Conceptions des TAD Collections

Structures statiques, dynamiques et mixtes

Nicolas Delestre

INSA ROUEN NORMANDIE

Plan...

INSA ROUEN NORMANDIE

Rappels

On a vu un certain nombre de TAD collections :

- les listes
- les listes ordonnées
- les piles
- les files
- les dictionnaires
- ...

Comment les représenter ?

INSA ROUEN NORMANDIE

Contraintes informatiques

- Les TAD sont des représentations mathématiques des types
  - les éléments existent en nombre fini ou infini
  - les opérations (fonctions mathématiques) permettent d'accéder aux éléments et de passer d'un élément à un autre
- La mémoire d'un ordinateur n'est pas infini. Dans le paradigme de la programmation structurée, les opérations :
  - modifient les valeurs des paramètres : procédure avec passage de paramètre en entrée/sortie ou en sortie
  - créent de nouvelles valeurs : fonction ou procédure avec passage de paramètre en sortie
- Il faut faire le bon choix de façon à être efficient

muabilité ou immuablité

Attention

Une fois que l'on a déterminé comment les représenter on obtient non plus un TAD mais un type de données (l'aspect *abstrait* disparaît)

Pile

- **fonction** pile **()** : Pile
- **fonction** estVide **(**unePile : Pile**) : Booleen**
- **procédure** empiler **(E/S** unePile : Pile, **E** element : Element**)**
- **procédure** dépiler **(E/S** unePile : Pile**)**

  ⌊**précondition(s)** non(estVide(*unePile*))
- **fonction** obtenirElement **(**unePile : Pile**)** : Element

  ⌊**précondition(s)** non(estVide(*unePile*))

INSA ROUEN NORMANDIE

File

- **fonction** file **()** **:** File
- **fonction** estVide **(**uneFile : File**) : Booleen**
- **procédure** enfiler **(E/S** uneFile : File, **E** element : Element**)**
- **procédure** défiler **(E/S** uneFile : File**)**

  ⌊**précondition(s)** $non(estVide(uneFile))$
- **fonction** obtenirElement **(**uneFile : File**)** **:** Element

  ⌊**précondition(s)** $non(estVide(uneFile))$

INSA ROUEN NORMANDIE

Liste

- **fonction** liste **() :** Liste
- **fonction** estVide **(**uneListe : Liste**) : Booleen**
- **procédure** insérer **(E/S** uneListe : Liste, **E** position : **Naturel**, element : Element**)**

  ⌊**précondition(s)** $1 \leq position \leq longueur(uneListe) + 1$
- **procédure** supprimer **(E/S** uneListe : Liste, **E** position : **Naturel)**

  ⌊**précondition(s)** $1 \leq position \leq longueur(uneListe)$
- **fonction** obtenirElement **(**uneListe : Liste, position : **Naturel) :** Element

  ⌊**précondition(s)** $1 \leq position \leq longueur(uneListe)$
- **fonction** longueur **(**uneListe : Liste**) : Naturel**

ListeOrdonnee

- **fonction** listeOrdonnee **()** : ListeOrdonnee
- **fonction** estVide **(**uneListe : ListeOrdonnee**)** : **Booleen**
- **procédure** insérer **(E/S** uneListe : ListeOrdonnee, **E** element : Element**)**
- **procédure** supprimer **(E/S** uneListe : ListeOrdonnee, **E** position : **Naturel)**

  ⌊**précondition(s)** $1 \leq position \leq longueur(uneListe)$
- **fonction** obtenirElement **(**uneListe : ListeOrdonnee, position : **Naturel) :** Element

  ⌊**précondition(s)** $1 \leq position \leq longueur(uneListe)$
- **fonction** longueur **(**uneListe : ListeOrdonnee**)** : **Naturel**

Ensemble

- **fonction** ensemble **()** **:** Ensemble
- **procédure** ajouter **(E/S** unEnsemble : Ensemble, **E** element : Element**)**
- **procédure** retirer **(E/S** unEnsemble : Ensemble, **E** element : Element**)**
- **fonction** estPrésent **(**unEnsemble : Ensemble, element : Element**) : Booleen**
- **fonction** cardinalite **(**unEnsemble : Ensemble**) : Naturel**
- **fonction** union **(**e1, e2 : Ensemble**)** **:** Ensemble
- **fonction** intersection **(**e1, e2 : Ensemble**)** **:** Ensemble
- **fonction** soustraction **(**e1, e2 : Ensemble**)** **:** Ensemble

INSA ROUEN NORMANDIE

Dictionnaire

- **fonction** dictionnaire **() :** Dictionnaire
- **procédure** ajouter **(E/S** unDictionnaire : Dictionnaire, **E** clef : Clef, element : Valeur**)**
- **procédure** retirer **(E/S** unDictionnaire : Dictionnaire, **E** clef : Clef**)**
- **fonction** estPresent **(**unDictionnaire : Dictionnaire, clef : Clef**) : Booleen**
- **fonction** obtenirValeur **(**unDictionnaire : Dictionnaire, clef : Clef**) :** Valeur

  ⌊**précondition(s)** estPresent(unDictionnaire, clef)
- **fonction** obtenirClefs **(**unDictionnaire : Dictionnaire**) :** Liste<Clef>
- **fonction** obtenirValeurs **(**unDictionnaire : Dictionnaire**) :** Liste<Valeur>

INSA ROUEN NORMANDIE

Tas

- **fonction** tas **() :** Tas
- **fonction** estVide **(**unArbre : Tas**) : Booleen**
- **procédure** insérer **(E/S** unArbre : Tas, **E** element : Element**)**
- **procédure** supprimer **(E/S** unArbre : Tas, **E** element : Element**)**
- **fonction** estPrésent **(**unArbre : Tas, element : Element**) : Booleen**
- **fonction** obtenirElement **(**unArbre : Tas**) :** Element
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)
- **fonction** obtenirFilsGauche **(**unArbre : Tas**) :** Tas
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)
- **fonction** obtenirFilsDroit **(**unArbre : Tas**) :** Tas
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)

INSA ROUEN NORMANDIE

Arbre binaire de recherche

- **fonction** aBR **()** **:** ABR
- **fonction** estVide **(**unArbre : ABR**)** **: Booleen**
- **procédure** insérer **(E/S** unArbre : ABR, **E** element : Element**)**
- **procédure** supprimer **(E/S** unArbre : ABR, **E** element : Element**)**
- **fonction** estPrésent **(**unArbre : ABR, element : Element**)** **: Booleen**
- **fonction** obtenirElement **(**unArbre : ABR**)** **:** Element
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)
- **fonction** obtenirFilsGauche **(**unArbre : ABR**)** **:** ABR
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)
- **fonction** obtenirFilsDroit **(**unArbre : ABR**)** **:** ABR
  - ⌊**précondition(s)** non estVide(unArbre)

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation

- Lorsque l'on déclare une variable de type collection, on suffixe le nom du type par le type réel des éléments
- Dans les algorithmes de la conception détaillée, si il y a ambiguïté sur les fonctions ou procédures utilisées, on préfixe le nom de la fonction ou de la procédure par le nom du TAD s'y rattachant (utilisation du "." pour séparer ces deux noms)

Exemple

a : ArbreBinaire<Entier>
l : Liste<Entier>
...
si ArbreBinaire.estVide(a) **alors**
    ...
finsi
...

Trois types de représentation

Objectif

- L'objectif est de décrire comment sont représentés les TAD collection (Pile, File, Liste, ListeOrdonnée, etc.), c'est-à-dire :
  - **Type** NomType = Représentation
  - Définir les algorithmes des fonctions et procédures vu dans la conception détaillée

Les collections sont des types de données qui "stockent" des éléments de même type

1. On peut utiliser des tableaux : structures de données statiques (SDS)
2. On peut utiliser les SDD : structures de données dynamiques
3. On peut utiliser à la fois des SDS et SDD

INSA ROUEN NORMANDIE

Représentation à l'aide de tableaux

- Très souvent ne fonctionne bien qu'avec les TAD collection non hiérarchique (sinon que signifie `obtenirFilsGauche` ?)
- Besoin de stocker les éléments, donc besoin d'un tableau, et donc besoin de savoir combien d'éléments sont significatifs
- Les collections (linéaires) sont donc représentées avec une structure (au sens algorithmique) composée :
  - d'un tableau d'éléments
  - du nombre d'éléments significatifs (un nombre d'éléments significatifs nul représente un ensemble vide)

Attention

Il se peut quelque fois que l'on veuille donner une structure d'arbre à l'organisation des éléments d'un tableau (par exemple pour représenter un tas).

Un premier exemple : la Pile 1 / 2

```
Type Pile = Structure
    lesElements : Tableau[1..MAX] de Element
    nbElements : Naturel
finstructure
fonction pile () : Pile
    Déclaration  resultat : Pile
debut
    resultat.nbElements ← 0
    retourner resultat
fin
fonction estVide (unePile : Pile) : Booleen
debut
    retourner unePile.nbElements=0
fin
```

Un premier exemple : la Pile 2 / 2

```
procédure empiler (E/S unePile : Pile, E e : Element)
debut
    unePile.nbElements ← unePile.nbElements+1
    unePile.lesElements[unePile.nbElements] ← e
fin
procédure depiler (E/S unePile : Pile)
    ⌊précondition(s)   non estVide(unePile)
debut
    unePile.nbElements ← unePile.nbElements-1
fin
fonction obtenirElement (unePile : Pile) : Element
    ⌊précondition(s)   non estVide(unePile)
debut
    retourner unePile.lesElements[unePile.nbElements]
fin
```

INSA ROUEN NORMANDIE

Un deuxième exemple : la Liste 1 / 3

```
Type Liste = Structure
    lesElements : Tableau[1..MAX] de Element
    nbElements : Naturel
finstructure
fonction liste () : Liste
    Déclaration  resultat : Liste
debut
    resultat.nbElements ← 0
    retourner resultat
fin
fonction estVide (uneListe : Liste) : Booleen
debut
    retourner uneListe.nbElements=0
fin
```

Un deuxième exemple : la Liste 2 / 3

procédure insérer **(E/S** uneListe : Liste, **E** indice : **Naturel**, e : Element**)**
⌊**précondition(s)** $1 \leq indice \leq longueur(uneListe) + 1$
debut
decalerVersLaDroite(uneListe, indice)
uneListe.nbElements ← uneListe.nbElements+1
uneListe.lesElements[indice] ← e
fin
procédure supprimer **(E/S** uneListe : Liste, **E** indice : **Naturel)**
⌊**précondition(s)** $1 \leq indice \leq longueur(uneListe)$
debut
decalerVersLaGauche(uneListe, indice+1)
uneListe.nbElements ← uneListe.nbElements-1
fin
fonction obtenirElement **(**uneListe : Liste, indice : **Naturel) :** Element
⌊**précondition(s)** $1 \leq indice \leq longueur(uneListe)$
debut
retourner uneListe.lesElements[indice]
fin

INSA ROUEN NORMANDIE

Un deuxième exemple : la Liste 3 / 3

```
fonction longueur (uneListe : Liste) : Naturel
debut
    retourner uneListe.nbElements
fin
procédure decalerVersLaDroite (E/S uneListe : Liste, E indice : Naturel)
    Déclaration  i : Naturel
debut
    pour i ←uneListe.nbElements à indice pas de -1 faire
        uneListe.lesElements[i+1] ← uneListe.lesElements[i]
    finpour
fin
procédure decalerVersLaGauche (E/S uneListe : Liste, E indice : Naturel)
    Déclaration  i : Naturel
debut
    pour i ←indice à uneListe.nbElements faire
        uneListe.lesElements[i-1] ← uneListe.lesElements[i]
    finpour
fin
```

INSA ROUEN NORMANDIE

Avantage / Inconvénient

Avantage

- Simple à programmer

Inconvénients

- Structure statique :
  - Limitée par un nombre d'éléments maximal (MAX)
  - Même si très peu d'éléments stoqués, MAX éléments réservés
  - Problème des collections définies récursivement

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 1 / 6

- Les types `Pile`, `File`, `Liste`, `ListeOrdonnee` peuvent être représentés à l'aide de la SSD `ListeChainee` ou d'une structure contenant une ListeChainee :

  Type XX = ListeChainee

  Type XX = **Structure**

  lesElements : ListeChainee

  ...

  finstructure

- Les fonctions/procédures de ces types utilisent donc les fonctions/procédures de la SDD `ListeChainee`

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 2 / 6

Pile

Type Pile = ListeChainee

Le sommet de la pile est représenté par le premier élément de la liste chaînée :

- estVide → estVide
- empiler → ajouter
- dépiler → supprimerTete
- obtenirElement → obtenirElement

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 3 / 6

File

Type File = **Structure**
debut : ListeChainee
fin : ListeChainee
finstructure

debut référence la tête de la liste chaînée et *fin* le dernier élément :

- estVide → estVide
- enfiler → une opération qui permet d'≪ ajouter ≫ un élément au niveau du champ *fin*
- défiler → supprimerTete
- obtenirElement → obtenirElement

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 4 / 6

Liste

Type Liste = **Structure**
lesElements : ListeChainee
nbElements : **Naturel**
finstructure

Les éléments de la liste sont stockés dans le même ordre que celui de la liste chaînée

- estVide → estVide
- insérer → *une opération qui insére un élément à la ième place de la liste chaînée et incrémentation du champ `nbElements`*
- supprimer → *une opération qui supprime le ième élément et décrementation du champ `nbElements`*
- obtenirElement → *une opération qui permet d'obtenir le ième élément de la liste chaînée*
- longueur → *accès au champ `nbElements`*

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 5 / 6

ListeOrdonnee

Type ListeOrdonnee = **Structure**
lesElements : ListeChainee
nbElements : **Naturel**
finstructure

Les éléments de la liste ordonnée sont stockés dans le même ordre que celui de la liste chaînée

- estVide → estVide
- insérer → *une opération qui insére un élément et incrémentation du champ* `nbElements`
- supprimer → *une opération qui supprime le ième élément et décrementation du champ* `nbElements`
- obtenirElement → *une opération qui permet d'obtenir le ième élément de la liste chaînée*
- longueur → *accès au champ* `nbElements`

INSA ROUEN NORMANDIE

Utilisation de la SDD `ListeChainee` 6 / 6

Ensemble

Type Ensemble = **Structure**
lesElements : ListeChainee
nbElements : **Naturel**
finstructure

Les éléments de l'ensemble sont stockés dans le même ordre que celui de la liste chaînée

- ajouter → ajouter (en vérifiant au préalable que l'élément n'est pas présent)
- retirer → *une opération qui supprime un élément et décremente le champ `nbElements` si l'élément a bien été supprimé*
- estPrésent → *une opération qui permet de savoir si un élément est présent dans la liste*
- cardinalité → *accès au champ `nbElements`*
- union → *une opération qui crée un nouvel ensemble en ajoutant les éléments des deux ensembles*
- soustraction → *une opération qui crée un nouvel ensemble ou sera ajouté les éléments du premier ensemble qui ne sont pas dans l'autre (opération privée)*
- intersection → *une opération qui crée un nouvel ensemble et qui appelle deux fois une opération qui ajoutera les éléments d'un ensemble qui sont aussi présent dans un autre*

ABR 1 / 6

Arbre Binaire de recherche : ABR

Type ABR = ArbreBinaire

- estVide → estVide
- insérer → *une opération qui insére un élément*
- supprimer → *une opération qui supprimer un élément*
- estPresent → *une opération qui recherche un élément*
- obtenirElement → obtenirElement
- obtenirFilsGauche → obtenirFilsGauche
- obtenirFilsDroit → obtenirFilsDroit

INSA ROUEN NORMANDIE

ABR 2 / 6

estPresent

```
fonction estPresent (a : ABR, e : Element) : Booleen
    Déclaration  temp : ABR
debut
    si estVide(a) alors
        retourner FAUX
    sinon
        si e=obtenirElement(a) alors
            retourner VRAI
        sinon
            si e<obtenirElement(a) alors
                retourner estPresent(obtenirFilsGauche(a),e)
            sinon
                retourner estPresent(obtenirFilsDroit(a),e)
            finsi  '
        finsi
    finsi
fin
```

INSA ROUEN NORMANDIE

ABR 3 / 6

insertion

Principe : parcours l'arbre jusqu'à arriver sur un arbre vide

procédure inserer **(E/S** a : ABR, **E** e : Element**)**

Déclaration temp : ABR

debut
  si estVide(a) **alors**
    a ← ajouterRacine(arbreBinaireRecherche(), arbreBinaireRecherche(), e)
  sinon
    si e≤obtenirElementRacine(a) **alors**
      temp ← obtenirFilsGauche(a)
      insérer(temp, e)
      fixerFilsGauche(a, temp)
    sinon
      temp ← obtenirFilsDroit(a)
      insérer(temp, e)
      fixerFilsDroit(a, temp)
    finsi
  finsi
fin

INSA ROUEN NORMANDIE

ABR 4 / 6

suppression (début)

Principe : Lorsque l'on a trouvé l'élément à supprimer, il y a trois cas :

1. L'arbre est une feuille : suppression de l'arbre
2. L'arbre a un seul fils : l'arbre devient le fils (et suppression du nœud)
3. L'arbre a deux fils : la nouvelle racine devient le plus grand des plus petits (ou le plus petit des plus grand)

```
fonction lePlusGrand (a : ABR) : ABR
    ⌊précondition(s)   non estVide(a)
debut
    si estVide(obtenirFilsDroit(a)) alors
        retourner a
    sinon
        retourner lePlusGrand(obtenirFilsDroit(a))
    finsi
fin
```

ABR 5 / 6

suppression (suite)

```
procédure supprimer (E/S a : ABR ; E e : Element)
    Déclaration   nelleValeurRacine : Element
                  temp,tempG,tempD : ABR
debut
    si non estVide(a) alors
        si e < obtenirElement(a) alors
            temp ← obtenirFilsGauche(a)
            supprimer(temp,e)
            fixerFilsGauche(a,temp)
        sinon
            si e > obtenirElement(a) alors
                temp ← obtenirFilsDroit(a)
                supprimer(temp,e)
                fixerFilsDroit(a,temp)
            sinon
                si estVide(obtenirFilsGauche(a)) et estVide(obtenirFilsDroit(a)) alors
                    voir cas 1
                sinon
                    si estVide(obtenirFilsGauche(a)) ou estVide(obtenirFilsDroit(a)) alors
                        voir cas 2
                    sinon
                        voir cas 3
                    finsi
                finsi
            finsi
        finsi
    finsi
fin
```

ABR 6 / 6

suppression (fin)

- Cas 1 :
  ArbreBinaire.supprimerRacine(a,tempG,tempD)
- Cas 2 :
  ArbreBinaire.supprimerRacine(a,tempG,tempD)
  si estVide(tempG) **alors**
  a ← tempD
  sinon
  a ← tempG
  finsi
- Cas 3 :
  ArbreBinaire.supprimerRacine(a,tempG,tempD)
  nelleValeurRacine ← obtenirElement(lePlusGrand(tempG))
  supprimer(tempG,nelleValeurRacine)
  a ← ArbreBinaire.ajouterRacine(nelleValeurRacine,tempG,tempD)

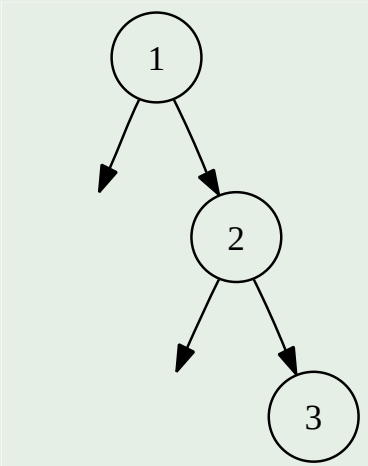
INSA ROUEN NORMANDIE

Constats

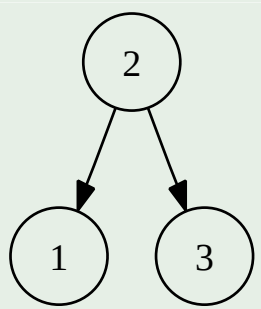
Résultat de l'insertion successive de . . .

1. 1, 2 et 3
2. 2, 1 et 3

Cas 1



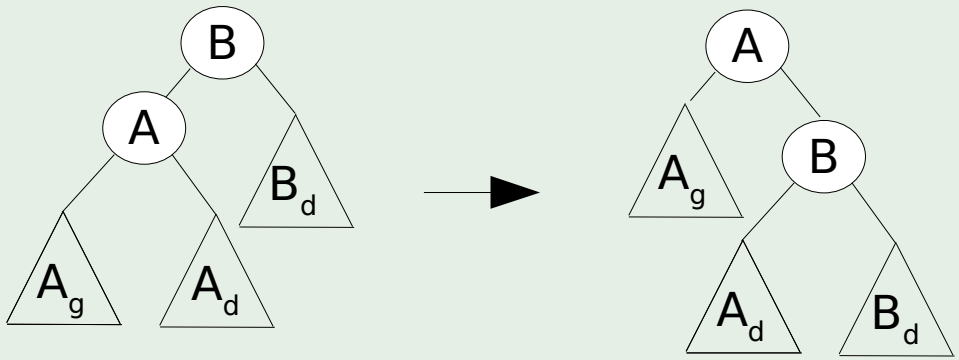
Cas 2



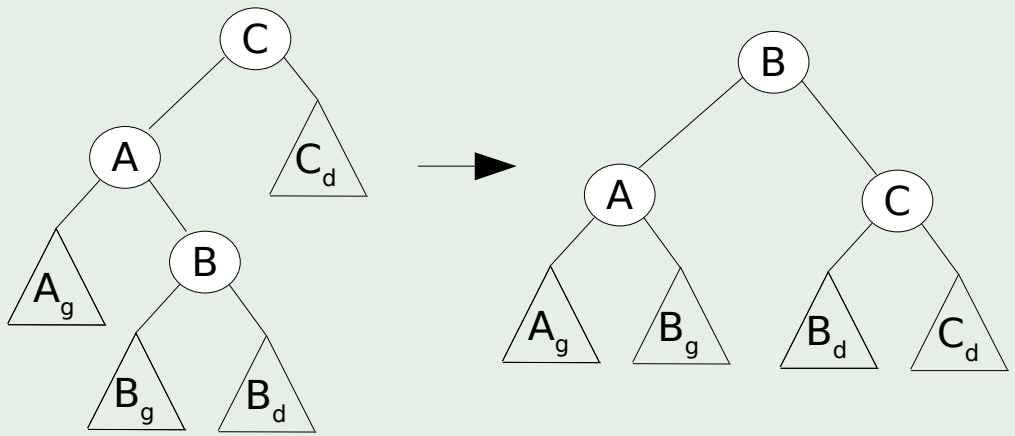
Il faudrait un algorithme qui laisse après insertion l'arbre équilibré :
$\Rightarrow$ Utilisation des algorithmes de simple et double rotations

AVL 1 / 4

Simple Rotation À Droite



Double Rotation À Droite



AVL 2 / 4

inserer (début)

```
procédure inserer (E/S a : ABR, E e : Element)
    Déclaration  temp : ABR
debut
    si estVide(a) alors
        a ← ajouterRacine(arbreBinaireRecherche(), arbreBinaireRecherche(), e)
    sinon
        si e≤obtenirElementRacine(a) alors
                temp ← obtenirFilsGauche(a)
                insérer(temp, e)
                fixerFilsGauche(a, temp)
                voir cas 1
        sinon
                temp ← obtenirFilsDroit(a)
                insérer(temp, e)
                fixerFilsDroit(a, temp)
                voir cas 2
        finsi
    finsi
fin
```

ROUEN NORMANDIE

AVL 3 / 4

inserer (fin)

- Cas 1 :

si hauteur(obtenirFilsGauche(a))>hauteur(obtenirFilsDroit(a))+1 **alors**
    si hauteur(obtenirFilsGauche(obtenirFilsGauche(a))) ≥
    hauteur(obtenirFilsDroit(obtenirFilsGauche(a))) **alors**
        faireSimpleRotationDroite(a)
    sinon
        faireDoubleRotationDroite(a)
    finsi
finsi

- Cas 2 :

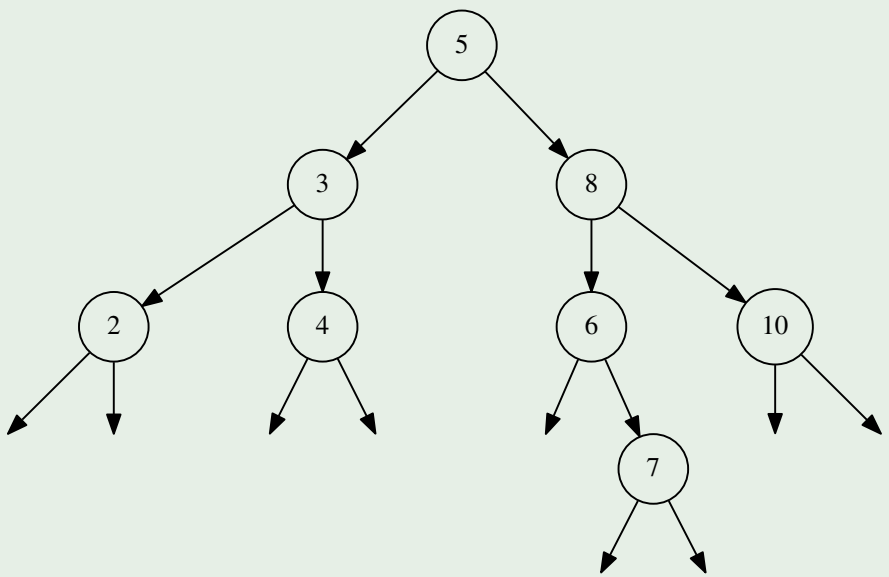
si hauteur(obtenirFilsDroit(a))>hauteur(obtenirFilsGauche(a))+1 **alors**
    si hauteur(obtenirFilsGauche(obtenirFilsDroit(a))) ≤
    hauteur(obtenirFilsDroit(obtenirFilsDroit(a))) **alors**
        faireSimpleRotationGauche(a)
    sinon
        faireDoubleRotationGauche(a)
    finsi
finsi

ROUEN NORMANDIE

AVL 4 / 4

Exercice

Donner l'algorithme de la procédure supprimer.
Principe : « La suppression dans un arbre AVL peut se faire par rotations successives du nœud à supprimer jusqu'à une feuille (en choisissant ces rotations de sorte que l'arbre reste équilibré), et ensuite en supprimant cette feuille directement. » (Wikipedia)



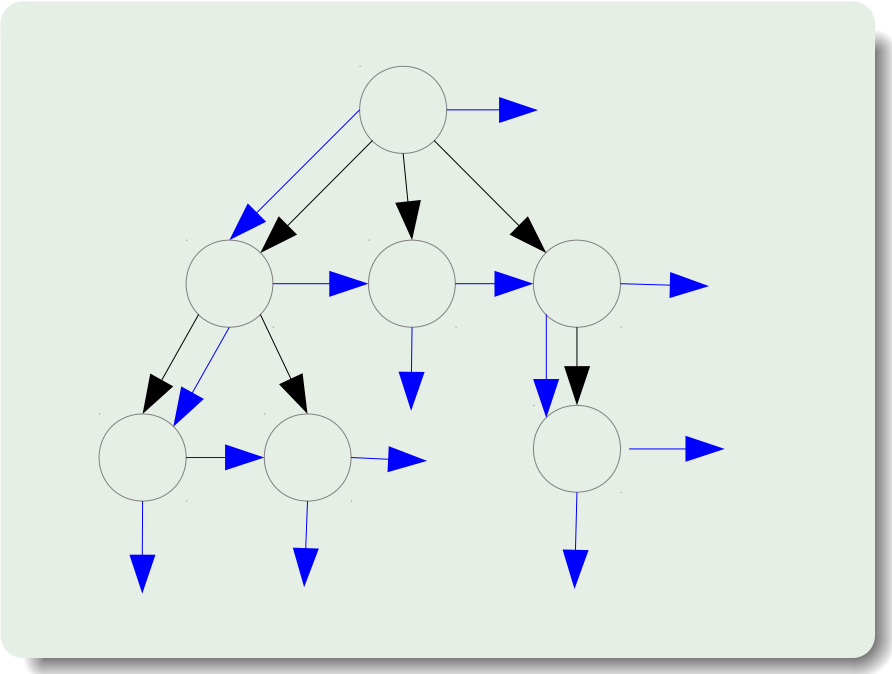
Les arbres n-aires

Deuxième conception

Type Arbre = ArbreBinaire

avec :

- le fils gauche d'un nœud de l'arbre binaire pour représenter le premier fils d'un nœud de l'arbre
- le fils droit d'un nœud de l'arbre binaire pour représenter le prochain frère fils d'un nœud de l'arbre



Exercice

Donnez les algorithmes des fonctions et procédures avec cette représentation

Table de hachage 1 / 3

Table de hashage

- Combinaison des avantages des tableaux (accès aux éléments en O(1)) et des listes chaînées (nombre maximal d'éléments variables) $\Rightarrow$ Tableau de listes chaînées
- Utilisation d'une fonction de hachage et du modulo pour trouver l'indice des valeurs à stocker (à partir de tout ou partie de ces valeurs)
  - La fonction de hachage est une fonction non bijective de *Valeur* (ou une partie de *Valeur*) vers *Naturel* ([0..*MAX_NATUREL*]) tel qu'une petite modification sur valeur donne un naturel très différent
  - Le modulo permet de réduire ce hache à l'espace des indices du tableau

INSA ROUEN NORMANDIE

Table de hachage 2 / 3

Exemple d'introduction (suite)

- Stockage de l'age de personnes (valeur correspond à prénom et age) avec fonction de hachage *h* utilisant le prénom :
  - h(CECILE)= 1 + (3+5+3+9+12+5) mod 11= 5

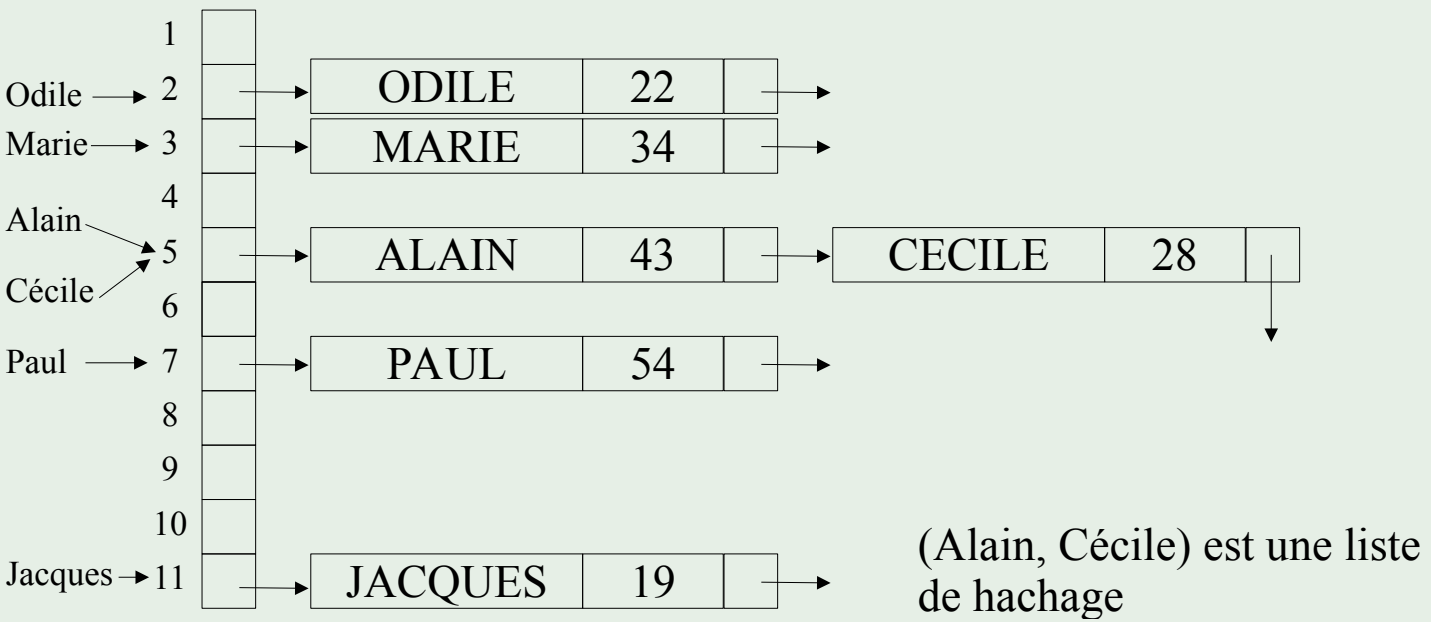


Table de hachage 3 / 3

Les performances d'une table de hachage dépend :

1. Du nombre d'éléments que l'on veut stocker au regard de la taille du tableau
2. De la qualité de la fonction de hachage :
   - Répartition uniforme (minimise les collisions)
   - Temps de calcul

Exemples de fonction de hashage :

- Extraction :
  - On extrait p bits de la représentation binaire de la (partie de la) valeur
- Compression :
  - On découpe la représentation binaire de la (partie de la) valeur en ss-chaînes d'égales longueurs
  - On additionne ces sous-chaînes avec des "ou exclusifs"
- Division :
  - On calcule le reste de la division de la représentation en naturel de la (partie de la) valeur par m (il est recommandé de prendre m premier)

ROUEN NORMANDIE

Exemples de représentation

- TAD Ensemble : les valeurs sont les éléments dans leur entièreté
- TAD Dictionnaire : les valeurs correspondent aux couples (clé, valeur) et la fonction de hachage utilise uniquement la clé

INSA ROUEN NORMANDIE

Conclusion 1 / 2

			Conceptions			
			Tableau	Liste chainée	Arbre binaire	Table de hachage
TAD	Pile	obtenirElement	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
		enpiler	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
		depiler	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
	File	obtenirElement	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
		enfiler	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
		defiler	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(1)		
	Liste	obtenirElement	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(n)		
		inserer	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)		
		supprimer	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)		
	Liste Ordonnée	obtenirElement	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	
		inserer	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	
		supprimer	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	
	Ensemble	estPresent	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(N/K)
		ajouter	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	Ω(1) O(N/K)
		supprimer	Ω(1) O(1)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	Ω(1) O(N/K)

Utilisation des algorithmes d'insertions et suppressions AVL ou Rouge et Noir. Le type des éléments doit donc avoir un ordre total

Les éléments (ou une partie des éléments) doivent être hachable. K représente la taille du tableau. On considère la complexité dans le pire des cas de la fonction de hachage en O(1).

INSA ROUEN NORMANDIE

Conclusion 2 / 2

			Conceptions			
			Tableau	Liste chainée	Arbre binaire	Table de hachage
TAD	Dictionnaire	obtenirElement	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	Ω(1) O(N/K)
		ajouter	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	Ω(1) O(N/K)
		supprimer	Ω(1) O(n)	Ω(1) O(n)	Ω(1) $O(\log_2(n))$	Ω(1) O(N/K)
	Tas	obtenirMax	Ω(1) O(1)		Ω(1) O(1)	
		ajouter	Ω(1) O(log2(n))		Ω(1) O(log2(n))	
		supprimer	Ω(1) O(log2(n))		Ω(1) O(log2(n))	
	Arbre binaire	obtenirElement (racine)			Ω(1) O(1)	
		ajouter (racine)			Ω(1) O(1)	
		supprimer (racine)			Ω(1) O(1)	
	Arbre binaire de recherche	rechercher			Ω(1) $O(\log_2(n))$	
		inserer			Ω(1) $O(\log_2(n))$	
		supprimer			Ω(1) $O(\log_2(n))$	
	Arbre n-aire	obtenirElement (racine)			Ω(1) O(1)	
		ajouter (racine)			Ω(1) O(1)	
		supprimer (racine)			Ω(1) O(1)	

Utilisation des algorithmes d'insertions et suppressions AVL ou Rouge et Noir. Le type des éléments doit donc avoir un ordre total

Les éléments (ou une partie des éléments) doivent être hachable. K représente la taille du tableau. On considère la complexité dans le pire des cas de la fonction de hachage en O(1).

INSA ROUEN NORMANDIE