Exo 13 :

(1) - Moyenne des vitesses ($\bar{x}$) :

$$\bar{x} = \frac{10+5+3,33+2,5+2}{5} = 4,57 \text{ Km/h}$$

- Médianne des vitesses ($\hat{M}$) :

$$2 \quad 2,5 \quad 3,33 \quad 5 \quad 10$$

$$\hat{M} = 3,33 \text{ Km/h}$$

(2) - Temps de parcours (TP)

$$TP = \frac{dist(Km)}{vitesse(Km/h)} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3,33} + \frac{1}{2,5} + \frac{1}{2} = 1,5 \text{ h}$$

- Vitesse moyenne $= \dfrac{dist(Km)}{TP(h)} = \dfrac{5 \text{ Km}}{1,5 \text{ h}} = 3,33$ Km/h

(3) Soit $J(c) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{v_i} - \frac{1}{c}\right)^2$

$$\frac{\partial J}{\partial c} = \sum_{i=1}^{n} 2 \times \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{v_i} - \frac{1}{c}\right) = \frac{2}{c^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{v_i} - \frac{1}{c}\right)$$

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0 \iff \frac{2}{c^2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{v_i} - \frac{1}{c}\right) = 0$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{v_i} - \frac{1}{c}\right) = 0 \iff \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{c} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{v_i}$$

$$\iff \frac{n}{c} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{v_i} \iff \frac{c}{n} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{v_i}}$$

d'où $$c = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{v_i}} \qquad \square$$

(4) $$c = \frac{1}{\frac{1}{5}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3,33} + \frac{1}{2,5} + \frac{1}{2}\right)} = 3,33 \text{ Km/h}$$

donc c = vitesse moyenne $\neq$ moyenne des vitesses ($\bar{x}$)

La moyenne harmonique des vitesses représente l'inverse de la moyenne des vitesses des inverses et pour chaque portion de trajet, nous avons une vitesse différente.