Exercice 1 :

Une enquête sur le *revenu* des ingénieurs informaticiens a donné les résultats suivants :

Classe (k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Revenu mensuel (*euros*)	(1250;1750)	(1750;2250)	(2250;2750)	(2750;3250)	(3250;3750)	(3750;4250)	(4250;4750)	(4750;5250)	(5250;5750)
Effectif (n_k)	28	20	14	11	8	7	5	4	3

On suppose que le *revenu* d'un ingénieur informaticien peut être modéliser par une *variable aléatoire R* suivant une loi de Pareto, dont la densité de probabilité – pour un revenu r - est la suivante :

$$f_R(r)=\begin{cases} \dfrac{ba^b}{r^{b+1}}\ si\ r\geqslant a \\ 0\ sinon \end{cases}$$ où r est le centre des classes *revenu*.

(1.1) Montrer que, pour b fixé, l'estimateur $\hat{a}_{MV}$ du maximum de vraisemblance du paramètre a prend la valeur 1500 sur l'échantillon donné. Déduire la signification du paramètre a.

(1.2) Déterminer, pour a fixé, l'estimateur $\hat{b}_{MV}$ du maximum de vraisemblance du paramètre b. Calculer sa réalisation sur l'échantillon donné et pour a estimé à 1500.

(1.3) En supposant que $2\dfrac{nb}{\hat{b}}\sim\chi^2_{2n}$, déterminer la région critique du test suivant pour $\alpha=0,05$ et $a=1500$. Décider, puis calculer la puissance du test. NOTA : $\sqrt{\chi^2_{p;\alpha}}-\sqrt{2p-1}\approx n_\alpha,\ p>100$

(1.4) Est-ce que la règle de décision trouvée ci-dessus garantit une erreur de deuxième espèce β *minimum* pour une erreur de première espèce α *fixée* à *0,05*.

$$\begin{cases} H_0 : b=b_0=3.4 \\ H_1 : b=b_1=3.6 \end{cases}$$

Exercice 2 :

Le tableau ci-dessous donne les revenues (en euros) d'un échantillon de 7 ingénieurs informaticiens choisis au hasard dans une population donnée avant et après le *11 septembre*.

Individu (k)	1	2	3	4	5	6	7
X : Revenu avant (*euros*)	2850	2380	2930	2860	2320	2740	2470
Y : Revenu après (*euros*)	2750	2360	2950	2830	2250	2690	2410
T=X-Y							

(2.1) D'après les économistes, les salaires auraient baissés *après* le 11 septembre. Tester cette hypothèse sur l'échantillon ci-dessous avec un niveau de signification $\alpha=0,05$.

(2.2) Montrer que l'on peut admettre l'hypothèse de normalité de la variable aléatoire $T=X-Y$ avec un niveau de signification $\alpha=0,05$. NOTA : Utiliser le test de Kolmogorov-Smirnov avec μ_T et σ^2_T estimés.

Exercice 3 :

Quel est l'intérêt des tests séquentiels par rapport aux tests non-séquentiels ? Donnez un exemple d'application, autre que celui donné en cours, justifiant la mise en oeuvre d'un test séquentiel. Poser le test, puis déduire l'expression de la règle de décision en explicitant les variables aléatoires et les paramètres qui interviennent.