 * (j_AB * p2 - m_AB * (p3 * p4 - p5 * p6) - p7 * p8)
End Function

Sub char_var()
Dim ish_2 As Integer, i As Integer

ish_2 = rech_sh("Masse_inertie")
m_BC = Sheets(ish_2).Cells(15, 2)
m_CCp = Sheets(ish_2).Cells(16, 2)
m_AAp = Sheets(ish_2).Cells(13, 2)
m_AB = Sheets(ish_2).Cells(14, 2)
m_dép = Sheets(ish_2).Cells(19, 2)
m_GF = Sheets(ish_2).Cells(18, 2)

j_BC = Sheets(ish_2).Cells(25, 2)
j_CCp = Sheets(ish_2).Cells(26, 2)
j_AAp = Sheets(ish_2).Cells(23, 2)
j_AB = Sheets(ish_2).Cells(24, 2)
End Sub
!*****
```

