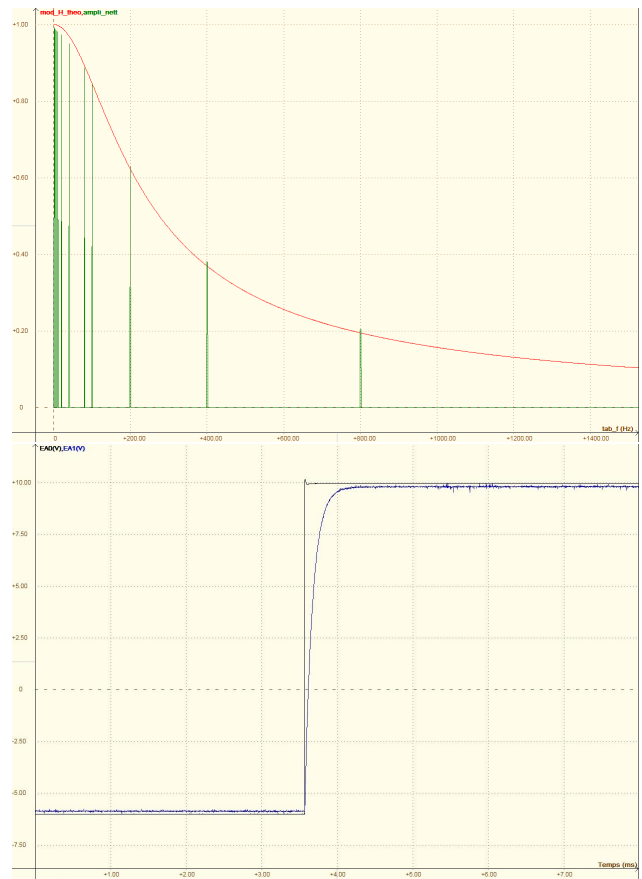
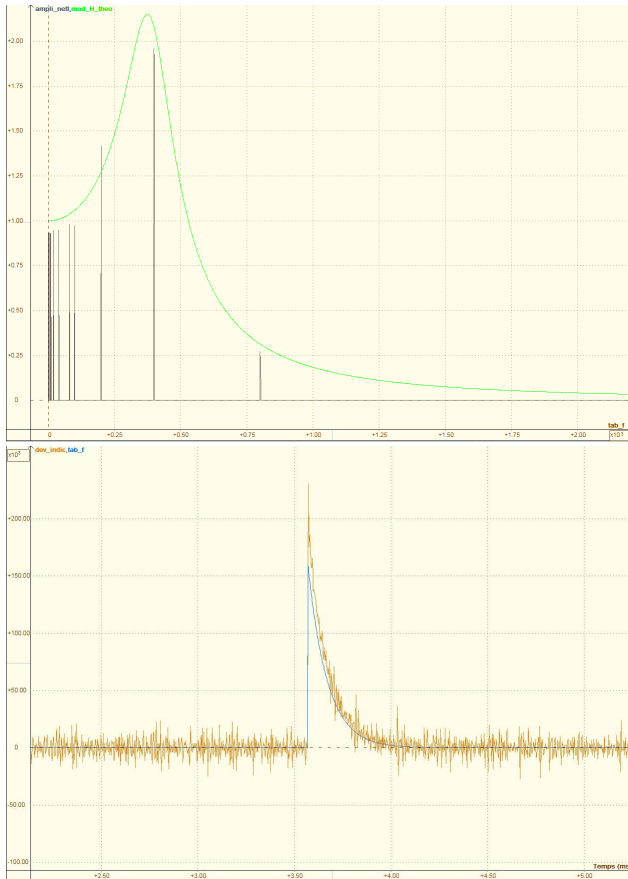


Récupération automatique d'une fonction de transfert



Etudiants :

Robin Niel

Vinduja Vasanthan

Mehdi Rhoulane

Thomas GERMONT

Enseignant responsable du projet :

François GUILLOTIN

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE ROUEN

Département Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur avenue de l'Université - 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray - tél :
+33 (0)2 32 95 97 00 - fax : +33 (0)2 32 95 98 60

Table des matières

I	Introduction	4
II	Partie théorique	5
1	Fonction de transfert	5
2	Principe d'un système dynamique Linéaire Invariant Causal (L.I.C)	6
2.1	Réponse temporelle	7
2.1.1	Réponse indicielle $q(t)$	7
2.1.2	Réponse impulsionnelle $h(t)$	7
3	Numérisation du signal	8
4	Echantillonnage	8
5	La fonction δ	9
5.1	Pic de dirac	9
5.2	Peigne de Dirac	10
6	Décomposition en série de Fourier	11
6.1	Les signaux périodiques	11
6.2	Série de Fourier	12
6.3	Décomposition des signaux usuels	12
6.4	Spectre en fréquence d'un signal	13
III	Partie pratique	15
7	Récupération de la fonction de transfert d'un filtre	15
7.1	Passé bas d'ordre 1	15
7.2	Filtre RLC avec résonance	17
8	Etude de la relation entre la réponse impulsionnelle et la réponse indicielle pour un filtre passe-bas d'ordre 1	18

Date de remise du rapport : 12/06/2016

Référence du projet : STPI/P6/2016 - 36

Intitulé du projet : Récupération automatique d'une fonction de transfert d'un filtre électronique

Type de projet : Expérimental

Objectif du projet :

L'objectif de ce projet était de mettre en place une méthode pour récupérer automatiquement la fonction de transfert d'un filtre électronique quel qu'il soit. Premièrement en le testant sur un filtre passe-bas d'ordre 1 puis sur un autre filtre.

Mots-clefs du projet : filtre, fonction transfert, Synchronie

Première partie

Introduction

Le sujet qui nous a été attribué fait partie du domaine de l'automatique¹, et plus précisément de l'identification des systèmes mécaniques. C'est un domaine très important pour la physique. Pour commencer le sujet, nous avons premièrement mis en place une méthode pour l'analyse d'un filtre passe-bas du premier ordre puis nous avons généralisé celle-ci pour pouvoir récupérer la fonction de transfert de n'importe quel filtre. De plus, cette méthode pourrait être appliquée à n'importe quel autre système mécanique

1. L'automatique est une science qui traite de la modélisation, de l'analyse, de l'identification et de la commande des systèmes dynamiques.

Deuxième partie

Partie théorique

L'analyse du signal est un sujet auquel beaucoup de mathématiciens et physiciens se sont intéressés. C'est pourquoi parler de traitement du signal nous oblige à nous intéresser à différentes méthodes et théorie. Nous exposerons ici les différentes notions que nous avons abordé tout au long du projet.

1 Fonction de transfert

La fonction de transfert est le rapport de la tension de sortie complexe sur la tension d'entrée complexe. En effet, il existe différentes façons de modéliser des systèmes physiques. On peut, par exemple, penser aux équations différentielles. Ces équations reviennent à un raisonnement "intérieur" au système qu'on a posé en les déduisant des lois physiques régissant le système. Le problème de ces équations est qu'il est relativement simple de les résoudre avec des cas simples, d'école, mais qu'avec une entrée compliquée, cela se complexifie. C'est pourquoi introduire un nouveau raisonnement "externe" : la fonction de transfert.

Une fonction de transfert H est un modèle mathématique de la relation entre l'entrée u et la sortie v d'un système linéaire². Dans notre projet le système linéaire auquel nous nous intéressons est un filtre électronique.

Toutefois de nombreux systèmes peuvent être modélisés par des systèmes linéaires.

— Cas d'un filtre passe bas :

Dans notre projet nous nous sommes intéressés à la récupération de la fonction de transfert d'un filtre passe bas d'ordre 1

Definition du filtre passe bas : Un filtre passe bas est un filtre qui laisse passer les basses fréquences, et atténue les hautes fréquences à partir de la fréquence de coupure

$H(p)$ est la fonction de transfert qui est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$H(p) = \frac{s(p)}{e(p)} = \frac{1}{1 + \tau P}$$

Où P est l'opérateur de la transformation de Laplace. On montre que $p \rightarrow j\omega$ en régime sinusoïdal établi.

En régime sinusoïdal, on obtient la forme classique en électricité : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \tau\omega} = \frac{s(j\omega)}{e(j\omega)}$.

L'opérateur P est un nombre complexe. C'est la pulsation généralisée : $P = \sigma + j\omega$.

Cette transformation de Laplace est directement liée à l'équation différentielle liant $e(t)$ et $s(t)$ grâce aux propriétés suivantes :

Dans le cas général : $g(t) = \frac{df(t)}{dt} \Rightarrow G(p) = pF(p) - f(0^-)$

En régime sinusoïdale : $g(t) = \frac{df(t)}{dt} \Rightarrow \underline{g}(j\omega) = j\omega \underline{f}(j\omega)$

$H(p)$, ou sa forme en sinusoïdal $\underline{H}(j\omega)$, est la fonction de transfert.

On montre que $H(p)$ est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle $h(t)$.

De même $\underline{H}(j\omega)$ est la transformée de Fourier de $h(t)$.

² Un système linéaire est un objet du monde matériel qui peut être décrit par des équations linéaires, ou encore qui obéit au principe de superposition : toute combinaison linéaire des variables de ce système est encore une variable de ce système.

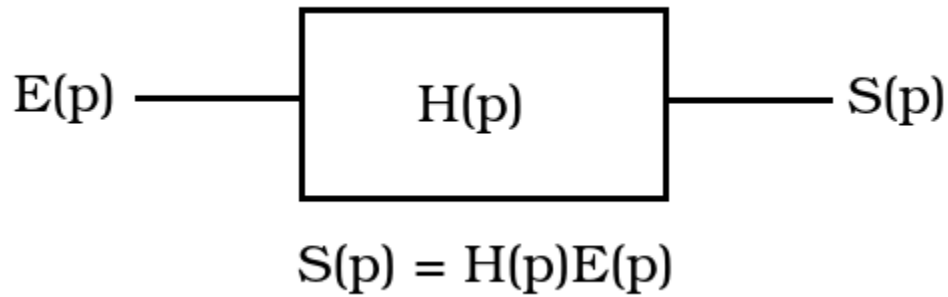


FIGURE 1 – Fonction de transfert

Le *filtre passe-bas* est utilisé afin de réduire les composantes de fréquences supérieures à celles de la fréquence de coupure

2 Principe d'un système dynamique Linéaire Invariant Causal (L.I.C)

Nous avons choisi un système électronique simple à étudier.

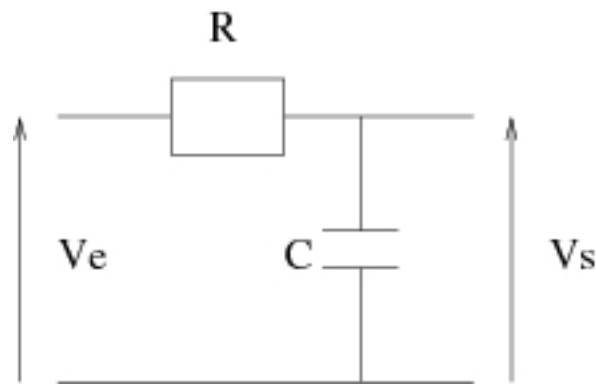


FIGURE 2 – Circuit RC

On obtient une relation entre le signal en entrée et celui en sortie :

$$\tau \frac{ds}{dt} + s = e$$

avec $\tau = RC$.

Si l'équation différentielle est linéaire à coefficients constants, et si le système est temporel ; alors la relation entre l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ peut se mettre sous la forme d'un produit de convolution. On dit que dans ce cas le système est linéaire, causal et invariant. Le produit de convolution, noté $*$, est donné par :

$$s(t) = (h * e)(t) = \int_0^t h(u)e(t-u)du$$

En physique on note souvent $s(t) = h(t) * e(t)$ à la place de $s(t) = (h * e)(t)$

Une des propriétés d'un système causal est que $h(t) = 0$ à $t < 0$.

On dit que la fonction de transfert $h(t)$ est causale

2.1 Réponse temporelle

Les éléments que nous allons voir sont basés sur l'étude d'un passe-bas de premier ordre.

2.1.1 Réponse indicielle $q(t)$

La réponse indicielle est la réponse du système à une entrée échelon. Etudier une réponse indicielle consiste à observer une discontinuité en entrée.

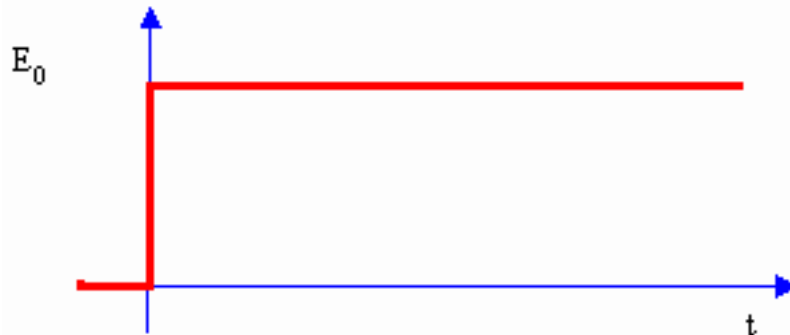


FIGURE 3 – Entrée échelon

$\tau \frac{dq}{dt} + q = K$ avec K une constante et $q = 0$ à $t < 0$.

$$\begin{cases} e(t) = 0, t < 0 \\ e(t) = K, t \geq 0 \end{cases}$$

On a donc $e(t) = K$

Pour $t \geq 0$,

$$q(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

ou

$$q(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\Upsilon(t)$$

$$\begin{cases} \Upsilon(t) = 1, t \geq 0 \\ \Upsilon(t) = 0, t < 0 \end{cases}$$

2.1.2 Réponse impulsionnelle $h(t)$

La réponse impulsionnelle est la réponse d'un système à une impulsion de Dirac en entrée :

$e(t) = \delta_0 \Rightarrow s(t) = h(t)$, avec δ_0 le pic de Dirac en $t = 0$.

On a donc :

$$h(t) = \frac{d}{dt}q(t)$$

avec $f(a) = f(t)\delta_0$

Remarque c'est une dérivée au sens des distributions, $h(t) = [q(t)]'$

3 Numérisation du signal

L'ordinateur est un système qui ne sait calculer qu'avec des nombres. Or dans le cadre de notre projet nous traitons des signaux analogiques tels qu'un signal électrique. C'est pourquoi il faut numériser les signaux pour pouvoir les exploiter. Cela se réalise en 2 étapes :

- Echantillonnage
- Quantification

Dans cette partie, nous détaillerons les méthodes permettant de réaliser ceci. Nous aborderons aussi les problèmes rencontrés durant le projet liés à la numérisation du signal.

4 Echantillonnage

L'échantillonnage d'une fonction consiste à déterminer les valeurs de $f(x)$ pour un ensemble discret de valeurs de x . L'ensemble de ces valeurs de f constitue l'échantillon. On échantillonne en général les fonctions aux points $x_n = nx_e$ où x_e est l'intervalle d'échantillonnage, fixe, et n un entier prenant les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$. La fréquence d'échantillonnage s_e est le nombre de points x_n par intervalle de x et vaut $s_e = 1/x_e$.

Par, ailleurs il faut savoir qu'échantillonner une fonction revient à la multiplier par un peigne de dirac égal à la période d'échantillonnage T_e :

$$f(t) \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT_e) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f(nT_e) \delta(t - nT_e)$$

Le résultat obtenu est un peigne modulé par les valeurs discrètes $f(nT_e)$.

Repliement de spectre :

A cause d'un échantillonnage insuffisant, en l'occurrence lorsqu'un échantillonnage est effectué à une cadence insuffisante par rapport à la fréquence du signal, il n'est pas possible de récupérer le spectre par un filtrage approprié. Dans le cas d'un repliement de spectre (figure ci-dessous) où l'on a $s_e < 2s_c$, il n'est pas possible de reconstruire le signal initial du spectre à partir de la connaissance de son échantillonné, et donc il y a impossibilité de récupérer le spectre par un filtrage approprié.

Afin de résoudre ce problème il faut respecter le théorème ci-dessous :

- Théorème de Shannon : Si $s_e > 2s_c$ c'est à dire si la fréquence d'échantillonnage est deux fois supérieure à la fréquence maximale contenue dans le signal à échantillonner, on peut retrouver l'intégralité du signal original à partir du signal échantillonné par filtrage passe-bas.

Lorsqu'on ne respecte pas la condition de Shannon, on remarque que les spectres se chevauchent c'est ce que l'on appelle le repliement de spectre appelé "aliasing" en anglais et qu'il faut en général absolument éviter.

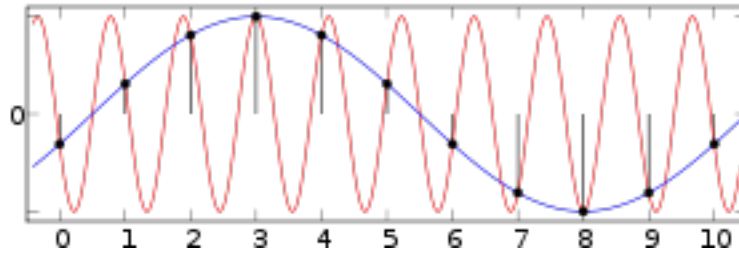


FIGURE 4 – Repliement de spectre

Si on effectue un filtrage passe bas, alors on recuperera des fréquences indésirables. Si on réalise un échantillonnage on entendra de nouveaux sons (correspondants aux fréquences repliées). Il faut donc respecter la condition de Shannon c'est à dire limiter la bande passante du signal à traiter à la moitié de la fréquence d'échantillonnage afin d'échantillonner un signal sans perte d'information.

5 La fonction δ

En mathématiques, on analyse les relations entre les fonctions continues et dérivables, ce qui est un système adapté au traitement des systèmes régis par des équations différentielles. Cependant dans le cas des fonctions discontinues, on a introduit la théorie des distributions pour étendre la notion de dérivabilité dans le cas des fonctions discontinues.

Afin de modéliser les impulsions, Paul Dirac a introduit une pseudo-fonction portant le nom de distribution de Dirac et vérifiant les conditions suivantes :

$$\delta_a(t) = \begin{cases} +\infty & \text{si } t = a \\ 0 & \text{si } t \neq a \end{cases} \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (2)$$

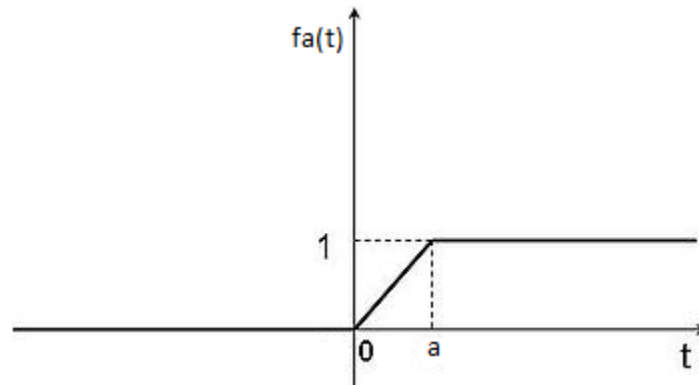
et pour toute fonction continue f :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_a(t) f(t) dt = f(a) \quad (3)$$

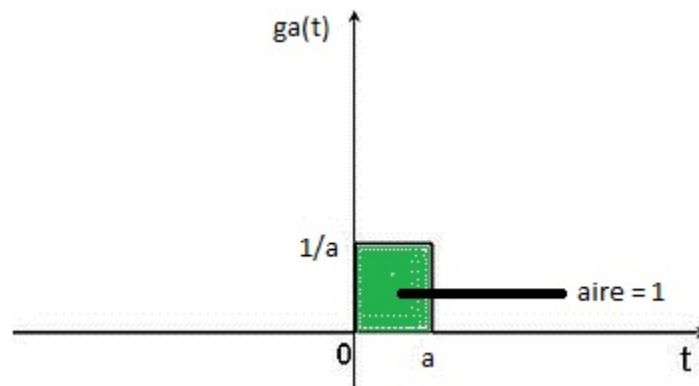
5.1 Pic de dirac

Le pic de dirac est représenté par la fonction δ et δ_0 est définie comme étant la dérivée d'upsilon ($\Upsilon(t)$).

Soit la fonction $f_a(t)$ représentée comme ci dessous :



Dérivons $f_a(t)$ pour obtenir $g_a(t) = \frac{df_a(t)}{dt}$



Par passage à la limite $a \rightarrow 0$ on obtient le pic de dirac en 0 (δ_0) à travers les étapes suivantes :

$$1) \quad \lim_{a \rightarrow 0} f_a(t) = \Upsilon(t)$$

$$2) \quad \lim_{a \rightarrow 0} g_a(t) = \lim_{a \rightarrow 0} \left(\frac{df_a(t)}{dt} \right) = \delta_0 = [\Upsilon(t)]'$$

Ainsi on obtient : $\delta_0 = [\Upsilon(t)]'$

où $\Upsilon(t)$ est l'échelon unité de Heaviside et présente les caractéristiques suivantes :

- $\lim_{a \rightarrow 0} g_a(t) = \delta_0$
- $\Upsilon(0^+) = 1$ et $\Upsilon(0^-) = 0$

On note également que le signal échelon, qui correspond à une activation ou apparition soudaine en $t=0$ qui est défini par les caractéristiques précédentes, ne vérifie pas les conditions d'existence de la transformée de Fourier. La fonction de Dirac permet néanmoins de résoudre cette difficulté.

5.2 Peigne de Dirac

Le peigne de dirac (aussi appelé copie ou échantillon) doit son appellation à sa représentation. C'est un ensemble d'impulsions espacées par la période d'échantillonnage T_e , comme on peut le voir sur l'image ci-dessous :

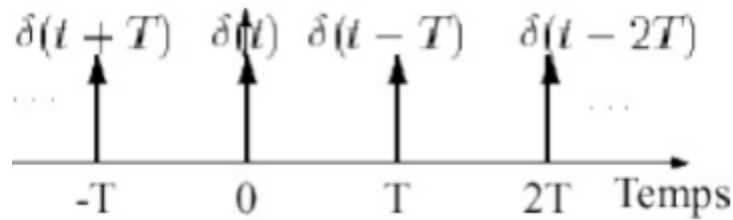


FIGURE 5 – Peigne de Dirac

La fonction peigne est ainsi une succession infinie de fonctions de Dirac, espacées par unité de temps définie par la formule suivante :

$$- \delta_T(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT) \quad \text{où } n \text{ prend toutes les valeurs entières.}$$

La transformée de Fourier d'un peigne de Dirac (en temps) est un peigne de Dirac (en fréquence) :

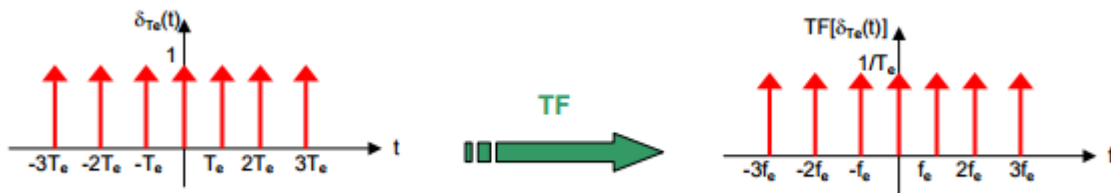


FIGURE 6 – Transformée de Fourier du peigne de Dirac

En pratique, le peigne de dirac est l'outil qui permet la modélisation d'un signal échantillonné.

Le peigne de dirac est représenté par la formule suivante : $\sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT_e)$

6 Décomposition en série de Fourier

6.1 Les signaux périodiques

Un signal $s(t)$ est dit périodique s'il existe un nombre T tel que :

$$\forall t \in \mathbb{R}, s(t + T) = s(t)$$

On appelle période du signal $s(t)$ la plus petite valeur T_0 de T qui assure l'égalité précédente. Un signal périodique, de période T_0 vérifie :

$$\forall t \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}, s(t + nT_0) = s(t)$$

La pulsation d'un signal périodique, de période T_0 , est définie par :

$$\omega = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{avec } \omega \text{ en Hz et } T_0 \text{ en s}$$

La valeur moyenne d'un signal périodique, de période T_0 , se calcule par :

$$\langle s \rangle = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} s(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) dt$$

6.2 Série de Fourier

A un signal périodique $s(t)$, de période T_0 , on associe une série de Fourier :

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t) \quad \text{ou} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

dans laquelle les coefficients a_i et b_i se calculent à l'aide des intégrales

$$a_0 = \langle s \rangle = \frac{1}{T_0} \int_t^{t+T_0} s(t) dt$$

$$a_{n \neq 0} = \frac{2}{T_0} \int_t^{t+T_0} s(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_{n \neq 0} = \frac{2}{T_0} \int_t^{t+T_0} s(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

Dans une série de Fourier, le terme d'ordre 1 : $a_1 \cos(\omega_0 t) + b_1 \sin(\omega_0 t)$ est appelé terme fondamental tandis que les termes d'ordre $n > 1$ sont appelés les harmoniques de rang n .

On peut également adopter une notation complexe qui a le mérite de condenser l'écriture :

$$\underline{s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

avec $s(t) = \text{Re}[\underline{s}(t)]$ et c_n les coefficients complexes avec la correspondance :

$$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$$

6.3 Décomposition des signaux usuels

Signal créneaux La fonction créneaux est définie par :

$$\begin{cases} s(t) = a & \text{si } 0 \leq t < \frac{T_0}{2} \\ s(t) = -a & \text{si } \frac{T_0}{2} \leq t < T_0 \end{cases}$$

Ce signal admet pour série de Fourier (avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$) :

$$S(t) = \frac{4a}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin[(2n+1)\omega_0 t]$$

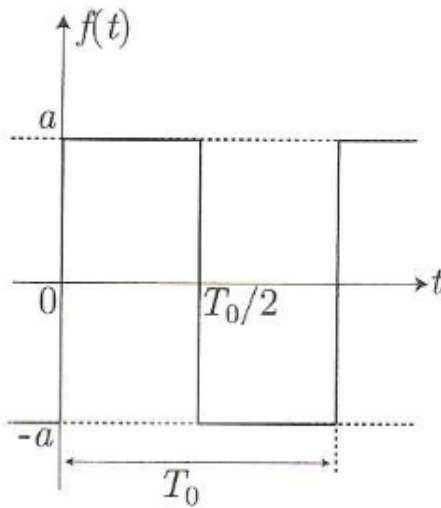


FIGURE 7 – Signal créneau

Signal en dent de scie La fonction dents de scie est définie par :

$$\begin{cases} s(t) = a - \frac{4a}{T_0}t & \text{si } 0 \leq t \leq \frac{T_0}{2} \\ s(t) = a + \frac{4a}{T_0}t & \text{si } -\frac{T_0}{2} \leq t \leq 0 \end{cases}$$

Ce signal admet pour série de Fourier (avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$) :

$$S(t) = \frac{8a}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos[(2n+1)\omega_0 t]$$

6.4 Spectre en fréquence d'un signal

Lorsque le signal périodique $s(t)$ est continu, le théorème de Fourier stipule que :

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$$

où :

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \left[\frac{a_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \cos(n\omega t) + \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}} \sin(n\omega t) \right]$$

c'est à dire, en posant

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\cos(\phi_n) = \frac{a_n}{c_n}$$

$$\sin(\phi_n) = \frac{b_n}{c_n}$$

on obtient :

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) = c_n [\cos(\phi_n) \cos(\omega t) + \sin(\phi_n) \sin(\omega t)] = c_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

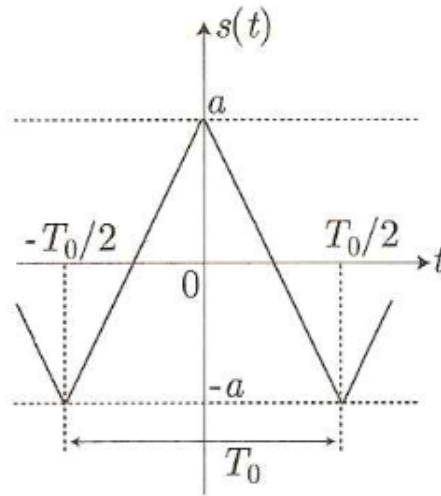


FIGURE 8 – Signal dent de scie

d'où :

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega t - \phi_n)$$

On appelle spectre en fréquence du signal $s(t)$, le diagramme en bâtons figurant c_n pour chaque valeur de n .

Troisième partie

Partie pratique

7 Récupération de la fonction de transfert d'un filtre

7.1 Passe bas d'ordre 1

Pour récupérer la fonction de transfert d'un filtre, nous avons d'abord commencé par un exemple simple : un filtre passe-bas d'ordre 1. Pour faire ceci, nous avons utilisé la fonctionnalité de Synchronie permettant de sortir un signal analogique d'une rosace. Même si ce signal possède quelques défauts, notamment le crénelage du signal dû à la nature numérique de l'outil que nous avons utilisé. De plus, le signal en sortie n'était pas exactement le même que celui que nous pensions envoyer. Cela est en partie dû au passage numérique-analogique. Malgré ces problèmes, cette fonctionnalité nous a permis de créer un signal étant une somme de sinusoides de différentes fréquences :

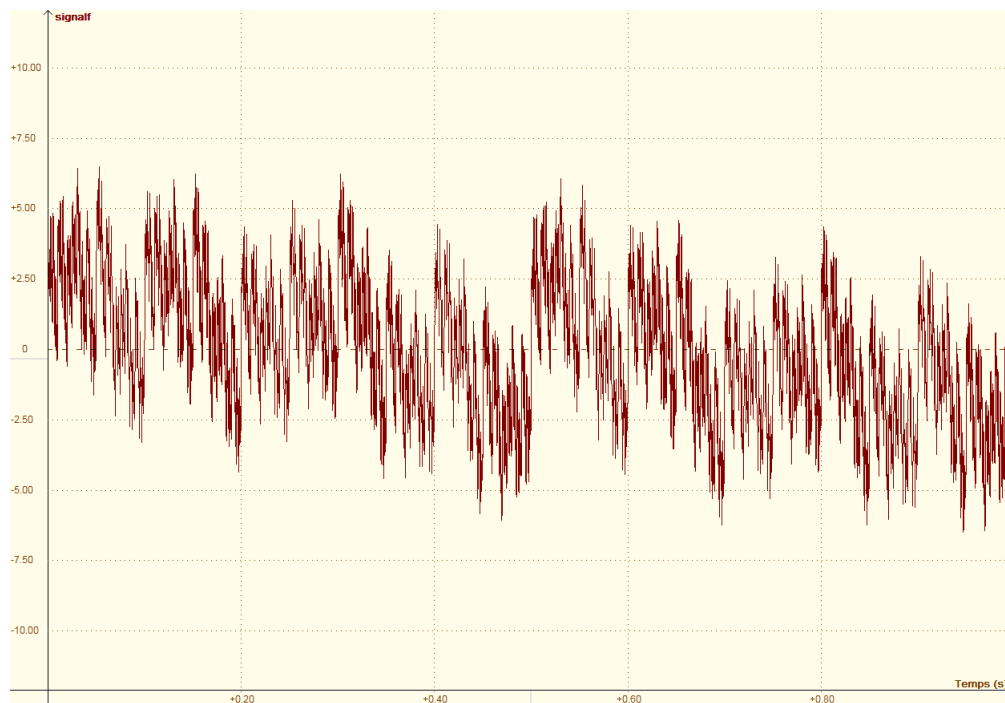


FIGURE 9 – Signal fabriqué

Ainsi, on envoie le signal crée de toutes pièces dans le filtre et nous récupérons la sortie. A partir de là, il est possible pour les différentes fréquences sus-mentionnées, de calculer le module de la transformée de Fourier. En représentant le module de la transformée de Fourier en fonction de la fréquence, on obtient alors le spectre du signal.

Ici s'est posé le premier problème. En effet, logiquement le spectre du signal de sortie de Synchronie devrait comporter des pics d'une hauteur de 1 V pour chaque fréquence contenue dans le signal. Or, voilà le spectre obtenu lorsque nous récupérons le signal que nous avons envoyé et lui appliquons la méthode expliquée ci-dessus :

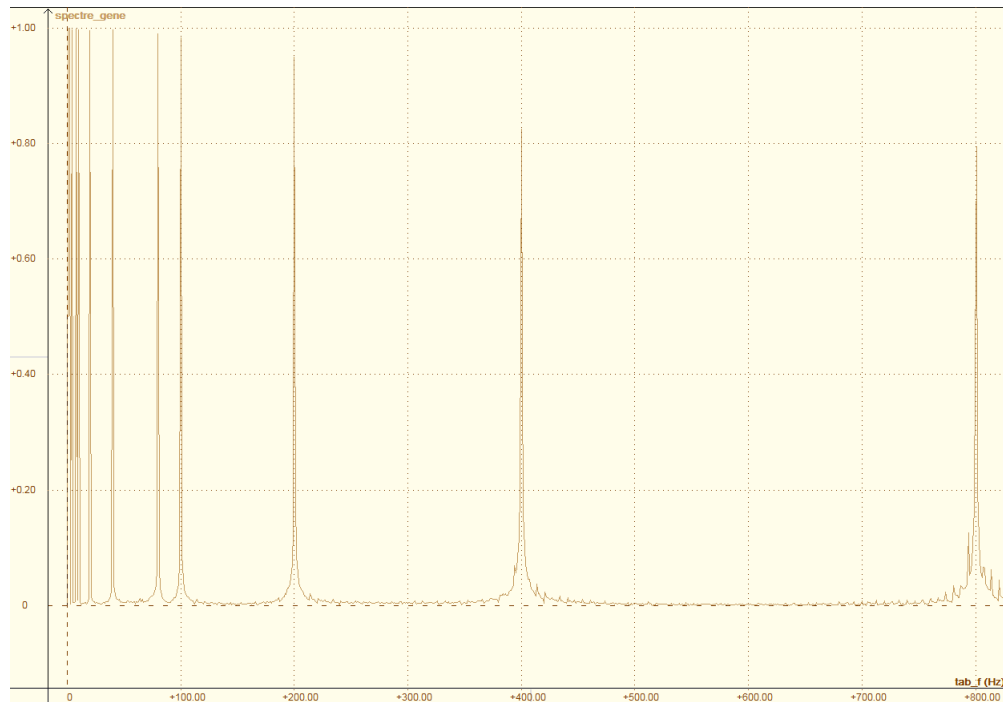


FIGURE 10 – Spectre signal sortie

On remarque que plus la fréquence augmente, moins les pics montent haut, jusqu'à finir à 0,80 V. Nous ne nous étions pas rendu compte de ce phénomène avant de comparer la fonction de transfert théorique et l'expérimentale. Toutefois, lorsque nous les avons représentées sur la même fenêtre, nous nous sommes aperçu d'une différence entre les deux augmentant avec la fréquence. Pour palier à ce problème, nous avons choisi pour la méthode ci-dessous de faire le rapport entre le spectre "réel" (spectre_gene) et le spectre de sortie (spectre_sort).

En faisant le rapport pour chaque fréquence du module du signal d'entrée et de sortie, on obtient l'amplification. Or en régime continu l'amplification est égale au module de la fonction de transfert. Enfin en représentant ces différents points en fonction de la fréquence, on peut générer une courbe modélisant la fonction de transfert du filtre. Ce calcul est effectué grâce au ligne de la feuille de calcul suivante :

```
amplificatio= spectre_sort /spectre_net
ampli_net=SI(amplificatio>2,0,amplificatio)
```

Nous avons eu besoin d'une variable ampli_net car il y avait trop de bruit sur le résultat final, nous avons donc seuillé le spectre. Ici spectre_net descend directement du signal envoyé, plus exactement de spectre_gene :

```
spectre_net=SI(spectre_gene>0.2,spectre_gene,0.0000000001)
```

Cette ligne permet aussi de seuiller le signal en sortie afin de réduire le bruit au maximum.

Enfin il nous suffit de représenter ampli_net en fonction de la fréquence pour obtenir la fonction de transfert expérimentale. On représente aussi la fonction de transfert théorique d'un filtre passe-bas d'ordre 1 sur la même fenêtre. On obtient donc :

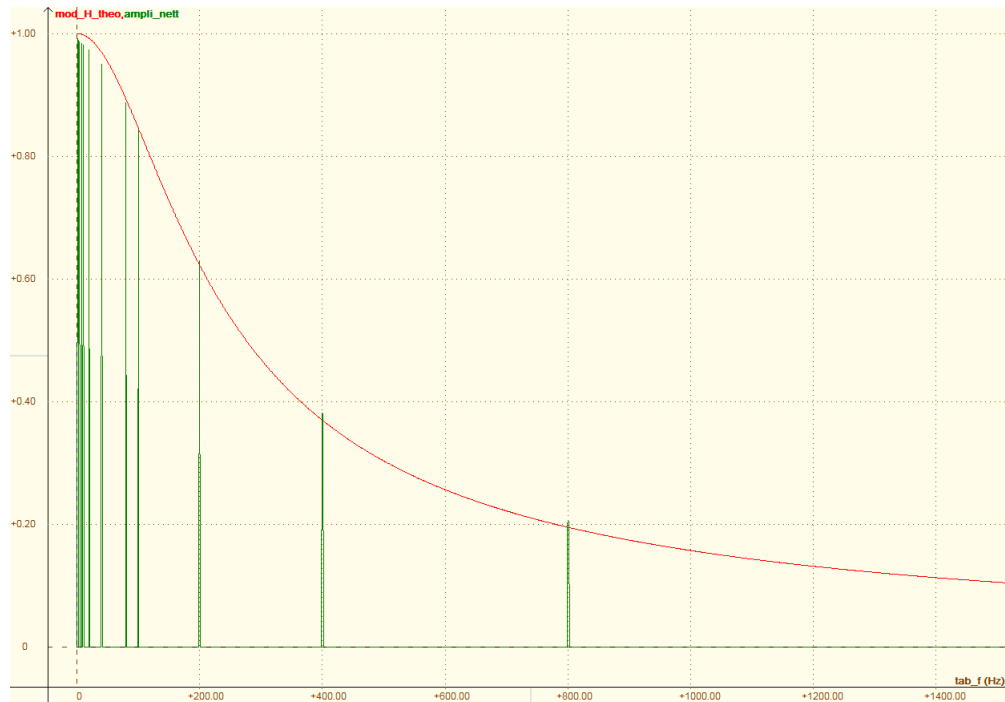


FIGURE 11 – Fonction de transfert théorique et expérimentale

On peut voir ici que notre méthode semble efficace. En effet il existe une légère différence entre la théorie et l'expérience. Toutefois, on peut associer cette différence au bruit présent sur les différents signaux, au crénelage du signal envoyé, et à d'autres facteurs liés à l'expérience. On peut néanmoins confirmer la validité de la méthode.

Nous avons appliqué cette méthode à un filtre passe-bas du premier ordre. Nous pouvons donc légitimement nous demander si cette méthode est applicable à d'autres filtres. Pour cela, nous allons réutiliser la même feuille de calcul et la même méthode en l'appliquant à un filtre RLC possédant une fréquence de résonance.

7.2 Filtre RLC avec résonance

Comme dit précédemment, nous allons maintenant appliquer notre méthode à un filtre de type RLC. Voilà le schéma du montage réalisé :

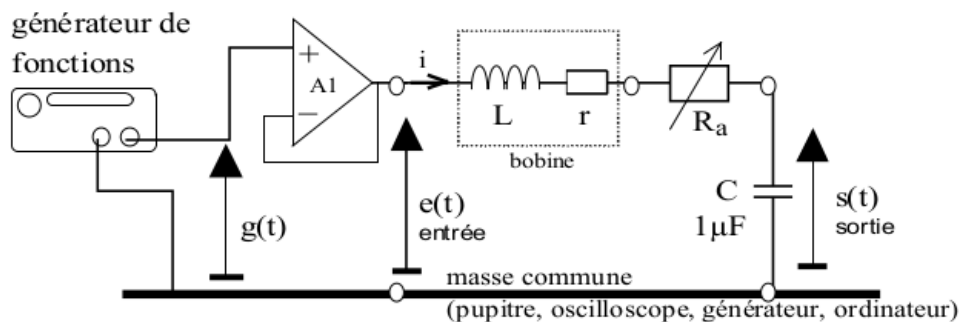


FIGURE 12 – Filtre RLC

La particularité de ce genre de filtre est de posséder une fréquence de résonance, c'est à dire une fréquence à laquelle l'amplitude du signal en sortie est plus importante que l'amplitude du signal en entrée. Ainsi, on devrait observer un pic sur la fonction de transfert.

Premièrement, on doit changer le calcul de la fonction de transfert théorique. Pour un filtre RLC la fonction de transfert théorique est : $|H| = \frac{w_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - (2\alpha\omega_0\omega)^2}}$. La fréquence de résonance peut se calculer grâce à la formule : $\frac{\omega_0\sqrt{1-2\alpha^2}}{2\pi}$. A cause des limitations de Synchronie, nous avons dû réaliser le calcul de la fonction de transfert théorique en 2 étapes : la racine et $\frac{w_0^2}{racine}$:

Une fois cette fonction rentrée, il ne restait plus qu'à réaliser le montage et lancer l'aquisition :

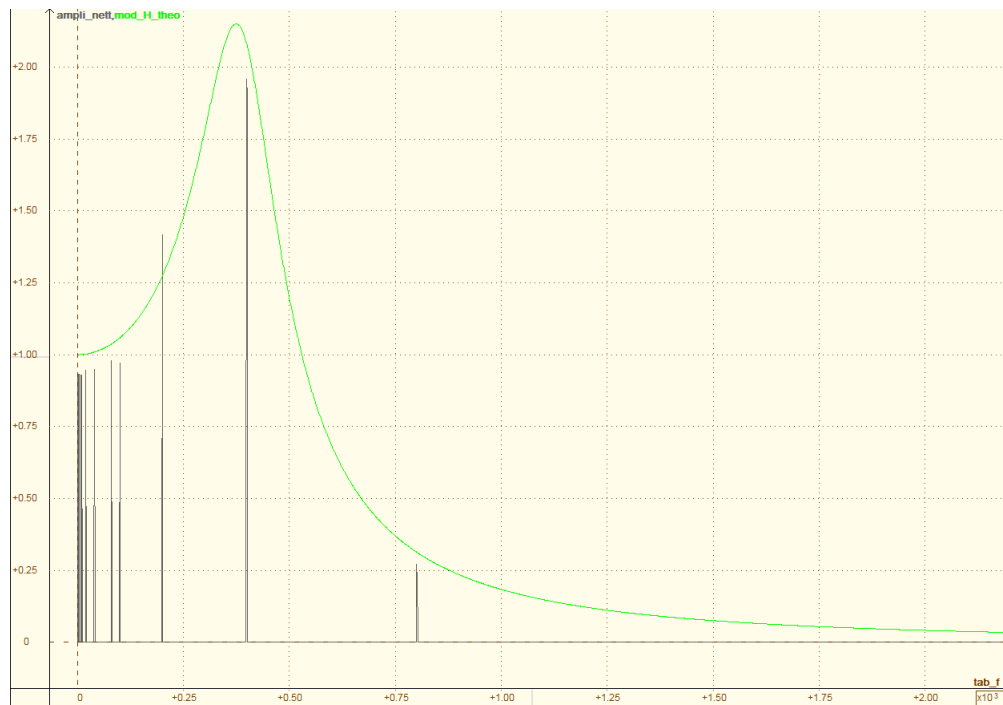


FIGURE 13 – Fonction de transfert théorique et expérimentale

On peut remarquer qu'une fois de plus, l'expérience colle à la théorie, même avec le bruit inhérent à l'expérience. On voit même bien la résonance sur notre amplification.

Toutefois M. Guillotin a souhaité avoir plus de pics afin de mieux observer la résonance. Malheureusement, lorsque nous avons essayé d'ajouter ces pics en ajoutant des sinusoïdes à notre signal, nous sommes aperçu que cela ne changeait rien. Après de nombreux essais, nous en avons déduit que le nombre de points limité de Synchronie ne permettait pas d'augmenter le nombre de pics. On peut néanmoins envisager avec un système différent d'augmenter la précision de notre système.

8 Etude de la relation entre la réponse impulsionnelle et la réponse indicielle pour un filtre passe-bas d'ordre 1

Le but de notre manipulation est de montrer que la réponse impulsionnelle est la dérivée de la réponse indicielle.

Le filtre étudié

$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$ avec $\tau = RC$ avec $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$ où $e(t)$ est l'entrée du filtre et $s(t)$ est la sortie.

On réalise le filtrage grâce à l'enregistrement d'un filtre analogique avec une résistance et un condensateur, avec une fréquence de coupure $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$. Si $R = 10 \text{ k}\Omega$ et si $C = 10 \text{ nF}$ alors $f_c = \frac{1}{2 * \pi * 10000 * 10e-9} \simeq 1591 \text{ Hz}$.

L'entrée est $e(t) = \Upsilon(t - t_0)$, l'échelon unité de Heaviside que nous avons translaté pour bien voir les conditions initiales.

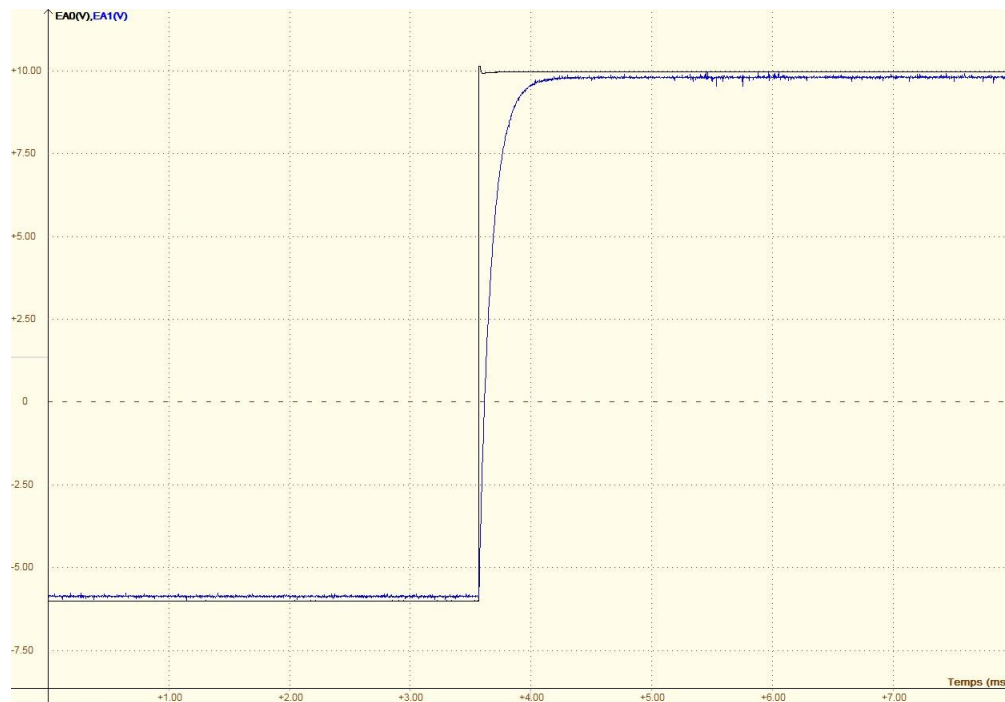
La sortie est alors $s(t) = q(t) = (1 - \exp(\frac{-(t-t_0)}{\tau}))\Upsilon(t - t_0)$. C'est la réponse indicielle $q(t)$

La dérivée de la réponse indicielle nous donne la réponse impulsionnelle $h(t)$

$$h(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} \exp(\frac{-(t-t_0)}{\tau})\Upsilon(t - t_0)$$

La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle nous donne la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$

Voici l'échelon en entrée du filtre :



Nous avons ensuite dérivé ce signal, pour pouvoir comparer sa courbe avec celle de la réponse impulsionnelle, que nous avons créée dans la feuille de calcul.

```

amp=16
R=10000
C=10E-9
tau=R*C
fc=1/(2*pi*tau)
imp_theo=amp*EXP((-t)/tau)/tau
tab_f=RETARD(imp_theo,1785 )

```



La courbe de la dérivée de notre signal carré et celle de la réponse impulsionnelle se superposent correctement. Il y a tout de même un léger décalage au niveau de l'amplitude, qui est probablement dû aux bruitages.

En bleu, nous voyons la réponse impulsionnelle théorique et en orange nous avons la dérivée du signal carré. La transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle nous donne la fonction de transfert.

Conclusion

Ce projet nous a apporté de nombreuses choses. Premièrement, nous avons découvert une nouvelle façon d'étudier les systèmes physiques. En effet, nous avons déjà étudié la fonction de transfert en électricité. Toutefois, ce projet nous aura permis de mieux appréhender cette notion. De plus, une partie d'entre nous souhaiterait intégrer le département ASI et revoir ces notions nous aura été bénéfique. Enfin, nous avons pu renforcer notre capacité à travailler en groupe et en autonomie.

Pour le projet en lui même, comme abordé dans la partie expérimentale, nous pourrions fortement améliorer notre méthode. Une première piste d'amélioration serait de traiter le signal et la sortie grâce au langage python et à des bibliothèques de traitement de signal pour dépasser la limite de point de Synchronie. Ensuite, nous pourrions réfléchir à adapter notre méthode à d'autres systèmes physiques que des systèmes électronique.

Enfin, nous avons trouvé un logiciel avec ces fonctions directement intégrées : Matlab notamment son extension Simulink qui permet de modéliser et/ou analyser des systèmes linéaires, ce qui est très utile dans le domaine de l'automatique.

References

[<http://users.polytech.unice.fr/icart/CiP2/laplace.pdf>]

[http://sertella.free.fr/cours_psi_physique/electsysteme/electsysteme%20chapitre%2003.pdf]

[<http://www.cpge-brizeux.fr/casiers/francoise/cours/elec/ElecPSICh2.pdf>]

[<http://www.cpge-brizeux.fr/casiers/francoise/cours/elec/ElecPSICh2.pdf>]

[<http://cours-info.iut-bm.univ-fcomte.fr/wiki/fichiers/TP/RC.jpg>]

[Philippe Godner, " Mathématiques des sciences appliquées", Editions ellipses,2010]

[https://cpinettes.u-cergy.fr/S6-MecaQ_files/complement_maths.pdf]

[http://moodle.insa-toulouse.fr/pluginfile.php/66734/mod_resource/content/3/2-Dirac-UPDiderot-MPotier.pdf]