TP - A la decouverte du χ^2

Ph. Leray
F. Florea

Considérons une variable aléatoire X qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ et un échantillon de taille p : $X_1 \ldots X_p$ ($\mu = 1$, $\sigma = 5$).

1 Génération d'une réalisation d'un échantillon

- Générez des réalisations $x_1 \ldots x_p$ pour $p = \{2, 5, 10, 35\}$

2 La loi du χ^2

Par définition, $Z = \sum \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2$ (Z suit une loi du χ^2).

2.1 Calcul de z

Calculez z pour chaque valeur de p.

2.2 Forme de la densité de probabilité de Z

- Tracez l'histogramme cumulé de Z pour $p = \{2, 5, 10, 35\}$.
- Comparez les formes de ces histogrammes avec la fonction de répartition "théorique" que vous pouvez aussi calculer grâce à la fonction `chisqp` (STATBOX) ou `pchisq` (STIXBOX).

2.3 Propriétés du χ^2

- Vérifiez les propriétés sur l'espérance et la variance de Z.
- Vérifiez que, pour $p > 30$, $\sqrt{2Z} \sim \mathcal{N}(\sqrt{2p-1}, 1)$

3 Estimation par intervalle de confiance

Reprenez les exercices vus en TD, et refaites les applications numériques en Matlab.
NB : Vous pouvez obtenir

- les fractiles d'une loi du χ^2 grâce aux fonctions `chisqq` (STATBOX) ou `qchisq` (STIXBOX),
- les fractiles d'une loi de Student grâce aux fonctions `tq` (STATBOX) ou `qt` (STIXBOX) ...

Pour plus d'infos sur les différentes distributions de probabilité à votre disposition :
`help statbox42` ou `help stixbox`