

TP3

Alina Miron

Convolution de signal porte 1/2

$$\Delta_T(t) = \Pi_T(t) * \Pi_T(t)$$

$$\Pi_T(t) * \Pi_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_T(\tau) * \Pi_T(t - \tau) d\tau.$$

Variable t

Note that in this case you can think of the variable t like a constant! Therefore the result of the integral will depend in fact on the values of t .

Convolution de signal porte 2/2

- Si $t < -T$ ou $t > T$ le resultat de l'integrale est **nul** pour $\forall \tau$ (les deux fonctions sont disjointes)
- Si $t \leq 0$ le support commun des deux fonctions est $[-\frac{T}{2}, t + \frac{T}{2}]$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} 1 d\tau = t + \frac{T}{2} - (-\frac{T}{2}) = t + T, \text{ pour } \forall \tau$$

- Si $t \geq 0$ le support commun des deux fonctions est $[t - \frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$

$$\int_{t-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 1 d\tau = \frac{T}{2} - t + \frac{T}{2} = -t + T, \text{ pour } \forall \tau$$

Fourier Transform of $\Delta_T(t)$

$$\begin{aligned} F[\Pi_T(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \Pi_T(t) e^{-j*2\pi*f*t} dt \\ &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 1 * e^{-j*2\pi*f*t} dt \\ &= -\frac{1}{j*2\pi*f*t} [e^{-j*2\pi*f*t}]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \\ &= -\frac{1}{j*2\pi*f*t} [e^{-j*\pi*f*T} - e^{j*\pi*f*T}] \\ &= \frac{\sin(\pi*f*T)}{\pi*f} \\ F(\Delta_T(t)) &= F[\Pi_T(t)] * F[\Pi_T(t)] = \frac{\sin^2(\pi*f*T)}{\pi^2*f^2} \end{aligned}$$