

- Durée : 1h30
- Calculatrice autorisée
- Documents autorisés :
  - formulaire (signé)
  - votre voisin n'est pas un document
- Barème indicatif sur 20 points
- Les parties (1) et (2) sont à rendre sur des feuilles séparées**

## 1 Une question d'équilibre ... (13 pts)

Deux groupes de personnes (*classe* = 1/2) ont essayé de maintenir une position droite et stable sur une "plateforme de force". Ils devaient réagir aussi rapidement que possible à un bruit imprévisible en appuyant sur un bouton tenu en main, la plateforme mesurant automatiquement le balancement de chaque sujet en avant/arrière ( $bal_1$ ) et sur les côtés ( $bal_2$ ).

|                         |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>bal</i> <sub>1</sub> | 19 | 30 | 20 | 19 | 29 | 25 | 21 | 24 | 50 |
| <i>bal</i> <sub>2</sub> | 14 | 41 | 18 | 11 | 16 | 24 | 18 | 21 | 37 |
| <i>classe</i>           | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| <i>bal</i> <sub>1</sub> | 25 | 21 | 17 | 15 | 14 | 14 | 22 | 17 |    |
| <i>bal</i> <sub>2</sub> | 17 | 10 | 16 | 22 | 12 | 14 | 12 | 18 |    |
| <i>classe</i>           | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  |    |

TAB. 1 – Mesures de  $bal_1$  et  $bal_2$  pour deux classes de personnes.

### 1. Statistiques descriptives uni-dimensionnelles

Considérons dans cette partie que  $bal_1$  est une variable quantitative **continue**.

- (1 point) Donner le tableau synthétique des fréquences et fréquences cumulées en prenant comme intervalles [0 :5 :55], puis tracer les histogrammes correspondants.
- (2 points) Calculer les quantiles à 25%, 50% et 75% puis tracer la "boîte à moustaches".
- (1 point) A partir de votre histogramme, quelle est la probabilité que  $15 \leq bal_1 \leq 25$  ?
- (1 point) Calculer la réalisation de la moyenne  $\mu$  et l'écart-type empiriques  $\sigma$  (à partir des données brutes).
- (1 point) Supposons que  $bal_1$  suit une loi normale  $N(\mu, \sigma^2)$ , quelle est la probabilité que  $15 \leq bal_1 \leq 25$  ?
- (2 points) Montrer (par le calcul) que la médiane et l'intervalle interquartile sont des résumés numériques plus robustes que la moyenne et l'écart-type.

### 2. Statistiques descriptives bi-dimensionnelles (1/2)

Considérons dans cette partie que  $bal_1$  et  $bal_2$  sont des variables quantitatives **continues**.

- (1 point) Tracer le nuage de points ( $X = bal_1; Y = bal_2$ )
- (1 point) Calculer le coefficient de corrélation linéaire  $r$ .

3. Statistiques descriptives bi-dimensionnelles (2/2)

Considérons dans cette partie que  $bal_1$  est une variable quantitative **discrète** et que  $classe$  est une variable qualitative.

- (a) (1 point) Calculer la variance expliquée  $s_E^2$  et le rapport de corrélation.
- (b) (2 points) Calculer les quantiles à 25%, 50% et 75% des partitions de  $bal_1$  générées par la variable  $classe$ , puis tracer les "boites à moustaches" parallèles correspondantes.

**2 XXX ... (7 pts)**

### 3 Distribution et répartition de la loi $N(0,1)$ (p.1/2)

| $z$  | $f(z)$  | $F(z)$  | $z$  | $f(z)$  | $F(z)$  |
|------|---------|---------|------|---------|---------|
| 0.0  | 0.39894 | 0.50000 | 0.40 | 0.36827 | 0.65542 |
| 0.01 | 0.39892 | 0.50399 | 0.41 | 0.36678 | 0.65910 |
| 0.02 | 0.39886 | 0.50798 | 0.42 | 0.36526 | 0.66276 |
| 0.03 | 0.39876 | 0.51197 | 0.43 | 0.36371 | 0.66640 |
| 0.04 | 0.39862 | 0.51595 | 0.44 | 0.36213 | 0.67003 |
| 0.05 | 0.39844 | 0.51994 | 0.45 | 0.36053 | 0.67364 |
| 0.06 | 0.39822 | 0.52392 | 0.46 | 0.35889 | 0.67724 |
| 0.07 | 0.39797 | 0.52790 | 0.47 | 0.35723 | 0.68082 |
| 0.08 | 0.39767 | 0.53188 | 0.48 | 0.35553 | 0.68439 |
| 0.09 | 0.39733 | 0.53586 | 0.49 | 0.35381 | 0.68793 |
| 0.10 | 0.39695 | 0.53983 | 0.50 | 0.35207 | 0.69146 |
| 0.11 | 0.39654 | 0.54380 | 0.51 | 0.35029 | 0.69497 |
| 0.12 | 0.39608 | 0.54776 | 0.52 | 0.34849 | 0.69847 |
| 0.13 | 0.39559 | 0.55172 | 0.53 | 0.34667 | 0.70194 |
| 0.14 | 0.39505 | 0.55567 | 0.54 | 0.34482 | 0.70540 |
| 0.15 | 0.39448 | 0.55962 | 0.55 | 0.34294 | 0.70884 |
| 0.16 | 0.39387 | 0.56356 | 0.56 | 0.34105 | 0.71226 |
| 0.17 | 0.39322 | 0.56749 | 0.57 | 0.33912 | 0.71566 |
| 0.18 | 0.39253 | 0.57142 | 0.58 | 0.33718 | 0.71904 |
| 0.19 | 0.39181 | 0.57535 | 0.59 | 0.33521 | 0.72240 |
| 0.20 | 0.39104 | 0.57926 | 0.60 | 0.33322 | 0.72575 |
| 0.21 | 0.39024 | 0.58317 | 0.61 | 0.33121 | 0.72907 |
| 0.22 | 0.38940 | 0.58706 | 0.62 | 0.32918 | 0.73237 |
| 0.23 | 0.38853 | 0.59095 | 0.63 | 0.32713 | 0.73565 |
| 0.24 | 0.38762 | 0.59483 | 0.64 | 0.32506 | 0.73891 |
| 0.25 | 0.38667 | 0.59871 | 0.65 | 0.32297 | 0.74215 |
| 0.26 | 0.38568 | 0.60257 | 0.66 | 0.32086 | 0.74537 |
| 0.27 | 0.38466 | 0.60642 | 0.67 | 0.31874 | 0.74857 |
| 0.28 | 0.38361 | 0.61026 | 0.68 | 0.31659 | 0.75175 |
| 0.29 | 0.38251 | 0.61409 | 0.69 | 0.31443 | 0.75490 |
| 0.30 | 0.38139 | 0.61791 | 0.70 | 0.31225 | 0.75804 |
| 0.31 | 0.38023 | 0.62172 | 0.71 | 0.31006 | 0.76115 |
| 0.32 | 0.37903 | 0.62552 | 0.72 | 0.30785 | 0.76424 |
| 0.33 | 0.37780 | 0.62930 | 0.73 | 0.30563 | 0.76730 |
| 0.34 | 0.37654 | 0.63307 | 0.74 | 0.30339 | 0.77035 |
| 0.35 | 0.37524 | 0.63683 | 0.75 | 0.30114 | 0.77337 |
| 0.36 | 0.37391 | 0.64058 | 0.76 | 0.29887 | 0.77637 |
| 0.37 | 0.37255 | 0.64431 | 0.77 | 0.29659 | 0.77935 |
| 0.38 | 0.37115 | 0.64803 | 0.78 | 0.29431 | 0.78230 |
| 0.39 | 0.36973 | 0.65173 | 0.79 | 0.29200 | 0.78524 |

## Distribution et répartition de la loi N(0,1) (p.2/2)

| $z$  | $f(z)$  | $F(z)$  | $z$  | $f(z)$  | $F(z)$  | $z$  | $f(z)$  | $F(z)$  |
|------|---------|---------|------|---------|---------|------|---------|---------|
| 0.80 | 0.28969 | 0.78814 | 1.20 | 0.19419 | 0.88493 | 1.60 | 0.11092 | 0.94520 |
| 0.81 | 0.28737 | 0.79103 | 1.21 | 0.19186 | 0.88686 | 2.00 | 0.05399 | 0.97725 |
| 0.82 | 0.28504 | 0.79389 | 1.22 | 0.18954 | 0.88877 | 2.50 | 0.01753 | 0.99379 |
| 0.83 | 0.28269 | 0.79673 | 1.23 | 0.18724 | 0.89065 | 3.00 | 0.00443 | 0.99865 |
| 0.84 | 0.28034 | 0.79955 | 1.24 | 0.18494 | 0.89251 | 3.50 | 0.00087 | 0.99977 |
| 0.85 | 0.27798 | 0.80234 | 1.25 | 0.18265 | 0.89435 | 4.00 | 0.00014 | 1.00000 |
| 0.86 | 0.27562 | 0.80511 | 1.26 | 0.18037 | 0.89617 |      |         |         |
| 0.87 | 0.27324 | 0.80785 | 1.27 | 0.17810 | 0.89796 |      |         |         |
| 0.88 | 0.27086 | 0.81057 | 1.28 | 0.17585 | 0.89973 |      |         |         |
| 0.89 | 0.26848 | 0.81327 | 1.29 | 0.17360 | 0.90147 |      |         |         |
| 0.90 | 0.26609 | 0.81594 | 1.30 | 0.17137 | 0.90320 |      |         |         |
| 0.91 | 0.26369 | 0.81859 | 1.31 | 0.16915 | 0.90490 |      |         |         |
| 0.92 | 0.26129 | 0.82121 | 1.32 | 0.16694 | 0.90658 |      |         |         |
| 0.93 | 0.25888 | 0.82381 | 1.33 | 0.16474 | 0.90824 |      |         |         |
| 0.94 | 0.25647 | 0.82639 | 1.34 | 0.16256 | 0.90988 |      |         |         |
| 0.95 | 0.25406 | 0.82894 | 1.35 | 0.16038 | 0.91149 |      |         |         |
| 0.96 | 0.25164 | 0.83147 | 1.36 | 0.15822 | 0.91308 |      |         |         |
| 0.97 | 0.24923 | 0.83398 | 1.37 | 0.15608 | 0.91466 |      |         |         |
| 0.98 | 0.24681 | 0.83646 | 1.38 | 0.15395 | 0.91621 |      |         |         |
| 0.99 | 0.24439 | 0.83891 | 1.39 | 0.15183 | 0.91774 |      |         |         |
| 1.00 | 0.24197 | 0.84134 | 1.40 | 0.14973 | 0.91924 |      |         |         |
| 1.01 | 0.23955 | 0.84375 | 1.41 | 0.14764 | 0.92073 |      |         |         |
| 1.02 | 0.23713 | 0.84614 | 1.42 | 0.14556 | 0.92220 |      |         |         |
| 1.03 | 0.23471 | 0.84849 | 1.43 | 0.14350 | 0.92364 |      |         |         |
| 1.04 | 0.23230 | 0.85083 | 1.44 | 0.14146 | 0.92507 |      |         |         |
| 1.05 | 0.22988 | 0.85314 | 1.45 | 0.13943 | 0.92647 |      |         |         |
| 1.06 | 0.22747 | 0.85543 | 1.46 | 0.13742 | 0.92785 |      |         |         |
| 1.07 | 0.22506 | 0.85769 | 1.47 | 0.13542 | 0.92922 |      |         |         |
| 1.08 | 0.22265 | 0.85993 | 1.48 | 0.13344 | 0.93056 |      |         |         |
| 1.09 | 0.22025 | 0.86214 | 1.49 | 0.13147 | 0.93189 |      |         |         |
| 1.10 | 0.21785 | 0.86433 | 1.50 | 0.12952 | 0.93319 |      |         |         |
| 1.11 | 0.21546 | 0.86650 | 1.51 | 0.12758 | 0.93448 |      |         |         |
| 1.12 | 0.21307 | 0.86864 | 1.52 | 0.12566 | 0.93574 |      |         |         |
| 1.13 | 0.21069 | 0.87076 | 1.53 | 0.12376 | 0.93699 |      |         |         |
| 1.14 | 0.20831 | 0.87286 | 1.54 | 0.12188 | 0.93822 |      |         |         |
| 1.15 | 0.20594 | 0.87493 | 1.55 | 0.12001 | 0.93943 |      |         |         |
| 1.16 | 0.20357 | 0.87698 | 1.56 | 0.11816 | 0.94062 |      |         |         |
| 1.17 | 0.20121 | 0.87900 | 1.57 | 0.11632 | 0.94179 |      |         |         |
| 1.18 | 0.19886 | 0.88100 | 1.58 | 0.11450 | 0.94295 |      |         |         |
| 1.19 | 0.19652 | 0.88298 | 1.59 | 0.11270 | 0.94408 |      |         |         |