

- Durée : 3h
- Calculatrice autorisée
- Documents autorisés :
 - formulaire (manuscrit) + tables usuelles distribuées en cours
 - votre voisin n'est pas un document
- Barème indicatif sur 20 points

1 Estimation de paramètres... (8 pts)

Soit $X_1 \dots X_n$ un échantillon de taille n dont la v.a. parente X suit une loi normale de paramètres μ_X et σ^2 . Soit $Y_1 \dots Y_m$ un échantillon de taille m dont la v.a. parente Y suit une loi normale de paramètres μ_Y et σ^2 . Le but de cet exercice est de construire des estimateurs non biaisés des paramètres μ_X , μ_Y et σ^2 .

1. (4 points) Déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance de ces trois paramètres, en fonction des échantillons $X_1 \dots X_n$ et $Y_1 \dots Y_m$.
2. (2 points) Calculer le biais de ces trois estimateurs, et proposer si nécessaire de nouveaux estimateurs non biaisés.
3. (2 points) Ces estimateurs sont-ils efficaces ?

2 Questions pour un champion... (5 pts)

Considérons que le temps passé quotidiennement, par un individu, devant un écran quelconque à regarder ou jouer à *Questions pour un champion* est une loi normale. Sur un échantillon de 20 personnes, on a observé que ce temps était en moyenne de 3h et 13 minutes avec un écart-type s de 46 minutes¹.

1. (1 point) Estimer ponctuellement (et sans biais) la moyenne et l'écart-type du temps passé devant la télévision pour l'ensemble de la population française.
2. (2 points) Estimer cette même moyenne par un intervalle avec un coefficient de confiance de 95%.
3. (2 points) Sur un échantillon plus important de 100 personnes on a observé un écart-type corrigé de 40 minutes. Tester l'hypothèse que la variance est de 1500 contre l'hypothèse qu'elle est plus importante (avec un seuil de 10%).

3 Bowling ... (7 pts)

Les ASI4 affirment être meilleurs au bowling que les ASI3 ... Pour cela, ils s'appuient sur les résultats de certains étudiants pris au hasard lors la soirée Bowling de cette année² (d'après ces chiffres, le plus petit score, 34 a été obtenu par un ASI3, le meilleur score 143 par un ASI4) :

ASI3	x_i	112	103	81	84	114	72	124	118	76	93	65	34	130	85	110
ASI4	y_i	123	105	69	139	107	143	133	78	60	96					

$\sum x_i = 1401$ $\sum x_i^2 = 140281$ $\sum y_i = 1053$ $\sum y_i^2 = 118723$

1. (0,5 points) Poser les hypothèses H_0 et H_1 .
2. (1,5 points) Proposer deux méthodes différentes permettant de prendre une décision, en précisant (et en vérifiant) les circonstances vous permettant de les appliquer.
3. (5 points) Appliquer ces tests, avec un coefficient de confiance de 98%.

¹Toute ressemblance avec des situations réelles ou avec un groupe de TP existant ou ayant existé ne saurait être que fortuite

²Toute ressemblance ...