

Visualisation numérique d'écoulements multiphasiques

Étudiants :

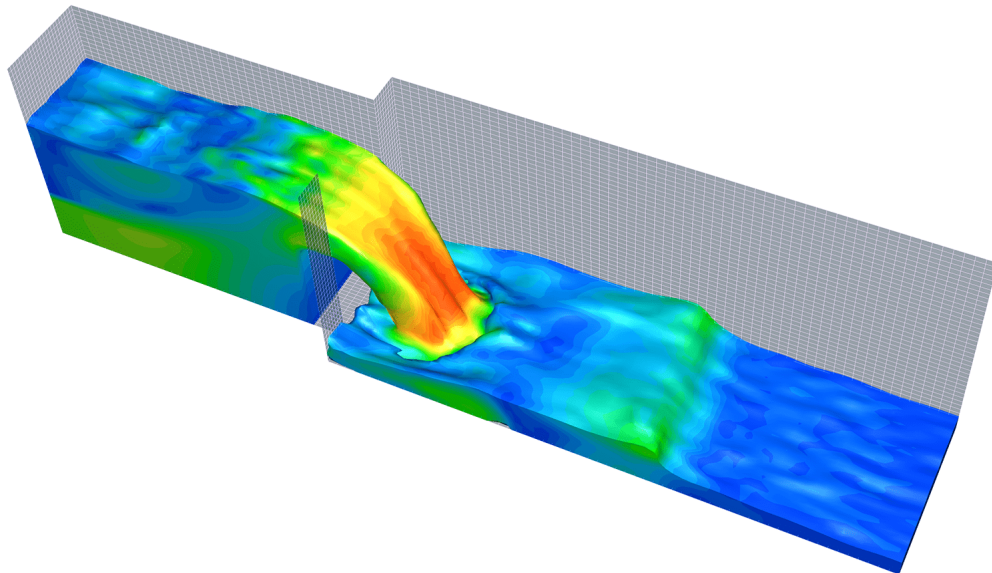
Paul AUGÉUL

Chaimaa DANNANE

Hugo MERELLE

Kathelle SAINTILAN

Enseignant-responsable du projet : Mostafa Safdari Shadloo



Date de remise du rapport : 15/06/2020

Référence du projet : STPI/P6/2020 – 26

Intitulé du projet : Visualisation numérique d'écoulements multiphasiques

Type de projet : Bibliographie/ Calcul Numérique

Objectifs du projet :

Dans ce projet, nous avons essayé d'assimiler les différentes équations de Navier Stokes pour appréhender et mieux visualiser le comportement des fluides multiphasiques en utilisant des outils numériques de calcul et en interprétant des représentations graphiques.

Mots-clés du projet :

- Analyse
- Fluide
- Multiphase
- Tension de surface

INSA *BLEU* INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE ROUEN
DÉPARTEMENT SCIENCES ET TECHNIQUES POUR L'INGÉNIEUR
685 AVENUE DE L'UNIVERSITÉ BP 08 - 76801
SAINT-ÉTIENNE-DU-ROUVRAY
TÉL : +33 2 32 95 66 21 - FAX : +33 2 32 95 66 31

Table des matières

1	Introduction	3
2	Les équations de Navier- Stokes	3
2.1	L'équation de conservation de la masse	4
2.2	L'équation de bilan de la quantité de mouvement	5
2.3	Équation de bilan de l'énergie	7
2.3.1	Énoncé	7
2.3.2	Loi de conservation de l'énergie cinétique	8
2.3.3	Equation de Bernoulli	9
3	Tension superficielle	10
3.1	Définition	10
3.2	Exemple	11
3.3	Conséquences expérimentales	11
3.4	Notion de mouillabilité	12
4	Les différentes méthodes de résolution	12
4.1	La notion d'interface	13
4.2	La méthode VOF	13
4.2.1	Principe de la méthode	14
4.2.2	Interprétation géométrique	14
4.2.3	Caractéristiques de la méthode VOF	15
4.3	La méthode des surfaces de niveau	16
5	Quelques applications sur ANSYS	17
5.1	Premier application : Elbow	17
5.1.1	Problème	17
5.1.2	Résolution	18
5.2	Deuxième application : Base de VOF	21
5.2.1	Description du problème	22
5.2.2	Résolution du problème	23
5.2.3	Interprétation	25
6	Conclusion	26

1 Introduction

Ce projet, qui est une initiation à la conduite des projets en groupe, est une étape essentielle dans l'apprentissage du métier d'ingénieur. Il combine ainsi recherches sur des sujets scientifiques et prise d'initiative du groupe. Les étudiants se doivent de travailler en coordination avec leur enseignant et organiser la répartition des tâches. Au delà du côté scientifique avancé de ce projet, nous sommes donc confrontés à apprendre à évoluer au sein d'un groupe de travail. Nous n'avons d'autre choix que d'être organisés et d'être capables d'assurer une bonne communication à travers tous les membres du groupe.

Notre projet nommé « Numerical simulation of multiphase flow » porte sur la visualisation numérique d'écoulements multiphasiques.

La première partie de ce projet se constitue essentiellement de recherches concernant les équations de Navier-Stokes, puis les différentes méthodes de suivi des mouvements des fluides. Dans le cadre de cette partie, nous devons uniquement nous documenter pour être en mesure de pouvoir comprendre le fonctionnement et la mécanique physique derrière toute visualisation numérique d'un quelconque écoulement.

La deuxième partie de ce projet se compose donc des différentes simulations numériques que nous avons pu réaliser à l'aide du logiciel ANSYS, pouvant ainsi mettre en pratique et observer ce que nous avons compris théoriquement du suivi des mouvements des fluides. Toutefois l'utilisation de ce logiciel reste complexe et nous ne sommes pas parvenus à résoudre un problème de nous-mêmes.

2 Les équations de Navier- Stokes

La fonction principale des sciences naturelles est de décrire la réalité le plus précisément possible afin de mieux comprendre les phénomènes naturels. Dans les sciences de l'ingénieur, la recherche a pour but de développer de nouveaux produits et d'optimiser les produits existants.

Dans le passé, il y a eu deux approches dans le domaine des sciences : l'approche expérimentale et l'approche théorique. Avec l'invention de l'ordinateur, une nouvelle approche est apparue : la simulation numérique. Les équations mathématiques qui décrivent le monde physique avec une précision raisonnable sont généralement si complexes qu'il n'est plus possible d'obtenir des solutions analytiques.

La mécanique des fluides numérique est l'analyse des systèmes impliquant l'écoulement des fluides, le transfert de chaleur et les phénomènes associés au moyen de la simulation sur ordinateur. De nos jours, les expériences coûteuses

sont de plus en plus souvent remplacées par des simulations sur ordinateur. De plus, la simulation permet d'examiner des processus qui ne peuvent pas être testés expérimentalement.

La pièce maîtresse du calcul de la dynamique des fluides est constituée par les équations fondamentales qui régissent la mécanique des fluides, à savoir les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qui relèvent de la physique. Elles sont des énoncés mathématiques de trois principes physiques fondamentaux sur lesquels toute la mécanique des fluides est basée :

- la conservation de la masse
- la conservation de la quantité de mouvement ($\sum F = ma$: la deuxième loi de Newton)
- la conservation de l'énergie (1ère loi de la Thermodynamique)

Dans ce chapitre, on énonce les 3 équations de Navier-Stokes en identifiant les différents termes et formules mathématiques qui les régissent.

2.1 L'équation de conservation de la masse

La première équation de Navier-Stokes est l'équation de conservation de la masse, aussi appelée équation de continuité, on la trouve sous deux formes :

$$\text{Sa forme eulérienne : } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \text{ ou } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0$$

$$\text{Sa forme Lagrangienne : } \frac{D\rho}{Dt} = 0$$

Avec :

t : le temps (s)

ρ : masse volumique ($kg.m^{-3}$)

V : vitesse eulérienne d'une particule ($m.s^{-1}$)

On pose l'opérateur $\frac{D}{Dt}$ comme la dérivée particulaire.

Ainsi pour des fluides comme les liquides, dits incompressibles, leur masse volumique étant constante on a alors :

$$\frac{d\rho}{dt} = 0$$

Et donc

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0$$

$$\rho \cdot \text{div}(V) = 0$$

$$\text{div}(V) = 0$$

Donc pour les fluides incompressibles, l'équation de continuité est de la forme : $div(V) = 0$

Ce qui signifie que la divergence de la vitesse est nulle dans un fluide incompressible.

Revenons sur l'origine de cette équation. Posons $\Omega(t)$ le volume à l'instant t d'un ensemble de particules que l'on suit dans leur mouvement. Le nombre de particules étant constant, la masse du système $m(t)$ l'est aussi.

Ainsi, on a :

$$\frac{Dm(t)}{Dt} = 0 \text{ (formulation eulérienne)}$$

Or la masse volumique d'une substance au point M est définie par :

$$\rho = \frac{\delta m}{\delta V}$$

Avec :

δV : le volume infinitésimal entourant M

δm : la masse infinitésimale de la portion de substance occupant δV

D'où

$$m(t) = \int_{\Omega(t)} \rho(X, t) dX$$

Or comme $m(t)$ est constante, on écrit alors l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega(t)} \rho(X, t) dX = 0$$

D'après la définition de la dérivée particulaire, on obtient :

$$\int_{\Omega(t)} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) \right) dX = 0$$

Cette équation étant vraie pour tout t et pour n'importe quel ensemble de particules $\Omega(t)$, on en déduit donc l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0$$

2.2 L'équation de bilan de la quantité de mouvement

En mécanique des fluides, cette équation découle du principe fondamental de la dynamique (PFD) appliqué à un fluide.

Rappelons la formule du PFD :

$$\sum (\vec{F}) = m \cdot \vec{a}$$

On cherche donc à identifier chaque terme dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement. De manière générale on a :

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\bar{\tau}} + \rho \vec{f} \quad (1)$$

$$\begin{array}{ll} \rho : \text{masse volumique (kg.m}^{-3}\text{)} & t : \text{temps (s)} \\ \vec{v} : \text{vitesse d'une particule (m.s}^{-1}\text{)} & \vec{f} : \text{résultante des forces massique (N.kg}^{-1}\text{)} \\ p : \text{pression du système (Pa)} & \vec{\bar{\tau}} : \text{tenseur de contrainte (Pa)} \end{array}$$

L'opérateur \otimes représente le produit dyadique : ce produit vectoriel entre deux vecteur ($\in \mathbb{R}^n$) peut s'exprimer aussi :

$$\vec{u} \otimes \vec{v} = \vec{u} \times \vec{v}^t$$

De plus rappelons la définition de l'opérateur $\vec{\nabla}$, il représente ici le gradient :

$$\vec{\text{grad}} f = \vec{\nabla} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \quad \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

Lorsque l'on factorise le membre de gauche par ρ on obtient

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = \underbrace{\rho}_m \underbrace{\left(\frac{\partial(\vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \otimes \vec{v}) \right)}_a$$

On fait donc facilement le parallèle avec une partie du principe fondamental de la dynamique. Il faut donc maintenant essayer de relier le membre de droite avec $\sum \vec{F}$. Pour cela on va donc étudier deux cas distincts :

- Les fluides parfaits
- Les fluides réels

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait si l'on néglige les effets de viscosité (force de frottement dans la deuxième loi de Newton). Dans ce cas, son mouvement est décrit par les équations d'Euler. Dans cette partie, nous allons nous intéresser à la formulation eulérienne de l'équation de quantité de mouvement dans un référentiel fixe :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \otimes \vec{v}) \right) = -\vec{\nabla} p + \rho g$$

On remarque donc que le terme $\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}$ a disparu. On peut donc en déduire que le tenseur de contrainte représente les forces de frottement visqueux. On remarque aussi que la résultante des forces massique (\vec{f}) est devenu g (la gravité) dans notre référentiel. On en déduit que ρg représente les forces de pesanteur. Il nous reste le terme $-\vec{\nabla} p$ qui représente les forces de pression.

Si on étudie maintenant un fluide réel, on peut représenter ses mouvements à l'aide la formulation générale (1). Or les contraintes visqueuses, représentées par $\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}$, peuvent aussi s'écrire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} = \mu \vec{\nabla}^2 v$$

Avec μ : la viscosité dynamique (Pa.s)

Donc au final on obtient l'équation :

$$\underbrace{\rho}_m \underbrace{\left(\frac{\partial(\vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \otimes \vec{v}) \right)}_a = \underbrace{-\vec{\nabla} p}_{\vec{F} \text{ de Pression}} + \underbrace{\mu \vec{\nabla}^2}_{\vec{F} \text{ Visqueuses}} + \underbrace{\rho g}_{\vec{F} \text{ de pesanteur}}$$

2.3 Équation de bilan de l'énergie

2.3.1 Énoncé

L'énoncé de ce principe est la première loi de la thermodynamique et peut être défini comme suit:

Le taux de variation de l'énergie totale E_t ou u_t (somme de l'énergie interne et cinétique) du volume de contrôle mobile $V_m(t)$ est égal au flux de chaleur entrant dans le volume $V_m(t)$ sur sa surface $S_m(t)$ (d'un terme source qui peut être introduit dans le volume $V_m(t)$) et à la puissance des forces extérieures agissant sur le volume $V_m(t)$ et sur sa surface $S_m(t)$.

L'équation bilan s'écrit sous la forme:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E V) = \nabla \cdot (P \cdot V) + \rho g \cdot V + \nabla \cdot q + \nabla \cdot q_R$$

Avec :

t = le temps (s)

ρ = la masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)

V = la vitesse eulérienne d'une particule fluide ($m.s^{-1}$)

P = le tenseur des contraintes (ou tenseur de pression) qui, si on néglige le rayonnement, se décompose en :

$$P = \sum -pl$$

Σ = le tenseur des contraintes visqueuses (Pa)
 l = le tenseur unité
 p = la pression thermodynamique (Pa)
 $g(x, t)$ = la gravité ou toute autre force massique extérieure ($m.s^{-2}$)
 E = l'énergie totale par unité de masse ($J.kg^{-1}$) ; elle s'exprime en fonction de l'énergie interne par unité de masse e :

$$E = e + \frac{|V|^2}{2}$$

q = le flux de chaleur dû à la conduction thermique ($J.m^{-2}.s^{-1}$)
 q_R = le flux de chaleur dû au rayonnement ($J.m^{-2}.s^{-1}$)

2.3.2 Loi de conservation de l'énergie cinétique

Nous allons évaluer l'évolution temporelle de l'énergie cinétique d'un élément de fluide de volume unité et de masse ρ , en nous limitant aux écoulements de fluides incompressibles :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = \rho u_i \frac{\partial u_i}{\partial t}$$

En utilisant l'équation de mouvement pour exprimer la dérivée eulérienne de la vitesse, l'équation précédente devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = -\rho u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + u_i f_i$$

soit, en décomposant le tenseur des contraintes en une partie isotrope $-p\delta_{ij}$ et en un déviateur d_{ij} :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = -u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho u^2}{2} + p \right) + \frac{\partial u_i d_{ij}}{\partial x_j} - d_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i f_i$$

ou bien, en notation vectorielle:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = -u \cdot \nabla \left(\frac{\rho u^2}{2} + p \right) + \nabla \cdot (u \cdot d) - d \cdot \nabla u + u \cdot f$$

Enfin, en tenant compte de la condition d'incompressibilité ($\nabla \cdot u = 0$), nous pouvons mettre le premier terme du membre de droite de la première équation sous la forme d'une divergence, soit:

$$\frac{\partial e_c}{\partial t} = -\nabla \cdot \left[u \left(\frac{\rho u^2}{2} + p \right) - u \cdot d \right] - d \cdot \nabla u + u \cdot f$$

Réécrivons cette équation d'évolution de l'énergie cinétique sous forme intégrale, en intégrant chacun des termes sur un volume V fixe dans le repère "eulérien" et en utilisant le théorème de la divergence :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e_c dV \right) = - \int_S \frac{\rho u^2}{2} u \cdot n dS + \int_S (\sigma \cdot u) \cdot n dS + \int_V u \cdot f dV - \int_V \sigma \cdot \nabla u dV$$

Quelle est la signification physique des différents termes de cette dernière équation?

- le premier terme du second membre est le flux d'énergie cinétique "convectée" par l'écoulement à travers la surface S .
- le second terme est le travail, par unité de temps, des contraintes exercées sur la surface S .
- le troisième terme est le travail, par unité de temps, des forces en volume.
- enfin, le quatrième terme est associé à la déformation du volume V . Il représente l'énergie dissipée par viscosité lors de cette déformation.

2.3.3 Equation de Bernoulli

Principe de Bernoulli

La loi de la conservation de l'énergie peut également être utilisée dans l'analyse des écoulements des fluides.

L'équation de Bernoulli peut être considérée comme un énoncé du principe de conservation de l'énergie approprié pour les fluides en écoulement. C'est l'une des équations les plus importantes/utiles de la mécanique des fluides. Elle met en relation la pression et la vitesse dans un écoulement incompressible non visqueux. L'équation générale de l'énergie est simplifiée en :

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Cette équation est la plus célèbre en dynamique des fluides. L'équation de Bernoulli décrit le comportement qualitatif d'un fluide qui s'écoule, généralement désigné par le terme d'effet de Bernoulli. Cet effet provoque la baisse de pression du fluide dans les régions où la vitesse d'écoulement est augmentée. Cet abaissement de pression dans un rétrécissement d'un chemin d'écoulement peut sembler contre-intuitif, mais il semble l'être moins lorsque l'on considère la pression comme une densité énergétique. Dans un écoulement à grande vitesse à travers la restriction, l'énergie cinétique doit augmenter au détriment de l'énergie de pression. Les dimensions des termes de l'équation sont l'énergie cinétique par unité de volume.

L'équation ci-dessus suppose qu'aucune force non conservatrice (par exemple, des forces de frottement) n'agit sur le fluide. C'est une hypothèse très forte.

Équation de Bernoulli étendue

L'équation de Bernoulli peut être modifiée pour prendre en compte les gains et les pertes de charge, causés par des forces extérieures et des forces non conservatrices. L'équation qui en résulte, appelée équation de Bernoulli étendue, est très utile pour résoudre la plupart des problèmes d'écoulement des fluides. L'équation suivante est une forme de l'équation de Bernoulli étendue.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + h_1 + H_{pump} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + h_2 + H_{friction}$$

avec

h = hauteur au-dessus du niveau de référence (m)

v = vitesse moyenne du fluide ($m.s^{-1}$)

p = pression du fluide (Pa)

H_{pump} = hauteur de charge ajoutée par pompage (m)

$H_{friction}$ = perte de charge due au frottement des fluides (m)

g = accélération due à la gravité ($m.s^{-2}$)

3 Tension superficielle

3.1 Définition

Jusqu'ici nous avons considéré le fluide comme un milieu continu contraint par des conditions aux limites que l'on a traité de façon simpliste (continuité de la vitesse et des contraintes pour un fluide visqueux). En réalité, pour décrire correctement la physique aux interfaces il faut tenir compte des interactions moléculaires à courte portée qui s'exercent de part et d'autre de l'interface. La tension de surface désigne les forces agissant entre les molécules responsables de la cohérence des solides et des liquides. Ses unités sont $[\frac{N}{m^2}]$ et $[\frac{mN}{m^2}]$. Des valeurs typiques de tension de surface des liquides sont de $20 mN.m^{-2}$ à $100 mN.m^{-2}$.

La théorie classique de la capillarité consiste à modéliser une interface comme une surface mathématique auquel on associe une certaine élasticité représentée par la propriété physique que nous appellerons tension superficielle. La tension superficielle caractérise le contact entre deux fluides, généralement un liquide et un gaz. C'est une grandeur positive qui caractérise une interface. Ainsi la tension de surface de l'interface eau-air n'est pas la même que celle de l'interface eau-huile. Elle s'exprime en $J.m^{-2}$.

Une molécule dans un liquide immobile est soumise aux forces d'attraction de ses proches voisines. Si cette molécule est située au sein du liquide, la résultante de ces forces est nulle. Mais si cette molécule est située en surface du liquide, la résultante est une force dirigée vers l'intérieur du liquide.

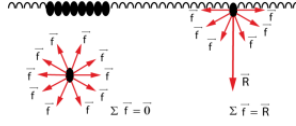


FIGURE 1 – Comportement d’une molécule dans un fluide

3.2 Exemple

Essayons de justifier cette notion par un modèle simple (voire simpliste).

Considérons un liquide $F1$ en contact avec sa vapeur $F2$. Au sein de chaque fluide, les molécules subissent des interactions de très courte portée (interactions de Van Der Waals attractives). Ainsi, dans $F1$, chaque molécule possède une énergie d’interaction $\epsilon_1 < 0$ résultat de l’interaction attractive avec son voisinage immédiat. De même on définira une énergie d’interaction ϵ_2 au sein du fluide $F2$. Par contre, il existe une couche de fluide dans laquelle les molécules sont soumises à l’action des deux fluides. L’épaisseur de ce film moléculaire est de l’ordre de la dimension a d’une molécule. Appelons alors ϵ_{12} l’énergie d’interaction d’une "molécule interfaciale". Bien entendu, on a $|\epsilon_{12}|$ compris entre $|\epsilon_1|$ et $|\epsilon_2|$. Si N est le nombre de molécules et N_s le nombre de molécules à l’interface, l’énergie du liquide $F1$ vaut :

$$E_1 = (N - N_s)\epsilon_1 + N_s\epsilon_{12} = N\epsilon_1 + E_s$$

où $E_s = N_s(\epsilon_{12} - \epsilon_1)$ représente l’énergie de l’interface.

On voit donc que l’on peut associer à l’interface une énergie liée à l’anisotropie des forces d’interaction moléculaire. Le terme d’anisotropie $(\epsilon_{12} - \epsilon_1)$ est positif. Enfin le nombre de molécules à l’interface est proportionnel à l’aire S de l’interface. On a approximativement : $N_s \simeq S/a^2$ de sorte que l’on peut écrire :

$E_s = \gamma S$ avec $\gamma \simeq \epsilon_{12} - \epsilon_1 a^2$ où E_s est l’énergie de surface et γ est par définition la tension superficielle.

3.3 Conséquences expérimentales

Forme des bulles et gouttes

Augmenter la surface d’un liquide coûte donc de l’énergie. Ainsi un liquide adoptera une forme qui minimise la surface compte tenu des contraintes. On montre que pour un volume donné la surface qui minimise l’énergie est une

sphère.

La manifestation d'une tension de surface élevée est la capacité du liquide à maintenir sa forme sphérique. Par exemple une goutte d'huile dans un mélange eau-alcool de densité identique sera sphérique. De la même manière, les bulles de gaz carbonique dans le champagne sont sphériques.

Les gouttes de liquide tendent à s'étaler sur une surface si les molécules qui la composent sont plus attirées par les molécules de la surface du solide que par les forces d'attraction internes du liquide. Dans ce cas, la tension superficielle du substrat est supérieure à la tension superficielle du liquide. Par conséquent les gouttes d'huile qui présentent une faible tension de surface vont plus aisément commencer à se répandre sur les surfaces que l'eau qui présente une tension de surface plus élevée.

Coalescence

On montre aussi que deux gouttes sphériques auront intérêt à former une goutte plus grosse. Ainsi quand on agite énergiquement un mélange eau-huile on obtient une émulsion de petites gouttes d'huile dans l'eau. Cette émulsion est instable : les petites gouttes coalescent (on parle du phénomène de coalescence) et l'on obtient après un certain temps de l'huile avec de l'eau au dessous.

3.4 Notion de mouillabilité

Même si la tension de surface des métaux est très élevée, leur mouillabilité est souvent modeste car ils présentent le plus souvent une couche d'oxyde ou alors présentent une pollution de leur surface par des hydrocarbures. Si l'on dépose une goutte d'eau sur une lame de verre, cette goutte s'étale plus ou moins selon l'état de propreté de la lame.

On appelle angle de raccordement, l'angle α formé entre la surface solide et la force de tension superficielle (qui est perpendiculaire à la ligne de contact entre le liquide et le solide et tangente à la surface liquide). Cet angle de raccordement caractérise la propriété de mouillabilité du solide par le liquide : plus α est petit, plus on dit que le liquide "mouille bien" le solide.

4 Les différentes méthodes de résolution

Les équations de la mécanique des fluides, qui ont déjà été dérivées il y a environ 150 ans par Navier (1785-1836) et Stokes (1819-1903), ne peuvent être analysées que dans des cas particuliers. Pour obtenir une solution numérique approximative, nous devons utiliser une méthode de discrétisation qui se rapproche des équations différentielles par un système d'équations algébriques, qui

peuvent ensuite être résolues par ordinateur.

L'un des facteurs clés d'une simulation numérique est la détermination du modèle mathématique approprié qui décrit la physique du problème. La plupart des problèmes d'ingénierie comportent des interactions entre la matière : l'eau, l'air, le pétrole, etc. C'est pourquoi l'analyste doit soigneusement spécifier le problème, en tenant compte de ces facteurs.

4.1 La notion d'interface

Une interface peut être définie comme une surface formant une frontière mobile commune entre deux parties de matière ou d'espace. Cependant l'épaisseur de celle-ci peut être discutée à l'échelle moléculaire lorsqu'elle sépare deux milieux physiques. On considérera, pour la suite, que l'interface est d'épaisseur nulle. Pour décrire l'évolution de l'interface nous avons deux approches possibles :

- L'approche lagrangienne qui consiste à décrire un ensemble de point.
- L'approche eulérienne qui consiste à définir l'interface par un scalaire dépendant d'équations.

4.2 La méthode VOF

En mécanique des fluides numérique, la méthode du volume de fluide (VOF) est une technique de modélisation de la surface libre, c'est-à-dire une technique numérique permettant de suivre et de localiser la surface libre (ou interface fluide-fluide).

Elle appartient à la classe des méthodes eulériennes qui sont caractérisées par un maillage qui est soit stationnaire, soit en mouvement d'une manière prédéterminée pour s'adapter à l'évolution de la forme de l'interface. En tant que tel, le VOF est un schéma d'advection : une recette numérique qui permet au programmeur de suivre la forme et la position de l'interface, mais ce n'est pas un algorithme autonome de résolution de flux.

Les équations de Navier-Stokes décrivant le mouvement du flux doivent être résolues séparément. Il en va de même pour tous les autres algorithmes d'advection.

Cette méthode est presque exclusivement utilisée avec la discrétisation en volume fini.

La méthode a été introduite par William F.Noh et Paul Woodward en 1976.

4.2.1 Principe de la méthode

On examine l'écoulement laminaire d'un milieu diphasique sans échanges entre phases. Le milieu est décrit par la fraction volumique C de l'une des phases. La valeur de C est une variable du problème qui est advectée avec la vitesse V

$$\frac{\partial C}{\partial t} + V \cdot \nabla C = 0$$

Le milieu multiphasique est traité comme un fluide unique dont les propriétés (masse volumique, viscosité) sont moyennées en fonction de C :

— la masse volumique par une expression évidente

$$\rho = \rho_1 C + \rho_2 (1 - C)$$

— la viscosité dynamique, on utilise ici une loi linéaire (sans justification physique, d'autres choix sont possibles)

$$\mu = \frac{1}{\rho} [\rho_1 C \mu_1 + \rho_2 (1 - C) \mu_2]$$

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent si on fait l'hypothèse que le fluide est incompressible

$$\begin{aligned} \nabla \cdot V &= 0 \\ \rho \left[\frac{\partial V}{\partial t} + \nabla \cdot (VV) \right] &= -\nabla p + \mu \nabla^2 V + F \end{aligned}$$

avec F est la force par unité de volume résultant des interactions entre phases :

$$F = \sigma \nabla \cdot n \nabla C$$

où σ est la tension superficielle et n la normale à l'interface

$$n = \frac{\nabla C}{|\nabla C|}$$

Cette méthode permet de traiter le fractionnement du milieu et est également conservative.

4.2.2 Interprétation géométrique

La méthode de VOF utilise 2 différentes méthodes pour construire géométriquement le comportement de l'interface:

— La méthode SLIC (Simple line interface calculation) où les interfaces sont alignées avec les mailles,

- La méthode PLIC (Piecewise linear interface calculation) basée sur la connaissance de la pente locale mais constituant une interface discontinue.

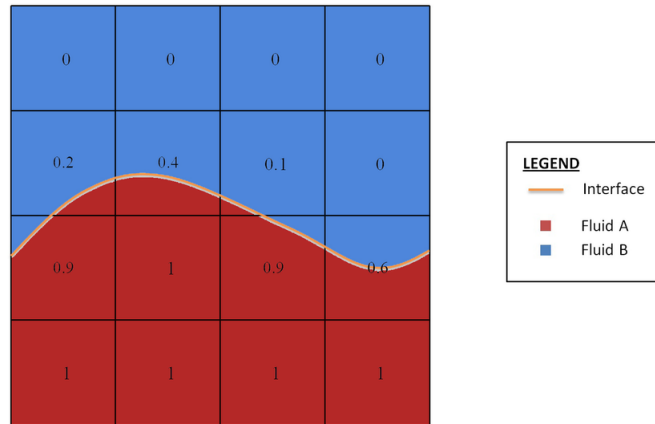


FIGURE 2 – Interprétation par méthode PLIC de l’affectation des phases dans une grille cartésienne

4.2.3 Caractéristiques de la méthode VOF

Cette méthode est simple à implémenter et par conséquent, disponible dans la plupart des codes industriels de mécanique des fluides numérique. Elle est particulièrement bien adaptée aux milieux subissant une déformation importante et une fragmentation, comme on peut le voir sur la figure ci-dessous qui représente la chute d’une goutte à la surface d’un liquide.

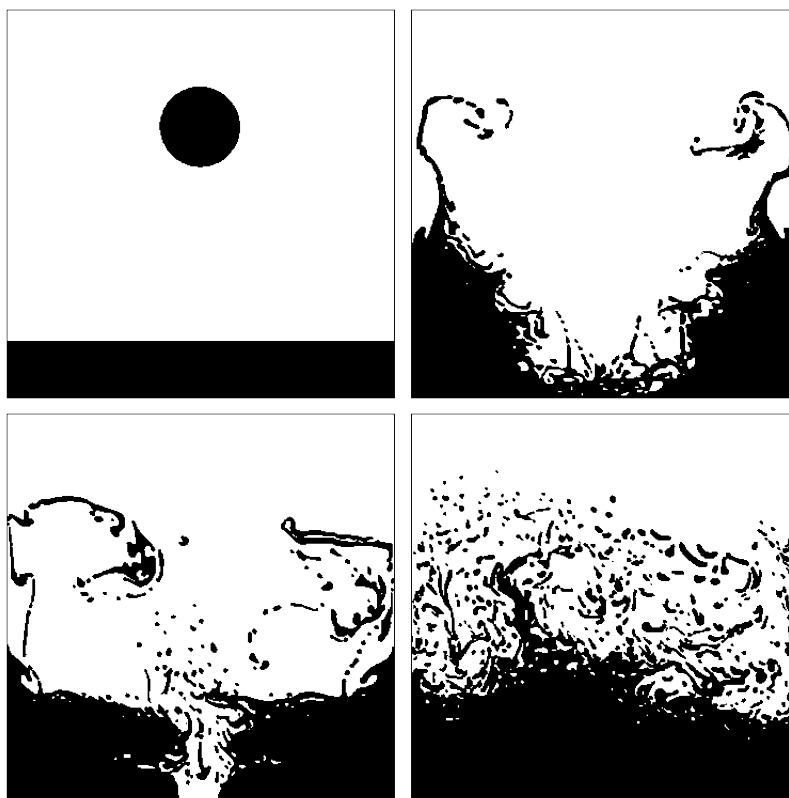


FIGURE 3 – Simulation d’un fluide utilisant la méthode de VOF

4.3 La méthode des surfaces de niveau

Cette méthode eulérienne d’analyse, aussi appelée Level Set, fut inventée en 1980 par Stanley Osher et James Sethian. Aujourd’hui cette méthode est répandue dans de nombreux domaines tel que le traitement d’images, les effets spéciaux, la mécanique des fluides numérique...

Le but de cette méthode est de suivre l’évolution de l’interface. Cette méthode a deux avantages majeurs qui sont la faculté à décrire l’interface et la facilité de traitement de passage de la 2D à la 3D.

Cette méthode repose sur une fonction scalaire définie comme la distance de l’interface. Autrement dit, on fixe la fonction φ dans un espace Ω tel que $\varphi = 0$ sur l’interface Γ d’une surface fermée S . On essaie donc d’étudier et de calculer le déplacement de Γ induit par un champ de vitesse V . Ces vitesses peuvent dépendre de la position, du temps, des caractéristiques géométriques de l’interface (normale, courbure), de l’environnement...

De manière arbitraire, on choisit son signe tel que $\varphi > 0$ à l'intérieur.

Pour décrire la fonction dans le domaine, on part du principe qu'une particule présente initialement sur l'interface doit toujours y rester. On en déduit :

$$\begin{cases} \varphi(x(t), t) = 0 & \text{sur l'interface} \\ \varphi(x(t), t) > 0 & \text{à l'intérieur} \\ \varphi(x(t), t) < 0 & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

On peut donc appliquer ce principe sur toutes les lignes de niveau :

$$\Gamma_n = \{x \mid \varphi(x, t) = C_n\} \quad \text{avec } C_n \in \mathbb{R}$$

On peut donc en déduire :

$$\frac{d\varphi(x(t), t)}{dt} = 0$$

Ainsi, la méthode Level Set consiste à faire évoluer la surface globale que constitue φ . L'interface est donc déterminée à un instant ultérieur, par simple localisation de l'ensemble $\Gamma(t)$ pour lequel $\varphi(x(t), t) = 0$. On peut ainsi obtenir le déplacement de l'interface en déterminant l'évolution de la fonction Level-Set φ en fonction temps. C'est pour cela que ce type d'approche est qualifié de capture d'interface. Contrairement aux méthodes de front tracking qui elles sont basées sur un suivi pointilleux des éléments de $\Gamma(t)$.

5 Quelques applications sur ANSYS

Pour modéliser nos applications nous avons utilisé le logiciel ANSYS. Ce dernier est un logiciel spécialisé dans les simulations numériques.

5.1 Premier application : Elbow

5.1.1 Problème

Dans ce premier projet, le problème à prendre en compte est le suivant :

Un liquide froid à 293,15 K s'écoule dans un tuyau passant par une grande entrée et se mélange avec un liquide plus chaud à 313,15 K qui pénètre par une entrée plus petite située au niveau du coude du tuyau. Cette configuration de mélange au niveau du coude est rencontrée dans les systèmes de tuyauterie au sein des centrales électriques et des industries de procédés. Il est souvent important de prévoir le champ d'écoulement et le champ de température dans

la zone de mélange afin de concevoir correctement la jonction. Ce problème est schématisé ci-dessous :

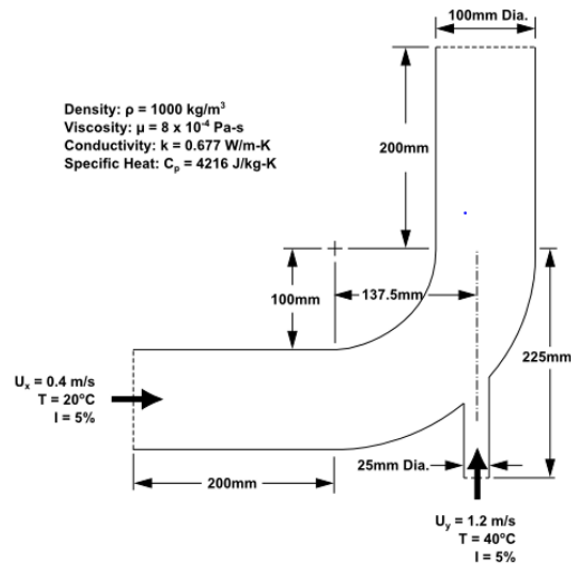


FIGURE 4 – Schéma de l'Elbow

Pour résoudre ce problème, nous avons utilisé le logiciel ANSYS. A l'aide d'un PDF fourni par notre professeur, nous nous sommes familiarisés avec cet outil. Pour ce faire, nous avons exploité la partie Fluent de ANSYS.

Le logiciel Fluent offre de nombreuses capacités de modélisation physique requises pour modéliser le flux, les turbulences, le transfert de chaleur et les réactions pour les applications industrielles. Fluent couvre une gamme étendue, ceci incluant des modèles spéciaux, avec des capacités de modélisation de la combustion dans les cylindres, de l'aéro-acoustique, des turbomachines et des systèmes multiphasiques. N'étant pas habitués à ce logiciel, nous sommes donc passés par le document ANSYS Fluent Tutorial Guide.

5.1.2 Résolution

Tout d'abord, il nous a fallu effectuer la configuration du logiciel afin de pouvoir mettre en place la modélisation. Nous avons ensuite créé la géométrie souhaitée à l'aide du composant ANSYS DesignModeler . Nous avons donc rentré les différentes mensurations de notre modèle et nous l'avons conçu.

Nous avons noté que, dû à sa géométrie, nous pouvions étudier que la moitié de cette pièce, ce qui nous a conduit au modèle suivant :

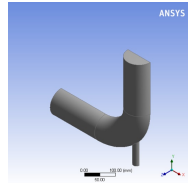


FIGURE 5 – Modèle Elbow

Puis nous avons dû créer un maillage tout autour du volume de flux. A l'aide du menu Mesh et de plusieurs commandes, nous sommes arrivés à ce résultat :

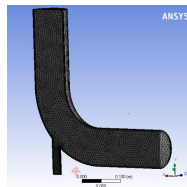


FIGURE 6 – Maillage de l'Elbow

Une fois ce maillage créé, nous avons programmé les 2 liquides qui s'écoulent dans notre système en spécifiant : leur vitesse, leur température et leur intensité turbulente.

Après avoir fait la simulation avec le mélange des 2 liquides, nous avons calculé à l'aide de l'outil Solving les maximums de température tout au long du tuyau sur 300 itérations, ainsi que les caractéristiques sur les résidus présents dans le mélange, nous avons obtenu respectivement les graphes ci-dessous :

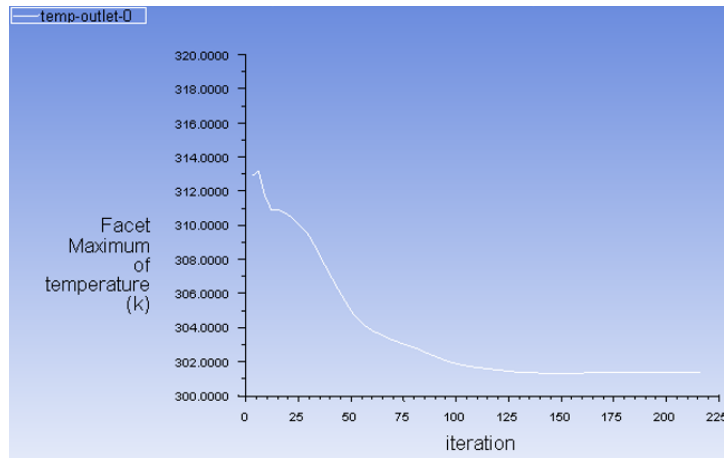


FIGURE 7 – Evolution de la température sur 300 itérations

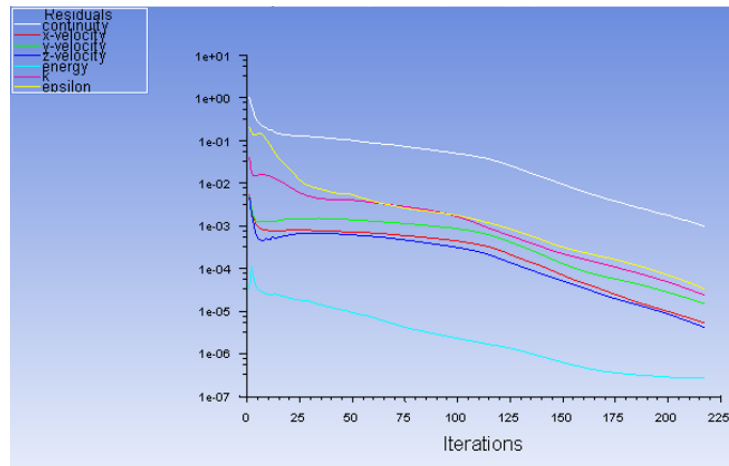


FIGURE 8 – Evolution des caractéristiques des résidus sur 300 itérations

Enfin nous avons calculé et modélisé la vitesse des fluides et leur température au sein du tuyau, respectivement les graphes ci-dessous :

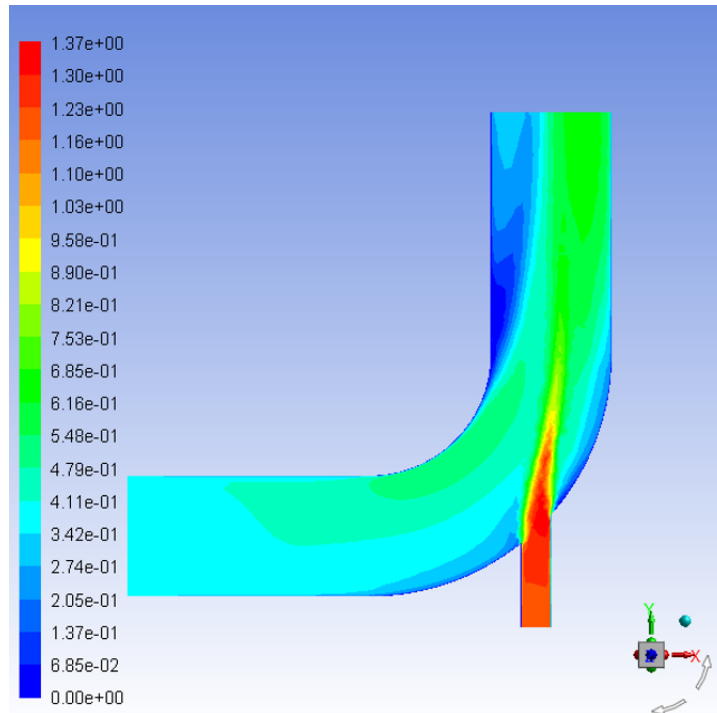


FIGURE 9 – Modélisation de la vitesse du fluide

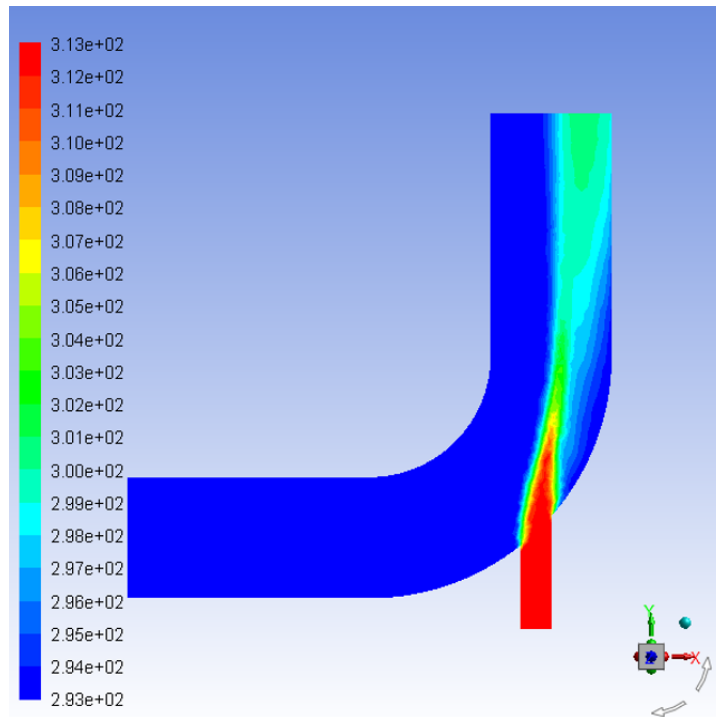


FIGURE 10 – Modélisation de la température du fluide

A travers nos manipulations, avons pu confirmer la correspondance de nos résultats avec ceux attendus.

5.2 Deuxième application : Base de VOF

Cet exercice porte sur l'application du modèle VOF pour un problème donné. Notre travail consiste à suivre les instructions du tutoriel fourni par le professeur et de déduire, à partir des résultats obtenus, l'intérêt de l'approche VOF dans ce cas présent.

Le tutoriel examine le flux d'encre tel qu'il est éjecté par la tête d'impression d'une imprimante à jet d'encre. Grâce à la capacité de modélisation multiphase du volume de fluide (VOF) d'ANSYS Fluent, nous étions en mesure de prévoir la forme et le mouvement des gouttelettes qui se forment dans une chambre à air. Ce tutoriel montre comment mettre en place et résoudre un problème en utilisant le solveur basé sur la pression et le modèle VOF, puis de définir les conditions limites et initiales en fonction du temps dans un domaine et enfin d'examiner l'écoulement et l'interface des deux fluides à l'aide des contours des fractions volumiques.

5.2.1 Description du problème

Le problème porte sur le suivi transitoire d'une interface liquide-gaz dans la géométrie illustrée par la figure ci-dessus.

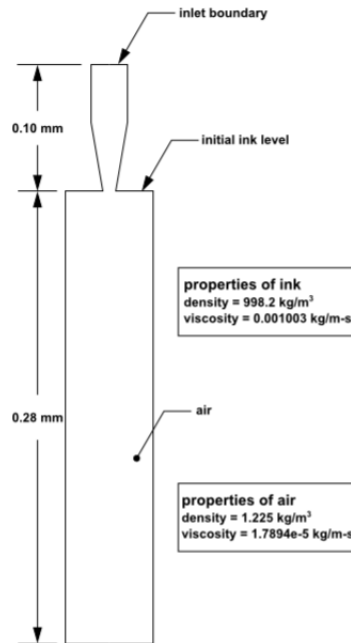


FIGURE 11 – Schéma représentant le problème à étudier

Ce qui suit est la présentation des événements modélisés dans cette simulation. Tout d'abord, la tête de la chambre est remplie d'encre tandis que le reste du domaine est rempli d'air. Les deux fluides sont supposés être au repos.

Par la suite, l'injection est déclenchée avec une vitesse donnée, qui augmente de 0 à $3,58 \text{ m.s}^{-1}$, puis s'annule après 10 microsecondes.

On effectue alors le calcul pendant 30 microsecondes, soit trois fois plus longtemps que la durée de l'impulsion initiale.

Plusieurs paramètres sont pris en considération: le caractère réduit des dimensions, la gravité, la tension de surface et la détermination de l'angle de mouillage.

5.2.2 Résolution du problème

Préparation

Afin de résoudre le problème décrit précédemment, il nous a fallu configurer certains paramètres avant de commencer l'application du modèle. En effet, les dimensions étant réduites, on a utilisé la version double-précision d'ANSYS Fluent.

Nous avons ensuite importé le fichier mesh remis par le professeur.

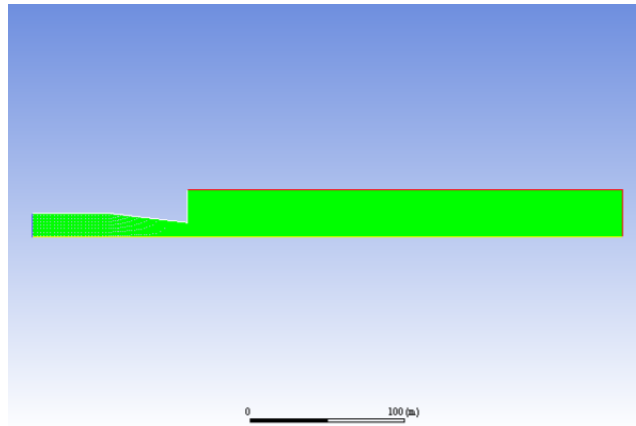


FIGURE 12 – Maillage

Comme nous pouvons le remarquer, le maillage dans la figure ci-dessous n'est pas tout à fait complet. Nous pouvons par la suite, en manipulant les axes, les unités et grâce à l'option Mirror Planes obtenir le maillage en entier comme ci-dessus.

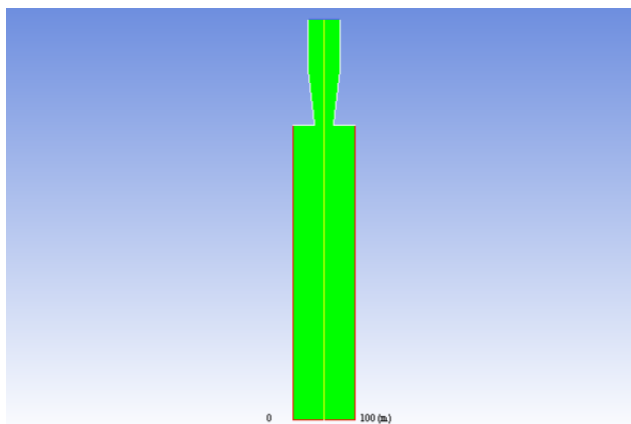


FIGURE 13 – Maillage reflété par l’option Mirror Planes

Réglages

Après la phase préparation du mesh, plusieurs paramètres doivent être réglés pour réaliser une simulation correcte et précise. Parmi les réglages à faire, on a paramétré l’échelle, les unités, la nature des fluides présents dans le maillage, les différentes phases mises en place (l’air est désigné comme la phase primaire, et l’encre, qui est modelé avec les propriétés de l’eau liquide, est désigné comme la phase secondaire) et les conditions limites.

Nous avons choisi d’étudier pour ce modèle l’évolution de la pression et pour ce faire nous avons réglé nos paramètres de telle sorte à ce que la solution obtenue à la fin de la phase des calculs nous permet de visualiser cette évolution.

Le temps est transitoire, la formulation de la vitesse est absolue, le modèle du multiphase est le VOF, les phases sont de type eulérien (ce qui facilite grandement notre compréhension des résultats obtenus à la fin parce que nous maîtrisons plus le modèle eulérien que lagrangien).

Dans la partie réglages, nous avons aussi défini les conditions limites en fonction du temps avec une fonction définie par l’utilisateur, notée UDF. Cette fonction nous a été donnée par le professeur pour que nous puissions l’interpréter.

Solution

La phase Solution nécessite quelques réglages de paramètres avant que nous lancions les calculs qui indiquent les contours de la fraction de volume d’eau après 12, 18, 24 et 30 microsecondes. Nous avons obtenu à la fin les graphiques ci-dessous.

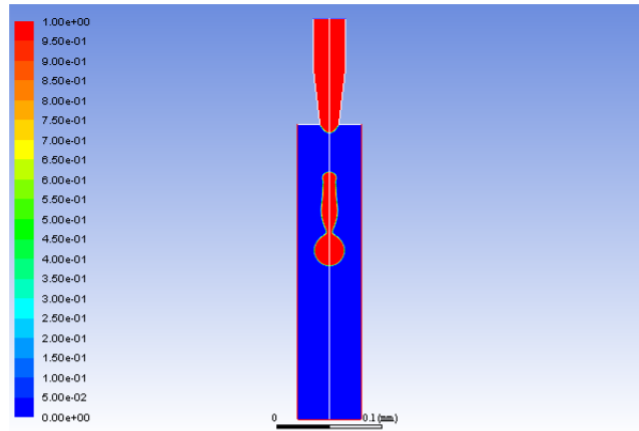


FIGURE 14 – Contours de la fraction du volume d'eau après 18 μs

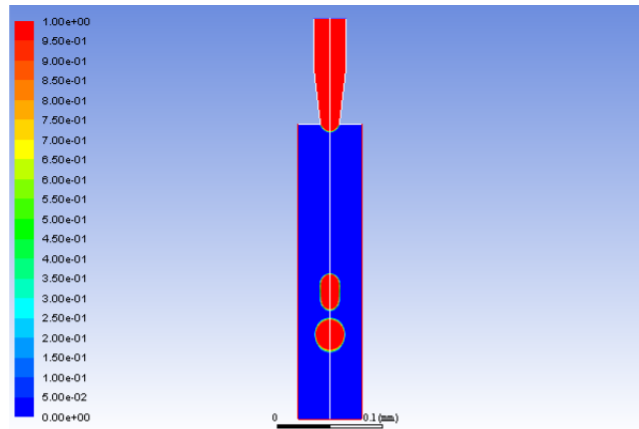


FIGURE 15 – Contours de la fraction du volume d'eau après 30 μs

5.2.3 Interprétation

Ce tutoriel a démontré l'application de la méthode du volume de fluide avec des conséquences sur la tension de surface. Le sujet portait sur la modélisation axisymétrique en deux dimensions d'une interface transitoire liquide-gaz, et le calcul nous a montré les variations dans le temps de la position et de la forme de la surface entre les deux fluides non miscibles.

6 Conclusion

Notre formation de STPI2 se conclut grâce à ce projet, dans lequel nous avons abordé la mécanique des fluides selon une nouvelle approche.

Plus qu'un simple enseignement, ce projet nous a montré une autre facette du miroir : la recherche. Cette fois, la mécanique des fluides n'était plus simplifiée mais bien appliquée à un problème réel : ces situations bien concrètes nous ont permis de comprendre et de visualiser la complexité des problèmes engendrés par la mécanique des fluides.

Cette étude, à la fois théorique et appliquée dans le domaine physique, modifie notre vision des choses face aux enseignements reçus dans les matières durant le dernier semestre.

Une fois de plus, un projet comme celui là, nous a permis d'appréhender une nouvelle fois le travail de groupe, cependant, contrairement aux projets précédents, nous ne décidions pas de nos partenaires de travail. Ainsi donc, nous avons dû apprendre à travailler ensemble, de manière productive et au rythme du groupe. Mais toutefois, cette difficulté a été largement surmontée par tous les membres de ce groupe.

Ce projet nous a permis d'avoir un avant-goût de ce qui est enseigné dans la Filière Énergétique et Propulsion. Cette approche nous a permis également de mieux assimiler des phénomènes physiques quotidiens et a renforcé notre passion pour la physique.

Finalement, nous remercions notre professeur tuteur, M.Shadloo, pour nous avoir aidé à mener à bien notre projet.