

Structures de données dynamiques

Nicolas Delestre

Plan...

- 1 Introduction
- 2 Allocation statique et allocation dynamique
- 3 Structures de données dynamiques linéaires
 - Liste chaînée
 - Liste doublement chaînée
- 4 Représentation mixte : table de hachage
- 5 Structure de donnée dynamique hiérarchique : arbre binaire
- 6 Conclusion

Attention

- Les concepts présentés sont des mécanismes de conception du paradigme de la programmation structurée
- Les concepts sont mis en œuvre au niveau de la conception détaillée (en préservant toutefois le principe d'encapsulation)

Introduction 2 / 2

Pointeur

- On nomme un « pointeur » p une variable permettant de référencer une zone mémoire permettant de stocker une information de type T
- Le type de p est nommé « pointeur sur T ». Il est noté $\wedge T$
- Lorsqu'une variable ne pointe sur aucune zone mémoire, il faut l'initialiser avec la valeur NIL

Opérateurs sur les pointeurs

- \wedge opérateur unaire (opérande à gauche de l'opérateur) permettant de « déréférencer » un pointeur (accéder à la valeur de la zone mémoire pointée)
- \textcircled{c} opérateur unaire (opérande à droite de l'opérateur) permettant d'obtenir un pointeur sur une variable

Mémoire et allocation 1 / 2

Allocation de mémoire

- Les entités utilisées (variables, constantes, (sous-)programmes) par le programme source sont représentées en mémoire (RAM de l'ordinateur)
- Il y a une relation directe entre l'identifiant que l'on utilise et un espace mémoire qui stocke l'information correspondante

Plusieurs emplacements dans la mémoire vive (segment)

statique ou *text* emplacement pour les programmes, sous-programmes

bss emplacement pour les variables globales

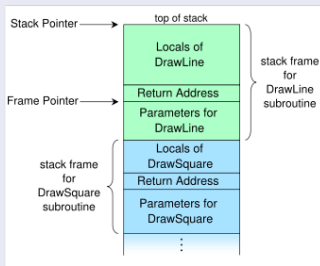
data emplacement pour les constantes

tas ou *heap* emplacement où sont stockés des espaces mémoires alloués dynamiquement. La taille du tas varie en fonction de l'exécution du programme

Mémoire et allocation 2 / 2

Plusieurs emplacements dans la mémoire vive (segment)

pile ou *stack* emplacement où sont stockées les variables locales et les paramètres formels des sous-programmes. La taille de la pile varie en fonction de l'exécution du programme



Wikipédia

Allocation statique

Définition

- Allocation de mémoire effectuée lors de l'exécution mais dont la taille est prévue lors de la compilation
 - À chaque type de données correspond une taille mémoire et une façon de représenter l'information
 - À chaque variable ou paramètre formel déclaré correspond un espace mémoire dont la taille est fonction du type
- Le compilateur ajoute donc automatiquement du code pour réserver de l'espace mémoire avant utilisation (au niveau de la déclaration) et pour libérer si besoin est (dans la pile)

Allocation dynamique

Définition

- Allocation de mémoire effectuée lors de l'exécution mais dont la taille n'est pas obligatoirement prévue lors de la compilation
 - Allocation qui se fait uniquement dans le tas
 - Cette allocation est à la charge du programmeur, il lui faut donc :
 - une procédure permettant de réserver une zone mémoire (`allouer`)
 - une procédure permettant de libérer une zone mémoire (`libérer`)
 - une variable (et donc un type) permettant de référencer cette zone mémoire allouée

Le problème 1 / 3

Contexte

- Lorsque l'on veut stocker en mémoire n éléments de même type, on utilise jusqu'à présent les tableaux
- Les tableaux sont généralement des allocations statiques (la taille du tableau est définie à la compilation), on ne peut pas l'adapter au contexte. Le fait de réserver MAX éléments :
 - consomme beaucoup de mémoire si peu d'éléments réellement utilisés ($n \ll MAX$)
 - pose problème si on a besoin de plus de MAX éléments à stocker ($n > MAX$)
- Il faudrait pouvoir stocker en mémoire autant de données dont on a besoin et pas plus
- Mais ce nombre de données ne peut être déterminé à la compilation, il ne peut être déterminé qu'à l'exécution

C'est le rôle des structures de données dynamiques (SDD)



Le problème 2 / 3

Comment les concevoir ?

- Il faut donc que la mémoire soit réservée à l'exécution \Rightarrow besoin d'allocations dynamiques
- Mais il faut pouvoir référencer ces allocations dynamiques \Rightarrow besoins de pointeurs (les pointeurs sont des variables donc allocation statique)
- Ainsi le nombre de pointeurs est fonction du nombre d'éléments que l'on veut stocker, ce qui est contradictoire avec notre objectif
- Il faut donc que les futurs espaces mémoires alloués ne soient pas référencés par des variables mais par les espaces mémoires déjà alloués
- Ainsi **les espaces mémoires déjà alloués** stockent l'information à réellement stocker *et* également une référence vers **les autres espaces mémoires alloués ou à allouer** (définition récursive)

Le problème 3 / 3

Comment les concevoir ? (suite)

- Une SDD est donc au départ une variable pointeur (allocation statique) qui fait référence à une zone mémoire allouée dynamiquement qui stocke à la fois un élément à réellement stocker et une ou plusieurs références vers le même type de zone mémoire

Remarque

Les SDD sont donc récursives

Liste chaînée 1 / 9

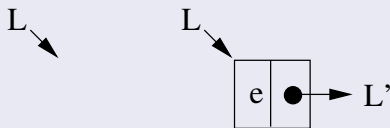
Définition

Une liste chaînée est soit :

- une liste vide
- un élément suivi d'une liste chaînée

Graphiquement

On représente une liste chaînée L de la façon suivante :



On voit donc apparaître le concept de *pointeur* et de *noeud*

Liste chaînée 2 / 9

Conception

On peut donc concevoir le type ListeChainee de la façon suivante :

Type ListeChainee = ^ Noeud

Type Noeud = **Structure**

 element : Element

 listeSuiVante : ListeChainee

finstructure

Signatures des fonctions/procédures

- **fonction** listeVide () : ListeChainee
- **fonction** estVide (uneListe : ListeChainee) : **Booleen**
- **procédure** ajouter (**E/S** uneListe : ListeChainee, **E** element : Element)
- **fonction** obtenirElement (uneListe : ListeChainee) : Element
 |précondition(s) non(estVide(uneListe))
- **procédure** fixerElement (**E/S** uneListe : ListeChainee, **E** element : Element)
 |précondition(s) non(estVide(uneListe))

Liste chaînée 3 / 9

Signatures des fonctions/procédures (suite)

- **fonction** obtenirListeSuivante (*uneListe* : ListeChaînée) : ListeChaînée
 |précondition(s) *non(estVide(uneListe))*
- **procédure** fixerListeSuivante (**E/S** *uneListe* : ListeChaînée, **E** *nelleSuite* : ListeChaînée)

 |précondition(s) *non(estVide(uneListe))*
- **procédure** supprimerTete (**E/S** *uneListe* : ListeChaînée)
 |précondition(s) *non(estVide(uneListe))*
- **procédure** supprimer (**E/S** *uneListe* : ListeChaînée)

Liste chaînée 4 / 9

Conception détaillée

fonction listeVide () : ListeChaînee

debut

 retourner NIL

fin

fonction estVide (l : ListeChaînee) : Booleen

debut

 retourner l=NIL

fin

procédure ajouter (E/S l : ListeChaînee, E e : Element)

Déclaration temp : ListeChaînee

debut

 temp ← l

allouer(l)

 l^.element ← e

 fixerListeSuivante(l,temp)

fin

Liste chaînée 5 / 9

Conception détaillée (suite)

procédure fixerElement (**E/S** l : ListeChaine, **E** e : Element)

 |précondition(s) non estVide(l)

debut

 l^.element ← e

fin

fonction obtenirElement (l : ListeChaine) : Element

 |précondition(s) non estVide(l)

debut

 retourner l^.element

fin

procédure fixerListeSuiivante (**E/S** l : ListeChaine, **E** l' : ListeChaine)

 |précondition(s) non estVide(l)

debut

 l^.listeSuiivante ← l'

fin

fonction obtenirListeSuiivante (l : ListeChaine) : ListeChaine

 |précondition(s) non estVide(l)

debut

 retourner l^.listeSuiivante

fin

Liste chaînée 6 / 9

Conception détaillée (fin)

procédure supprimerTete (**E/S** l : ListeChaine)

 | **précondition(s)** non estVide(l)

Déclaration temp : ListeChaine

debut

 temp ← l

 l ← obtenirListeSuiVante(l)

liberer(temp)

fin

procédure supprimer (**E/S** l : ListeChaine)

debut

tant que non estVide(l) **faire**

 supprimerTete(l)

fintantque

fin

Utilisation des listes chaînées

Des algorithmes naturellement récursifs

- De part la définition récursive des listes chaînées, les algorithmes les utilisant sont naturellement récursifs
- Certains algorithmes sont uniquement récursifs

Exemples d'algorithmes

- obtenir le nombre d'éléments, le *i*ème élément
- savoir si un élément est présent
- concaténer deux listes chaînées
- insérer un élément à la *i*ème position
- insérer un élément dans une liste chaînée ordonnée
- fusionner deux listes chaînées ordonnées
- inverser une liste chaînée
- ...

Liste chaînée 7 / 9

Exemple d'utilisation : parcours de liste (version itérative)

```
procédure afficher (E l : ListeChaine)  
debut  
  tant que non estVide(l) faire  
    afficherElement(obtenirElement(l))  
    l ← obtenirListeSuivante(l)  
  fintantque  
fin
```

Exemple d'utilisation : parcours de liste (version récursive)

```
procédure afficher (E l : ListeChaine)  
debut  
  si non estVide(l) alors  
    afficherElement(obtenirElement(l))  
    afficher(obtenirListeSuivante(l))  
  finsi  
fin
```

Liste chaînée 8 / 9

Attention

Le fait d'utiliser le principe d'encapsulation peut obliger à utiliser des variables intermédiaires dans des algorithmes récursifs

Exemple suppression d'un élément

procédure supprimerElement (**E/S** l : ListeChaînee, **E** e : Element)

Déclaration temp : ListeChaînee

debut

si non est Vide(l) alors

si obtenirElement(l)=e alors

supprimerTete(l)

sinon

temp ← obtenirListeSuivante(l)

supprimerElement(temp,e)

fixerListeSuivante(l,temp)

finsi

finsi

fin

Liste chaînée 9 / 9

Le vision itérative du précédent algorithme va obliger à utiliser deux « pointeurs »

Exemple suppression d'un élément

```

procédure supprimerElement (E/S l : ListeChaînee, E e : Element)
  Déclaration gauche, droite : ListeChaînee ; trouve : Booleen
debut
  si non est Vide(l) alors
    si obtenirElement(l)=e alors
      supprimerTete(l)
    sinon
      gauche ← l
      droite ← obtenirListeSuiivante(l)
      trouve ← FAUX
      tant que non estVide(droite) et non trouve faire
        si obtenirElement(droite)=e alors
          trouve ← VRAI
        sinon
          gauche ← droite
          droite ← obtenirListeSuiivante(droite)
        finsi
      fintantque
      si trouve alors
        fixerListeSuiivante(gauche, obtenirListeSuiivante(droite))
        supprimerTete(droite)
      finsi
    finsi
  finsi
fin

```

Liste doublement chaînée 1 / 3

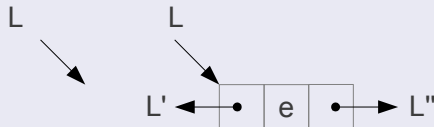
Définition

Une liste doublement chaînée est soit :

- une liste vide
- un élément suivi d'une liste doublement chaînée et précédé d'une liste doublement chaînée

Graphiquement

On représente une liste doublement chaînée L de la façon suivante :



Liste doublement chaînée 2 / 3

Signature des fonctions/procédures (LDC = ListeDoublementChaînee)

- **fonction** listeVide () : LDC
- **fonction** estVide (l : LDC) : **Booleen**
- **procédure** inserer (E/S l : LDC, E element : Entier)
- **fonction** obtenirElement (l : LDC) : Entier
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **fonction** obtenirListeSuivante (l : LDC) : LDC
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **fonction** obtenirListePrecedente (l : LDC) : LDC
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **procédure** fixerElement (E l : LDC, e : Element)
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **procédure** fixerListeSuivante (E l : LDC, l' : LDC)
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **procédure** fixerListePrecedente (E/S l : LDC, l' : LDC)
 |précondition(s) non(estVide(l))
- **procédure** supprimerNoeud (E/S l : LDC, S avant, apres : LDC)
 |précondition(s) non estVide(l)
- **procédure** supprimer (E/S l : LDC)

Liste doublement chaînée 3 / 3

Exercice

Faire la conception détaillée du type `ListeDoublementChaînee`

Table de hachage 1 / 3

Table de hashage

- Combinaison des avantages des tableaux (accès aux éléments en $O(1)$) et des listes chaînées (nombre maximal d'éléments variables)
⇒ Tableau de listes chaînées
- Utilisation d'une fonction de hachage et du modulo pour trouver l'indice des valeurs à stocker (à partir de tout ou partie de ces valeurs)
 - La fonction de hachage est une fonction non bijective de *Valeur* (ou une partie de *Valeur*) vers *Naturel* ($[0..MAX_NATUREL]$) tel qu'une petite modification sur valeur donne un naturel très différent
 - Le modulo permet de réduire ce hache à l'espace des indices du tableau

Table de hachage 2 / 3

Exemple d'introduction (suite)

- Stockage de l'âge de personnes (valeur correspond à prénom et âge) avec fonction de hachage h utilisant le prénom :
 - $h(\text{CECILE}) = 1 + (3+5+3+9+12+5) \bmod 11 = 5$

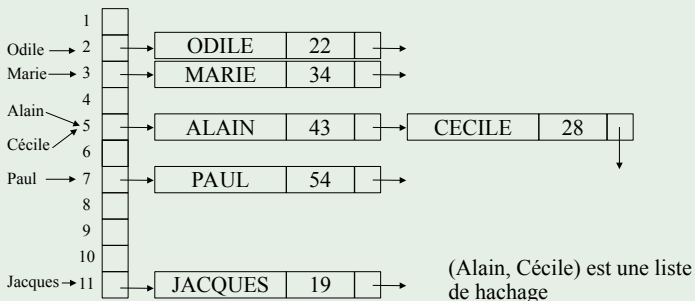


Table de hachage 3 / 3

Les performances d'une table de hachage dépend :

- 1 Du nombre d'éléments que l'on veut stocker au regard de la taille du tableau
- 2 De la qualité de la fonction de hachage :
 - Répartition uniforme (minimise les collisions)
 - Temps de calcul

Exemples de fonction de hashage :

- Extraction :
 - On extrait p bits de la représentation binaire de la (partie de la) valeur
- Compression :
 - On découpe la représentation binaire de la (partie de la) valeur en ss-chaînes d'égales longueurs
 - On applique un opérateur à ces sous-chaînes (addition, ou exclusif, etc.)
- Division :
 - On calcule le reste de la division de la représentation en naturel de la (partie de la) valeur par m (il est recommandé de prendre m premier)

Arbre

Les SDD hiérarchiques s'inspirent des TAD hiérarchiques, donc des arbres :

- le nombre de fils est de taille fixe (très souvent 2) : utilisation de champs ou d'un tableau
- le nombre de fils varie : utilisation d'une liste chaînée

Arbre Binaire 1 / 2

Conception

Type ArbreBinaire = \wedge Noeud

Type Noeud = **Structure**

lElement : Element

lilsGauche : ArbreBinaire

lilsDroit : ArbreBinaire

finstructure

Signatures des fonctions/procédures

fonction arbreBinaire () : ArbreBinaire

fonction estVide (a : ArbreBinaire) : **Booleen**

fonction ajouterRacine (fg,fd : ArbreBinaire,e : Element) : ArbreBinaire

fonction obtenirElement (a : ArbreBinaire) : Element

|**précondition(s)** non estVide(a)

fonction obtenirFilsGauche (a : ArbreBinaire) : ArbreBinaire

|**précondition(s)** non estVide(a)

fonction obtenirFilsDroit (a : ArbreBinaire) : ArbreBinaire

|**précondition(s)** non estVide(a)

Arbre Binaire 2 / 2

Signatures des fonctions/procédures (suite)

procédure fixerElement (**E** a : ArbreBinaire, e : Element)

|**précondition(s)** non estVide(a)

procédure fixerFilsGauche (**E** a : ArbreBinaire, ag : ArbreBinaire)

|**précondition(s)** non estVide(a)

procédure fixerFilsDroit (**E** a : ArbreBinaire, ad : ArbreBinaire)

|**précondition(s)** non estVide(a)

procédure supprimerRacine (**E/S** a : ArbreBinaire, **S** fg,fd : ArbreBinaire)

|**précondition(s)** non estVide(a)

procédure supprimer (**E/S** a : ArbreBinaire)

Remarque

Les algorithmes utilisant les arbres binaires sont obligatoirement récursifs

Exercice

Donnez les algorithmes des ces fonctions et procédures

Conclusion

- Les structures dynamiques sont très utilisées
- Il faut être rigoureux pour ne pas perdre des éléments
- Ils seront utilisés entre autre pour concevoir les collections (cf. prochain cours)
- Chaque nœud stocke des « éléments », nous verrons comment en C les stocker

Attention

- L'utilisation de l'affectation peut être piègeuse (pointeur)
- Bien faire la différence entre identique et égal