

# **ETUDE DE L'INFLUENCE DU MATERIEL (RAQUETTE ET VOLANT) SUR LA TRAJECTOIRE D'UN VOLANT DE BADMINTON**



**Etudiants :**

**AUDOUARD Kévin**

**COOLEN Noé**

**GOSSE Aurélien**

**CONGARD Bénéreger**

**LE FAHLER Lucie**

**SCHUHLER Eliot**

**Enseignant-responsable du projet :**

**Clément KELLER**

**INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE ROUEN**  
**Département Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur**

BP 8 – avenue de l'Université - 76801 Saint Etienne du Rouvray - tél : +33(0) 2 32 95 66 21 - fax : +33(0) 2 32 95 66 31

## TABLE DES MATIERES

Notations, Acronymes .....	4
1. Introduction.....	5
2. synthèse des recherches.....	6
2.1. Partie volant .....	6
2.1.1. Notions de Mécanique des fluides .....	6
2.1.2. Notions de mécanique du point.....	7
2.2. Partie raquette .....	9
2.3. Organisation du travail .....	16
3. protocole experimental et mesures realisees .....	17
3.1. Etude de la raquette .....	17
3.1.1. Manipulation 1: Détermination du coefficient de raideur de la tige .....	17
3.1.2. Manipulation 2: Détermination du coefficient de raideur du tamis .....	19
3.2. Etude du volant .....	21
4. Modélisation de la trajectoire et discussion de l'influence des paramètres.....	23
5. Conclusions et perspectives .....	25
6. Références Bibliographiques .....	26
7. Annexes .....	27
7.1. Résumé des séances.....	27
7.1.1. Côté volant.....	27
7.1.2. Côté raquette.....	27
7.2. Mesures de la viscosité et de la densité de l'air en fonction des conditions atmosphériques.....	28

## NOTATIONS, ACRONYMES

Coefficient de frottement :  $\lambda$

Masse du volant :  $m$

Moment quadratique :  $I$

C.N.T.P. : Conditions Normales de Température et Pression ( $T = 24^{\circ}\text{C}$  et  $P = 1 \text{ bar}$ ).



## 1. INTRODUCTION

Le badminton est un sport de raquette qui se différencie des autres par le projectile utilisé. D'après Wikipédia : « Le volant est un projectile aux propriétés aérodynamiques uniques qui lui donnent une trajectoire très différente des balles utilisées dans la plupart des sports de raquette ». Cette particularité justifie l'intérêt de notre projet, qui, nous pouvons le rappeler, porte sur « l'Etude de l'influence du matériel (raquette et volant) sur la trajectoire d'un volant de badminton ». Il existe deux types de volant : le volant en plume et le volant en plastique. Ils se différencient essentiellement par leur aérodynamisme. En effet le plume crée une traînée plus importante, ce qui entraîne une décélération plus rapide qu'avec le plastique. La raquette quant à elle, est un outil tout aussi particulier dont le joueur dispose pour frapper le volant. Les caractéristiques d'une raquette sont principalement son poids et la tension du cordage.

Afin de mener à bien notre étude, nous nous sommes fixés un objectif principal qui était de modéliser plusieurs trajectoires du volant en considérant les caractéristiques de celui-ci et de la raquette.

Ce dossier rassemble toutes nos recherches et nos expériences ainsi que nos résultats. Il s'organisera de la façon suivante : nous consacrerons une première partie à la synthèse des recherches effectuées qui nous auront permis de mieux aborder les deux "outils". Ensuite nous résumerons l'organisation de notre travail de groupe. La troisième partie constituera le cœur de notre dossier à savoir l'étude expérimentale du matériel. Enfin, dans une dernière partie nous essayerons de réunir les deux études et d'interpréter les résultats obtenus.



## 2. SYNTHESE DES RECHERCHES

### 2.1. Partie volant

#### 2.1.1. Notions de Mécanique des fluides

Pour construire notre banc de mesure du coefficient de frottement il était nécessaire d'évaluer de manière théorique les forces que les frottements et la pression vont générer sur le volant. Nous nous sommes intéressé au manuel « Mécanique expérimentale des fluides, tome 2 » [1]. Le site Wikipédia [4] nous a également aidé en ce qui concerne l'aspect balistique.

Les forces de frottement d'un fluide visqueux se divisent en trois constituantes :

- La traînée :  $R_x$  est la projection de  $R$  sur  $Ox$
- La dérive :  $R_y$  est la projection de  $R$  sur  $Oz$
- La portance:  $R_z$  est la projection de  $R$  sur  $Oy$

Dans le cas de notre étude on ne s'intéresse pas aux moments (roulis, tangage et lacet) subit par le volant mais uniquement à la traînée. On assimile la traînée à la pression [1] qui a pour formule :

**eq 1.** 
$$P = \frac{1}{2} C_x \rho S v^2$$

$C_x$	Coefficient de traînée	A déterminer
$\rho$	Masse volumique de l'air	1,2 kg.m <sup>-3</sup>
$S$	Surface de projection du volant sur le plan orthogonal à $Ox$	$\pi r^2 = 3,14 \times 0,07$ $= 1,54 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$
$v$	Vitesse de l'air autour du volant	$0 < v < 30 \text{ m.s}^{-1}$

Tableau 1 : Récapitulatif des constantes thermodynamiques à C.N.T.P.

Pour déterminer la pression exercée par l'air sur le volant, on calcule le coefficient de traînée. D'après le manuel « Mécanique expérimentale des fluides, tome 2 » [1], le coefficient de traînée dépend du nombre de Reynolds selon l'équation suivante :

**eq 2.** 
$$R_e = \frac{\rho d v}{h}$$



Relation de Stokes pour  $Re < 1$  :  $C_x = 24/Re$

Relation de Allen pour  $1 < Re < 10^3$  :  $C_x = 18,5 Re^{-0,6}$

Relation de Newton pour  $10^3 < Re < 10^5$  :  $C_x = 0,45$

d	Diamètre du volant	d=0,07 m
h	Viscosité de l'air	h=1,8 .10 <sup>-5</sup> Pa.s

Tableau 2 : Récapitulatif des constantes thermodynamiques à C.N.T.P.

eq 3.  $Re = 1,4 \cdot 10^5$  donc  $C_x = 0,45$

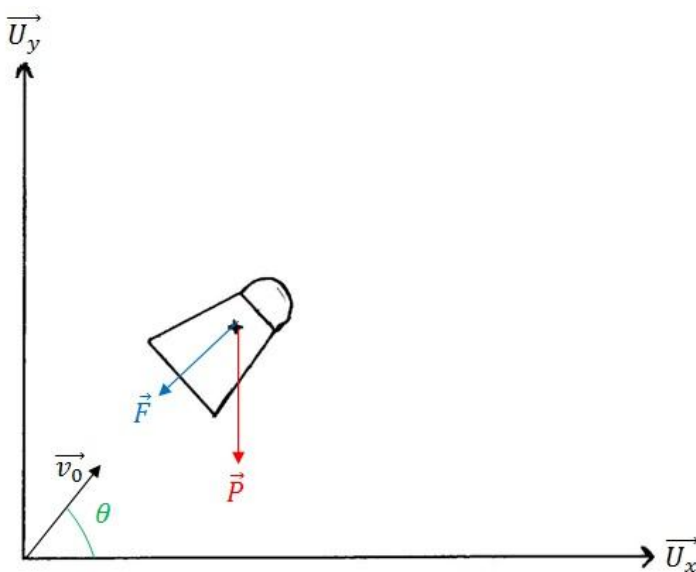
eq 4.  $P = 4,62 \cdot 10^{-3} \cdot v^2$

eq 5.  $P < 4,2 N$

A priori la force que l'on aura à mesurer sera de l'ordre de grandeur de quelques Newton. Pour mesurer des forces de cet ordre de grandeur nous avons imaginé un banc sur le modèle dynamomètre comportant un ressort.

2.1.2. Notions de mécanique du point

Pour nous permettre de modéliser la trajectoire du volant, nous avons fait l'étude dynamique du volant en l'assimilant à un point matériel.



Bilan des forces qui s'exercent sur le volant :

- Le Poids du volant :

$$\vec{P} = m \vec{g} = -mg\vec{U}_y$$

- Et les frottements de l'air :

$$\vec{F} = -\lambda\vec{v}$$

On applique le Principe Fondamental de la Dynamique :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{g} - \lambda\vec{v} = m\vec{a}$$



$$\frac{m}{\lambda} \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} = \frac{m}{\lambda} \vec{g}$$

En posant  $\tau = \frac{m}{\lambda}$  on obtient l'équation différentielle pour la vitesse :

$$\tau \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} = \tau \vec{g} \quad (1)$$

Cette équation différentielle sans second membre admet pour solution :  $\vec{v} = K e^{-\frac{t}{\tau}}$ . Une solution particulière de l'équation avec second membre est :  $\vec{v} = \tau \vec{g}$ . La solution générale de l'équation différentielle (1) s'écrit de la forme :

$$\vec{v} = \vec{K} e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \vec{g}$$

Avec les conditions initiales, on peut déterminer la constante. A  $t = 0$  on considère que le volant part avec une vitesse  $\vec{v} = \vec{v}_0$ . On a donc  $\vec{K} = \vec{v}_0 - \tau \vec{g}$ .

Ainsi  $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \vec{g} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ .

En projetant suivant  $\vec{U}_x$  et  $\vec{U}_y$  on va obtenir les équations de la vitesse en fonction de x et de y.

Selon x,  $v_0 = v_0 \cos \theta$  et selon y :  $v_0 = v_0 \sin \theta$ . En sachant que  $\vec{g} = g \vec{U}_y$  on aura :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \end{cases}$$

En intégrant on obtient :

$$\begin{cases} x(t) = -\tau v_0 \cos \theta e^{-\frac{t}{\tau}} + k_x \\ y(t) = -\tau v_0 \sin \theta e^{-\frac{t}{\tau}} - t \tau g - \tau^2 g e^{-\frac{t}{\tau}} + k_y \end{cases}$$

En sachant que  $x(0) = 0$  et  $y(0) = 0$  :

$$\begin{cases} k_x = \tau v_0 \cos \theta \\ k_y = \tau v_0 \sin \theta + \tau^2 g \end{cases}$$

Finalement l'équation de la trajectoire est donc :

$$\begin{cases} x(t) = \tau v_0 \cos \theta (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ y(t) = (\tau v_0 \sin \theta + \tau^2 g) (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - t \tau g \end{cases} \quad \text{avec } \tau = \frac{m}{\lambda}$$





Ces équations vont nous permettre de tracer différentes trajectoires du volant en fonction des différents paramètres qui sont :

- La vitesse initiale donnée par le joueur  $v_0$ ,
- L'angle initial de départ  $\theta$  après que la raquette ait frappée le volant,
- Le coefficient de frottement  $\lambda$  du volant,
- Et la masse  $m$  du volant.

## 2.2. Partie raquette

Dans cette étude de la raquette, les objectifs principaux de notre groupe étaient de déterminer quels sont les critères de la raquette qui influencent la trajectoire d'un volant de badminton lors d'un échange, de pouvoir quantifier ces critères à l'aide de mesure et enfin de les mettre en équation. Tout d'abord, nous nous sommes demandés pourquoi la raquette joue un rôle sur la trajectoire du volant, il nous a paru évident que la raquette renvoie le volant avec une certaine vitesse et que cette vitesse de retour n'est pas la même si l'on frappe le volant avec une planche de bois ou une raquette de badminton. Nous avons alors commencé à nous intéresser à la forme de la raquette ainsi qu'aux matériaux qui la composent dans le but de trouver un lien entre la vitesse de renvoi du volant et la conception de la raquette.

Une raquette de badminton se compose de trois principales parties qui sont : le manche, la tige et le tamis (tête de la raquette). Nous nous sommes dit que ces parties avaient un rôle à jouer lors de l'impact du volant sur la raquette puisque nous avons remarqué que la vitesse de retour de ce volant n'était pas la même en fonction des matériaux. Une raquette de badminton nous a alors été fournie et nous avons pu étudier son comportement plus en détails.

Nous avons alors pu constater que la tige de la raquette était assez flexible et qu'après une déformation raisonnable elle revenait à sa position initiale. Ceci signifie que lors d'un impact avec le volant, la force exercée par ce dernier sur la raquette entraîne une déformation de la tige. Après, elle reprend sa forme quand le volant quitte la raquette, ainsi nous avons considéré comme toute première hypothèse que la tige de la raquette se comporte comme un ressort. Il en va de même pour le tamis car nous avons vu que celui-ci pouvait se déformer sans qu'on lui applique un effort trop important et qu'il revenait, tout comme la tige à sa position initiale après l'impact. Nous avons donc considéré la tige et le tamis comme des matériaux déformables qui réagissent localement tel un ressort pendant l'impact avec le volant. Pour le manche de la raquette, nous avons fait l'hypothèse qu'il n'intervenait pas en tant que critère modifiant la vitesse de renvoi du volant car ce dernier reste encastré dans la main du joueur pendant l'échange et ne subit donc pas de déformations.

Ainsi, nous nous sommes intéressés à l'étude de deux ressorts, ayant des coefficients de raideur différents, qui sont la tige et le tamis. Comme nous ne savions pas quelles expériences appliquer à la raquette, nous avons commencé par une étude théorique pouvant nous éclaircir sur le lien entre une vitesse d'impact initial, une vitesse de renvoi et deux ressorts.

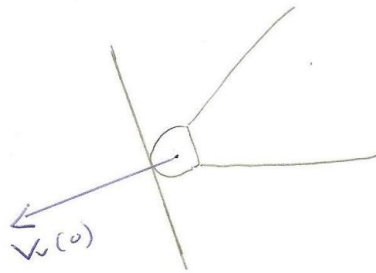
Nous avons alors pris le cas simple d'une raquette au repos (le joueur ne frappe pas le volant) et nous avons envoyé un volant sur le tamis. Nous ne savions pas à vue d'œil si la vitesse à laquelle arrivait le volant au moment de l'impact était la même que la vitesse à laquelle le repartait après l'impact. Cependant, il est clair que si les vitesses étaient



les mêmes alors les matériaux qui composent la raquette n'interviendraient pas sur la trajectoire du volant. Ce serait donc en contradiction avec ce que nous avons constaté précédemment avec l'exemple de la planche de bois. Si les vitesses sont différentes alors c'est que le volant a perdu de l'énergie au cours de l'impact. Or l'impact est tellement rapide que nous avons considéré les forces de frottement de l'air sont négligeables pendant la collision. Il a alors paru clair qu'un transfert d'énergie s'effectuait entre la raquette et le volant. De plus, les vitesses initiale et de retour du volant n'étant pas les mêmes selon le matériau, nous en avons conclu que les échanges d'énergie variaient en fonction de la matière. Pour résumer notre raisonnement, nous l'avons mis en équation à l'aide de schémas.

Soit  $E_{cv}(t)$  : l'énergie cinétique du volant à la date  $t$ ,  $E_{pev}(t)$  : l'énergie potentielle élastique du volant à la date  $t$ ,  $M_v$  : la masse du volant,  $V_v(t)$  : la vitesse du volant à la date  $t$ ,  $K_{tige}$  : le coefficient de raideur de la tige et  $K_{tamis}$  : le coefficient de raideur du tamis.

- A  $t = 0$  un volant arrive sur la raquette avec une vitesse  $V_v(0)$  précisément au moment de l'impact.

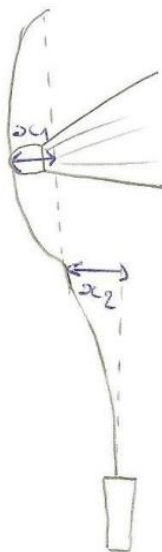


Bilan énergétique à  $t = 0$  :

$$E_{cv}(0) = \frac{1}{2} M_v \cdot v \cdot V_v^2(0)$$

$$E_{pev}(0) = 0$$

- A  $t = t_1$  le volant a une vitesse nulle et a donc atteint le point d'amplitude de la déformation. Le tamis s'est déformé de  $x_1$  par rapport à sa position initiale et la tige de  $x_2$ .



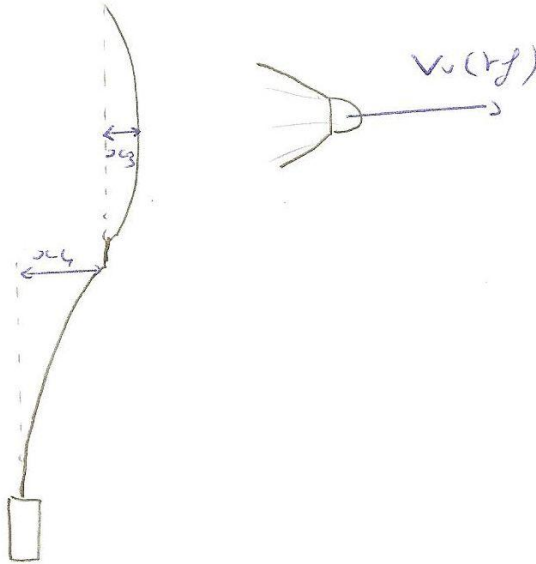
Bilan énergétique à  $t = t_1$  :

$$E_{cv} = 0$$

$$E_{pev} = \frac{1}{2} K_{tamis} \cdot x_1^2 + \frac{1}{2} K_{tige} \cdot x_2^2$$



- A  $t = t_f$  le volant repart de la raquette avec une vitesse  $V_v(t_f)$ . Le tamis et la tige, ayant le comportement d'un ressort, vont osciller et vont donc être en décalage par rapport à leur position au repos. On note  $x_3$  le déplacement du tamis et  $x_4$  le déplacement de la tige.



Bilan énergétique à  $t = t_f$  :

$$E_{cv}(t_f) = \frac{1}{2} M \cdot v \cdot V_v(t_f)$$

$$E_{pev}(t_f) = 0$$

On sait que la raquette au repos ne fournit pas d'énergie au volant. On a donc :  $V_v(0) \geq V_v(t_f)$ . On en déduit alors que  $E_{cv}(0) \geq E_{cv}(t_f)$ . Il y a donc bien eu échange d'énergie entre la raquette et le volant, c'est à dire une perte d'énergie de la part du volant qui s'exprime :

$$E_{pertesTotales} = \frac{1}{2} M \cdot v (V_v(0)^2 - V_v(t_f)^2)$$

Notre souci dans la recherche de la vitesse de renvoi  $V_v(t_f)$  est qu'il fallait connaître les pertes du volant en énergie. Il a donc fallu une autre équation faisant intervenir les pertes en énergie, chose que l'on n'a malheureusement pas réussi à trouver dans quelconque cours ou manuel. Ainsi, nous avons dû faire une approximation des pertes en énergie par nos propres moyens. Voici comment nous avons procédé :

Lorsque le volant déforme la tige et le tamis, chacune de ces deux parties, considérées comme des ressorts, se déplacent respectivement d'un  $x_2$  et  $x_1$  par rapport à leur position de repos comme montré plus haut. Si le tamis et la tige restituaient toute l'énergie au volant alors on aurait (avec les notations prises plus haut) :  $|x_1| = |x_3|$  et  $|x_2| = |x_4|$ .

Or ce n'est pas le cas, donc la tige et le tamis absorbent tous deux une certaine énergie inconnue. Nous avons alors supposé que les énergies absorbées par le tamis et la tige étaient respectivement :

$$E_{pertetamis} = \frac{1}{2} K_{tamis} (x_1^2 - x_3^2)$$

$$E_{pertetige} = \frac{1}{2} K_{tige} (x_2^2 - x_4^2)$$



Ainsi les pertes totales sont :

$$E_{pertesTotales} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} K_{tamis} (x_1^2 - x_3^2) + \frac{1}{2} K_{tige} (x_2^2 - x_4^2) \right)$$

En reprenant les notations plus haut le bilan énergétique est donc de la forme :

$$E_{cv}(0) = E_{cv}(t_f) + E_{pertesTotales}$$

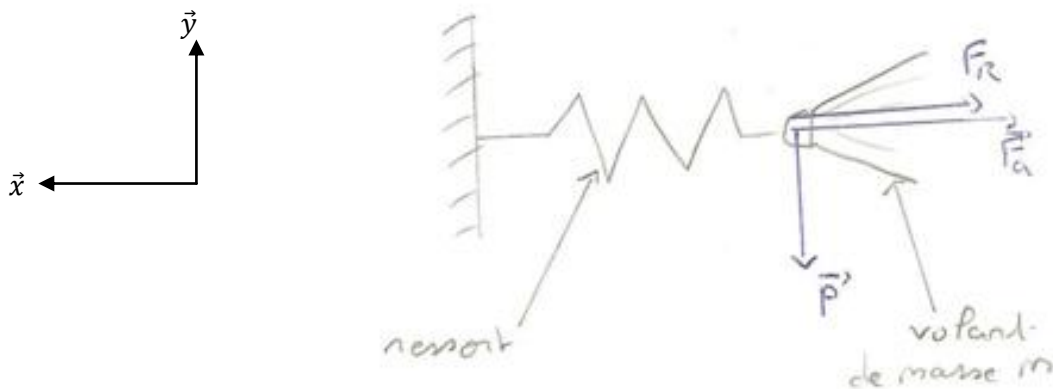
Alors  $\frac{1}{2} M \cdot v \cdot V_v^2(0) = \frac{1}{2} M \cdot v \cdot V_v^2(t_f) + \frac{1}{2} (K_{tamis} (x_1^2 - x_3^2) + K_{tige} (x_2^2 - x_4^2))$

Enfin :

$$V_v(t_f) = \sqrt{\frac{(V_v(0))^2 - [K_{tamis} (x_1^2 - x_3^2) + K_{tige} (x_2^2 - x_4^2)]}{Mv}}$$

A partir de cette équation, il ne nous restait plus qu'à déterminer  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$  grâce à l'équation de mouvement d'un ressort qui se déduit d'une équation différentielle que l'on a établie comme ci dessous :

Nous avons pris le cas d'un seul ressort puisque cela suffit à déterminer l'équation différentielle qui sera de la même forme aussi bien pour le tamis que la tige. Notre système est le volant et le référentiel d'étude est le référentiel terrestre que l'on considère galiléen.



On fait la somme des forces qui nous intéressent et s'appliquant au volant sont :

- La force de tension du ressort  $\vec{F}_r = -k\vec{x}$
- La force due aux amortissements de la raquette (ressort) :  $\vec{F}_a = -c \frac{dx}{dt} \vec{x}$  avec c le coefficient d'amortissement.

On obtient l'équation différentielle :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$$



On note  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  la pulsation naturelle et  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k.m}}$  le taux d'amortissement.

D'où :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Nous avons fait l'hypothèse les vibrations de notre raquette sont similaires au régime transitoire des ressorts car ce régime dépend fortement de la pulsation naturelle et du taux d'amortissement, ce qui est le cas pour la raquette de badminton. Nous obtenons alors une deux solutions complexes et une solution du type :

$$x(t) = Ae^{-\omega_0(\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2})t} + Be^{-\omega_0(\zeta + j\sqrt{1-\zeta^2})t}$$

On passe en trigonométrie :

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}}[A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)]$$

Avec  $\tau = \frac{2m}{c}$  la constante de temps et  $\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}$  la pulsation propre. On considère qu'à  $t = 0$ , on a  $x(0) = 0$  donc  $A = 0$ .

De plus :

$$\frac{dx}{dt} = e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\left[\omega_d \cdot B - \frac{A}{\tau}\right] \cos(\omega_d t) - \left[\omega_d \cdot A + \frac{B}{\tau}\right] \sin(\omega_d t)\right)$$

La vitesse  $V_v(0)$  est connue donc  $B = \frac{V_v(0)}{\omega_d}$

On obtient l'équation :

$$x(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \times \frac{V_v(0)}{\omega_d} \times \sin(\omega_d t)$$

Afin de déterminer  $x_3$  et  $x_4$  il nous a d'abord fallu déterminer le temps d'une oscillation puisque  $x_3$  et  $x_4$  correspondent aux distances qui séparent le tamis et la tige de leur position de repos après une oscillation. On peut déterminer ce temps  $t_1$  car cela correspond à  $\frac{dx}{dt} = 0$ .

On en déduit que :

$$V_v(0) \cos(\omega_d t) = \frac{V_v(0)}{\omega_d \cdot \tau} \sin(\omega_d t)$$

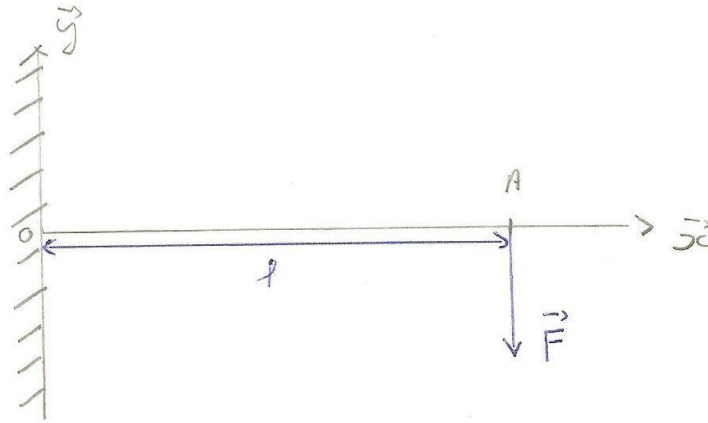
Alors :

$$t_1 = \frac{\arctan(\omega_d \cdot \tau)}{\omega_d}$$

Nous avons fait l'hypothèse que le temps d'une oscillation est  $t = 2t_1$  car sinon les temps qui correspondent aux déplacements  $x_3$  et  $x_4$  sont inconnus.

Maintenant que nous avons établi toutes les relations permettant de déterminer  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$  et  $t_1$ , il nous reste à trouver les coefficients de raideur de la tige et du tamis. Pour se faire, nous avons associé la tige de la raquette au modèle d'une poutre horizontale encastrée à une de ses extrémités. En ce qui concerne le tamis, seuls nos résultats expérimentaux pourront apporter une valeur à  $K_{tamis}$ . La démonstration de la relation entre la force appliquée à cette poutre et la flèche s'appuie sur le cours de résistance des matériaux.





Dans cette étude, le poids de la poutre est considéré négligeable, ce qui signifie que le torseur des actions mécaniques extérieures s'appliquant au solide se résume à  $\vec{F} = F\vec{y}$ . On sépare ensuite le solide en deux à un point aléatoire et on établit le torseur de cohésion, c'est-à-dire le torseur des efforts mécaniques exercés par la partie de droite de la poutre sur la partie de gauche. On trouve donc :

$$\vec{F}_{cohésion} = F\vec{y}$$

Et

$$\vec{M}_{cohésion} = F(l-x)\vec{z} = mfz$$

D'après le cours, pour une flexion plane simple on a  $E \times I_{gz} \times \frac{d^2y(x)}{dx^2} = mfz$  avec E le Module de Young,  $I_{gz}$  le moment quadratique et mfz le moment fléchissant suivant  $\vec{z}$ .

Alors :

$$E \times I_{gz} \times \frac{d^2y(x)}{dx^2} = -\frac{F}{2}(l-x)^2 + A$$

$$E \times I_{gz} \times y(x) = \frac{F}{6}(l-x)^3 + Ax + B$$

En appliquant les conditions aux limites qui sont  $y(0) = 0$  et  $\frac{dy(0)}{dx} = 0$  on obtient :

$$A = \frac{Fl^2}{2} \text{ et } B = -\frac{F}{6}l^3$$

Donc

$$y(x) = \frac{\left[ \frac{F}{6}(l-x)^3 + F.l^2 \times \frac{x}{2} - \frac{F}{6} \times l^3 \right]}{E.I_{gz}}$$

D'où

$$y(l) = \frac{F.l^3}{3E.I_{gz}}$$

Ainsi  $F = 3.E.I_{gz} \frac{y(l)}{l^3} = K.y(l)$  avec  $y(l) = x$  si on reprend les schémas précédents.



### Exemples d'applications

On suppose que le volant disposant d'une vitesse initiale est frappé par le joueur à une certaine vitesse au moment de l'impact. La vitesse du volant par rapport à la raquette est donc la vitesse de la raquette par rapport au sol à laquelle vient s'ajouter la vitesse de frappe du joueur par rapport au sol. Supposons que  $v_{(volant/raquette)} = 30 \text{ m/s}$ .

Le joueur dispose d'un volant de masse  $M_v = 5g$  et d'une raquette (celle prise pour les expériences) dont la tige à un coefficient de raideur :

$$K_{tige} = \frac{1}{6,10 \times 10^{-3}} = 163.9 \text{ N/m}$$

Et dont le tamis a pour coefficient de raideur :

$$K_{tamis} = \frac{1}{1,6 \times 10^{-4}} = 6250 \text{ N/m}$$

La raquette prise pour les expériences a, selon un ingénieur du matériel sportif de décathlon, un coefficient d'amortissement  $c = 1,5 \text{ Kg/s}$ .

A quelle vitesse repartira le volant ? Calculons les paramètres nécessaires grâce aux équations trouvées dans la partie théorique.

$$\text{On sait que } t_1 = \frac{\arctan \tau \omega_d}{\omega_d} = 0.0336 \text{ s}$$

$$\text{Donc } x_1 = x(t_1) = 0.00106 \text{ m}$$

$$\text{Et } x_2 = 0.0127 \text{ m}$$

$$\text{On peut aussi calculer } x_3 = x(2 \times t_1) = 0.00022 \text{ m}$$

$$\text{Et } x_4 = 0.0045 \text{ m}$$

On reprend alors l'équation trouvée plus haut et on peut alors déterminer la vitesse à laquelle le volant va quitter la raquette à  $t_f$  en fonction des déplacements calculés ci-dessus en tenant compte de l'amortissement.

$$V_v(t_f) = \sqrt{\frac{(V_v(0) - [K_{tamis}(x_1^2 - x_3^2) + K_{tige}(x_2^2 - x_4^2)])}{M_v}}$$

$$V_v(t_f) = 28.6 \text{ m/s}$$

$$\frac{(V_v(0) - V_v(t_f))}{V_v(t_f)} \times 100 = 4.9 \%$$

Conclusion : Les pertes considérés avec le modèle du ressort sont donc assez faibles, on peut considérer pour simplifier l'étude que la vitesse à laquelle arrive le volant est la même qu'à laquelle il repart.



### 2.3. Organisation du travail

Lors de la première séance de projet, le jeudi 9 février, nous nous sommes séparés en deux groupes de trois personnes. Un groupe composé d'Aurélien, de Béranger et de Lucie s'est occupé de la raquette de badminton. L'autre groupe composé de Kévin, Noé et Eliot s'est occupé de la partie concernant le volant.

Pour la partie volant, nous avons d'abord effectué quelques recherches sur le coefficient de frottement afin de trouver un moyen de le mesurer. Ensuite nous nous sommes concentrés sur le montage pour mesurer ce coefficient. Après avoir effectué les mesures, un point théorique de mécanique du point nous a permis de modéliser plusieurs trajectoires.

En ce qui concerne la partie de la raquette, nous avons d'abord essayé de simuler le comportement de la raquette lors d'un coup, et nous avons effectué une première approche énergétique. Nous avons ensuite étudié la théorie de la poutre encastrée en ayant posé quelques hypothèses sur la raquette. Un montage est réalisé pour mesurer la flèche de la tige et déterminer le coefficient de raideur de la tige. L'étude est effectuée avec plusieurs raquettes. Nous nous sommes ensuite focalisés sur le déplacement du tamis en fonction de la force qui lui est appliquée. Enfin nous avons fait un point sur nos expériences, puis nous avons essayé de trouver la vitesse à laquelle repart le volant en rebondissant sur la raquette.





### 3. PROTOCOLE EXPERIMENTAL ET MESURES REALISEES

#### 3.1. Etude de la raquette

##### 3.1.1. Manipulation 1: Détermination du coefficient de raideur de la tige

Hypothèse : La tige de la raquette se comporte comme une poutre encastree (aucune rotation/translation n'est possible).

Objectifs :

- 1) Vérifier via une série de mesures que nos deux raquettes vérifient la formule de la flèche pour une poutre encastree.
- 2) Déterminer le coefficient de raideur expérimentalement.

Pour réaliser l'expérience à l'aide du montage ci-dessus nous avons décidé de procéder en 4 étapes :

- 1) Placer une grande règle fixe derrière l'extérieur de la tige afin de mesurer la flèche pour différentes masses.
- 2) Fixer un poids à l'extrémité de la tige à l'aide d'une ficelle.
- 3) Relever la valeur de la flèche en fonction du poids.
- 4) Répéter les étapes avec différentes masses.



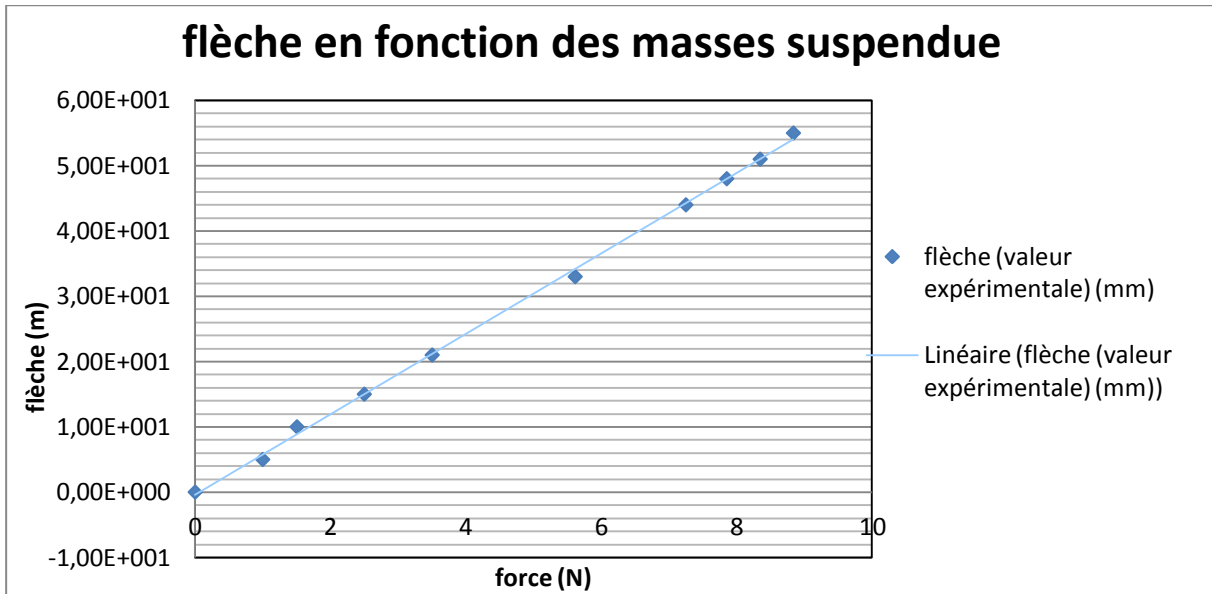
Montage de détermination de la flèche

Nos séries de mesures sont répertoriées dans les deux tableaux ci dessous:

F (force appliquée à la tige) (N)	flèche (valeur expérimentale) (mm)
0	0,00
1	5,00
1,5	10,00
2,5	15,00
3,5	21,00
5,61	33,00
7,25	44,00
7,85	48,00
8,35	51,00
8,84	55,00



**Calculs et interprétation :**



**Interprétation :**

Nous obtenons bien une fonction linéaire (coefficient de régression linéaire très proche de 1). On considère que la fonction a pour équation  $f(x) = 6,10x$ . En effet le coefficient directeur de la courbe expérimentale est de 6,10 avec l'axe des ordonnées orienté vers le bas.

D'après la formule théorique "  $flèche = \frac{\lambda^2(\lambda-3L)}{6EI} \times F$  ", si on trace la flèche en fonction de la force F exercée sur la poutre encastree avec l'axe des ordonnées orienté vers le bas, on a un coefficient directeur de  $\frac{\lambda^2(3L-\lambda)}{6EI}$ . Vérifions que  $6,10 = \frac{\lambda^2(3L-\lambda)}{6EI}$ .

$L = \lambda = 463$  mm avec L la longueur de la tige.

Moment quadratique :  $I = \frac{\pi \times (diamètre\ extérieur)^4 - (diamètre\ intérieur)^4}{64} = 124,63$ .

$E = 30000$  Mpa : Module d'Young (ici celui du graphite).

Calcul de  $\frac{\lambda^2(3L-\lambda)}{6EI}$  noté K.  $K = 8,85$ .

Nous trouvons en théorie, un coefficient de 8,85 alors qu'expérimentalement, nous avons obtenu un coefficient de 6,10. Les résultats sont du même ordre de grandeur, l'erreur peut s'expliquer par les approximations successives que nous avons faites pour les valeurs théoriques.

En effet, nous avons pris un module d'Young de 30 Gpa (correspondant au graphite) alors que nous nous ne connaissons pas la nature exacte du matériau utilisé dans la tige. Nous prenons comme marge une erreur de 5Gpa.



De plus, nous avons considéré que le diamètre était de 5mm alors que nous n'avons pas la donnée exacte. Nous prenons une erreur de 0,5mm.

On détermine l'incertitude de K pour voir si  $K_{exp}$  est compris entre  $K_{théorique} - \Delta K$  et  $K_{théorique} + \Delta K$ .

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta E}{E} + 3 \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta I}{I}$$

On néglige l'erreur due à la mesure de la longueur de la tige car  $\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{463}$ .

On a  $\frac{\Delta I}{I} = 4 \frac{\Delta D}{D} + 4 \frac{\Delta d}{d}$ .

On néglige l'erreur due à la mesure du diamètre extérieur puisque nous l'avons mesuré avec l'outil adapté (assez précis pour nos calculs).

On obtient :  $\frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta E}{E} + 4 * \frac{\Delta d}{d} = \frac{5000}{30\ 000} + 4 \frac{0,5}{5} = 0,57$ .

Donc  $\Delta K = 0,57 \times 6,10 = 3,48$ .

$K_{théorique} - \Delta K = 5,37$

$K_{théorique} + \Delta K = 12,33$

6,10 ∈ [5,37 ; 12,33] Donc notre valeur expérimentale  $K_{expérimentale}$  ∈ [ $K_{théorique} - \Delta K$  ;  $K_{théorique} + \Delta K$ ].

Conclusion : Le modèle théorique de la poutre encastrée est adapté pour modéliser la tige d'une raquette.

Utilité dans le projet : Nous pourrions donc calculer le coefficient K pour toutes les raquettes étudiées. Cela nous permettra de déterminer le coefficient d'élasticité de la raquette et ainsi connaître l'énergie restituée par la raquette après l'impact avec le volant.

### 3.1.2. Manipulation 2: Détermination du coefficient de raideur du tamis

Hypothèse : Le tamis de la raquette est assimilé à un ressort.

Objectifs :

- 1) Vérifier avec une série de mesures que les tamis de nos deux raquettes se comportent bien comme des ressorts.
- 2) Déterminer le coefficient de raideur expérimentalement.

**N.B.** A cause des difficultés que nous avons rencontrées pour réaliser ce montage faute de matériel, nous n'avons finalement pas eu le temps d'effectuer des mesures sur les 2 raquettes et seule le tamis de la raquette n°1 a été soumis à cette expérience.



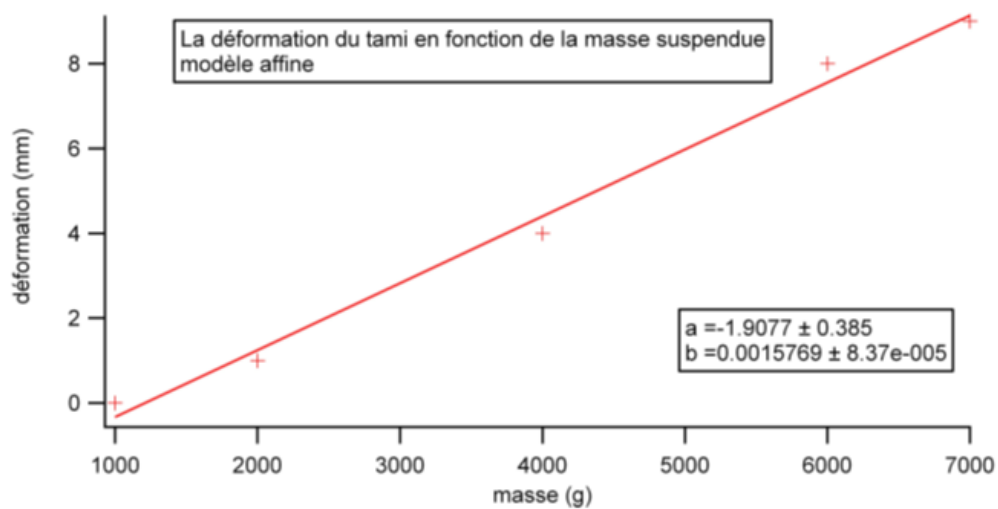


Pour réaliser l'expérience à l'aide du montage (photo) nous avons décidé de procéder en 5 étapes:

- 1) Placer une grande règle fixe devant le tamis de la raquette afin de mesurer l'élasticité du tamis pour différentes masses.
- 2) Encastrer la raquette grâce à un étau et un serre-joint de façon à ce que seul le tamis se déforme.
- 3) Fixer un poids au milieu du tamis à l'aide d'une ficelle.
- 4) Relever la valeur de l'élasticité en fonction du poids.
- 5) Répéter les étapes 3 et 4 avec différentes masses.

Mesures :

Masse (g)	Déformation (mm)
1000	0
2000	1
4000	4
6000	8
7000	9



Interprétation : On obtient un modèle affine de type  $y = bx + a$  avec x la masse et y la déformation du tamis.

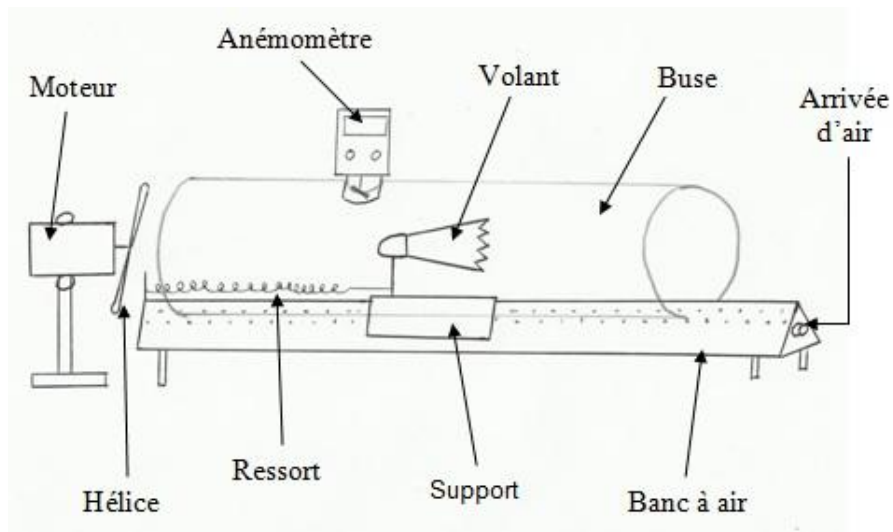


On relève le coefficient de raideur  $k = 1,58 \times 10^{-3} \text{ mm/g}$  pour la suite de l'étude nous prendrons  $k = 1,6 \times 10^{-4} \text{ m/N}$ . Le tamis semble donc bien vérifier notre hypothèse. Pour confirmer, nous calculons l'incertitude liée à notre expérience.

Calculs des incertitudes :  $\frac{\Delta b}{b} = 5,33\%$

On obtient une incertitude proche de 5%. Nous pouvons donc considérer que nos mesures sont relativement bonnes et que le tamis de la raquette se comporte bien comme un ressort.

### 3.2. Etude du volant



Le montage est constitué d'un moteur et d'une hélice pour le ventilateur, d'un anémomètre pour mesurer la vitesse du vent créé par l'hélice, du volant accroché judicieusement sur un support pour réduire la résistance au vent de ce support, d'un banc à air pour réduire les frottements du support sur le banc, d'un ressort accroché au support et au bout du banc pour mesurer la f et enfin d'une buse pour concentrer l'air sur le volant.

Procédure de mesure :

- Allumer l'anémomètre.
- Allumer le moteur et régler la puissance du vent désirée, grâce à l'anémomètre.
- Eteindre le moteur avec le générateur.
- Installer le volant sur le mobile et l'accrocher au ressort.
- Allumer la soufflerie.



Montage de mesure du coefficient de frottement



- Rallumer le moteur et mesurer l'écart avec la longueur initiale du ressort.

Mesures effectuées (T=24°C) :

Volant en plumes :

vitesse en km/h	allongement en cm
15,6	0,9
20	1,2
25	1,5
29	1,8

$$\lambda_{plume} = 0,020375 \text{ kg/s } (\pm 0,00703 \text{ kg/s})$$

Volant en plastique :

vitesse en km/h	allongement (cm)
15	0,8
20	1,2
25	1,5
29	1,8

$$\lambda_{plastique} = 0,010828 \text{ kg/s } (\pm 0,00254 \text{ kg/s})$$

On peut donc observer une différence entre les deux coefficients :  $\lambda_{plume} \approx 2 \times \lambda_{plastique}$ . Ceci signifie que le volant en plume aura une trajectoire plus courte par rapport au volant en plastique. On s'est aperçu lors de nos mesures que la température influait sur le coefficient de frottement. Le tableau en annexe montre que la densité et la viscosité de l'air dépend des conditions climatiques. Deux mesures du même coefficient ont été effectuées : l'une à 24°C avec un temps sec, et l'autre à environ 20°C avec un temps plutôt humide. Pour une température de 20°C :

$$\lambda_{plastique} = 0,018012 \text{ kg/s } (\pm 0,00427 \text{ kg/s})$$

$$\lambda_{plume} = 0,090059 \text{ kg/s } (\pm 0,00574 \text{ kg/s})$$

On remarque que pour le volant en plastique le coefficient a doublé, et celui du volant en plume a même quadruplé. Ce qui montre bien que la température a une grande influence sur le coefficient de frottement.



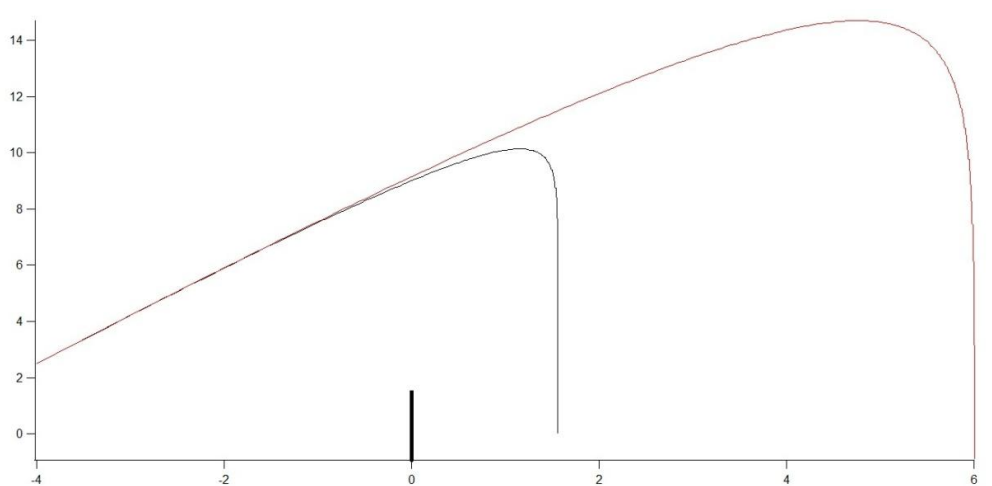
#### 4. MODELISATION DE LA TRAJECTOIRE ET DISCUSSION DE L'INFLUENCE DES PARAMETRES

Avec les différents paramètres que l'on a pu mettre en évidence et déterminés, nous allons maintenant pouvoir tracer la trajectoire du volant en fonction de ces paramètres. Pour effectuer la modélisation de la trajectoire, on choisit la base du filet comme origine spatiale. On applique l'équation trouvée dans la partie théorique :

$$\begin{cases} x(t) = \tau v_0 \cos \theta (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ y(t) = (\tau v_0 \sin \theta + \tau^2 g)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) - t\tau g \end{cases} \text{ avec } \tau = \frac{m}{\lambda}$$

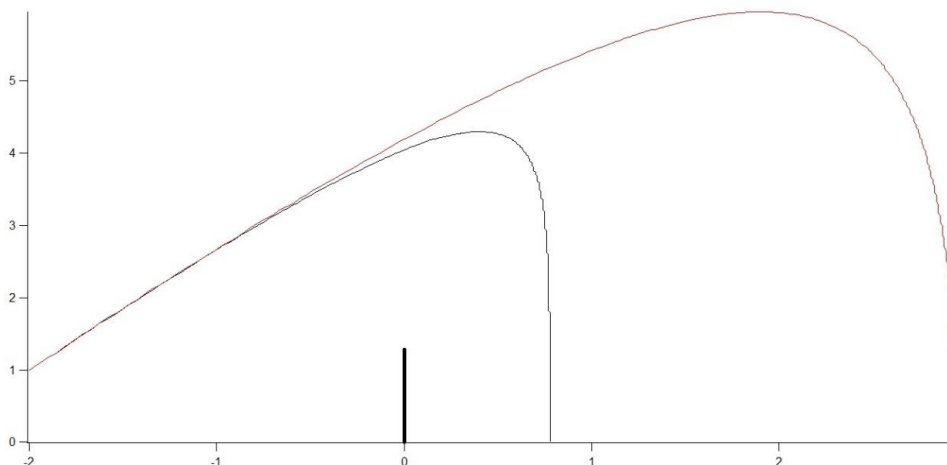
Les calculs de la trajectoire sont effectués sur Excel puis les résultats sont interprétés grâce au logiciel Igor. Pour comparer le comportement des volants en plastique et en plumes nous avons superposé les courbes de trajectoires avec les mêmes conditions initiales pour la vitesse et l'angle initial, seul le coefficient de frottement diffère.

##### Exemple 1 : Tir du fond de terrain



trajectoire des volant de plume (noir) et de plastique (rouge) pour un angle de tir de 60° vitesse initiale de 40m.s<sup>-1</sup>.

##### Exemple 2 : amorti



Trajectoire des volant de plume (noir) et de plastique (rouge) pour un angle de tir de 60° vitesse initiale de 20m.s<sup>-1</sup>.

On se rend bien compte sur les graphiques de la différence de trajectoire entre les deux volants. Le volant à plumes qui a un coefficient de frottement plus élevé que celui en plastique parcourt une distance bien plus faible car l'énergie cinétique se perd très vite lors de la phase ascendante. Une fois le volant arrivé au point le plus haut de sa trajectoire, l'énergie cinétique du volant est quasi nulle, il entame alors une chute quasi verticale dans le cas du volant à plumes. La trajectoire du volant en plastique est plus arrondie que celle du volant en plumes.

Exemple 3 : le smash

Pour un smash, l'angle de départ est descendant et la vitesse initiale est très grande si bien que l'influence des frottements est négligeable. La trajectoire pour un angle négatif et de vitesse de l'ordre de grandeur de  $50\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  est donc identique que le volant soit en plastique ou en plume.





## 5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Nous avons donc réussi à modéliser des trajectoires plausibles qui se rapprochent de la réalité. On observe bien des différences selon les paramètres comme la longueur de la trajectoire.

Ce projet nous aura permis d'appliquer des notions de cours de mécanique du point et de résistance des matériaux. Il nous aura permis d'exploiter nos connaissances théoriques et nous donner une idée plus concrète de notre future activité en tant qu'ingénieur.

Cependant nos résultats ne reflètent pas forcément la réalité. En effet quelques approximations ont été faites. Par exemple, nous avons supposé que la tige était creuse, ce qui n'est peut-être pas le cas. Cela peut modifier l'étude de la résistance de la tige et de la flèche. Nous avons aussi assimilé le volant à un solide ponctuel et indéformable pour l'étude mécanique, et les rotations possibles du volant sur lui-même n'ont pas été prises en compte.

Si le projet devait continuer, nous devrions d'avantage prendre en compte les conditions climatiques, la forme du volant et la raquette dans l'étude. Nous n'avons également pas assez mis en relation les deux objets. Enfin il faudrait approfondir encore la partie mécanique des fluides (avec le coefficient de viscosité...) car nous ne possédons que des connaissances basiques à ce niveau dans nos études à l'INSA.

Ce projet reste une bonne expérience de travail en groupe, nous n'avons eu que peu d'occasions pour travailler en groupe de six sur des projets tels que celui que nous avons traité.



## 6. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Livres et écrits papiers :

[1] Rayment Comolet, « Mécanique expérimentale des fluides », tome 2 : Dynamique des fluides réels, Turbomachines. Chapitre 9, éditions Dunod, 2006.

- Cours :

[2] Résistance des Matériaux (P9-12)

[3] Mécanique du point (P2) : équation différentielle d'un système ressort, équations de trajectoires.

- Sites internet :

[4] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Balistique\\_extérieure](http://fr.wikipedia.org/wiki/Balistique_extérieure) (valide à la date du 14/06/2012).

[5] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Viscosité> (valide à la date du 14/06/2012).

[6] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Badminton> (valide au 15/06/12)



## 7. ANNEXES

### 7.1. Résumé des séances.

#### 7.1.1. Côté volant

Séance 1 : Premières recherches théoriques sur le coefficient de frottement et réflexion sur le montage et des commandes nécessaires.

Séance 2 : réalisation du montage. Problème avec le ventilateur prévu au début : manque de puissance. Remplacement par un moteur couplé à une hélice. Achat d'un anémomètre.

Poursuite des recherches théoriques.

Séance 3 : finalisation de la partie théorique et commande des composants.

Séance 4 : choix du ressort et mesure de sa constante de raideur.

Séance 5 : étude de la fixation du moteur, du ressort ainsi que de la base. Difficultés rencontrées pour le montage.

Séance 6 : premiers tests effectués. Choix d'un ressort moins résistant.

Séance 7 : premières mesures avec un volant en plastique.

Séance 8 : exploitations des premières mesures. Première valeur du coefficient de frottement pour le volant en plastique.

Séance 9 : mesures, avec le volant en plumes, et détermination de son coefficient de frottement.

Séance 10 : dernières mesures pour le coefficient de frottements du volant en plastique. Mise en commun des données. Nouveau point théorique concernant la trajectoire du volant.

Séance 11 : tracé de trajectoires sur Excel et Igor pour différents coups possibles (amorti, smash...).

Séance 12 : plan du dossier, tracé d'autres trajectoires différentes, pour une exploitation plus complète.

Séance 13 et 14 : Rédaction du rapport et de la soutenance.

#### 7.1.2. Côté raquette

Séance 1 : Elaboration des objectifs à atteindre à la fin de ce projet physique.

Séance 2 : simulation du comportement de la raquette lorsqu'un volant la frappe à l'aide de schémas. Première approche de l'étude énergétique.

Séance 3 : Hypothèses sur la raquette, assimilée à une poutre pour la tige et à un ressort pour le tamis. Etude théorique de la poutre encastree et réflexion au montage pour déterminer le coefficient de raideur de la tige.

Séance 4 : réalisation du montage et du protocole permettant d'obtenir la flèche de la tige en fonction de la masse suspendue. Plusieurs valeurs relevées, tracé de la courbe correspondante et détermination du coefficient de raideur de la tige.

Séance 5 : même protocole réalisé même protocole appliqué à une autre raquette pour valider les hypothèses à propos de la tige.

Séance 6 : calcul de l'erreur des coefficients de raideur théoriques de chaque tige et vérification avec les coefficients théoriques. Elaboration du montage permettant d'obtenir le coefficient de raideur du tamis.

Séance 7 : réalisation de plusieurs montages sans succès à cause des faibles variations du tamis. Mais résolution avec une autre idée de montage.

Séance 8 : mesure du déplacement du tamis en fonction de la force appliquée puis tracé de la courbe nous permettant d'obtenir le coefficient de raideur.

Séance 9 : prise de connaissance du logiciel « Igor » dans le but d'obtenir un coefficient de raideur le plus précis possible par régression linéaire, et tracé des courbes correspondant au modèle linéaire et affine.

Séance 10 : point sur ce qui a été fait jusqu'à présent. Interprétation des courbes obtenues lors des différentes mesures.

Séance 11 : retour sur une étude énergétique et établissement de l'équation différentielle du mouvement d'un point matériel au contact d'un ressort. Recherche de la vitesse à laquelle repartirait le volant en rebondissant sur la raquette.

Séance 12 : Equation classique d'un point matériel au contact d'un ressort insuffisante pour déterminer la vitesse exacte de retour, car manque des pertes absorbées par la raquette dans l'équation. Essai de résolution du modèle de ressort amorti.

Séance 13 et 14 : exemples d'application pour vérifier nos formules et mise en commun avec l'autre demi-groupe. Répartition des tâches pour la rédaction du rapport.

**7.2. Mesures de la viscosité et de la densité de l'air en fonction des conditions atmosphériques.**

Température (°C)	Viscosité (Pa.s)
0	$17,1 \times 10^{-6}$
50	$19,4 \times 10^{-6}$
100	$22,0 \times 10^{-6}$

Viscosité dynamique de l'air en fonction de la température

Température (°C)	100% Hr	50% Hr	1% Hr
0	1,289	1,291	1,292
50	1,042	1,067	1,092
100	0,585	0,766	0,946

Densité de l'air à 1013 HPa en fonction de l'humidité relative et de la température sèche ( $\text{kg.m}^{-3}$ ).



4<sup>e</sup> DE COUVERTURE

**Date de remise du rapport** : 18/06/2012

**Référence du projet** : STPI/P6/2012 – 49

**Intitulé du projet** : *Etude de l'influence du matériel (volant et raquette) sur la trajectoire d'un volant de badminton.*

**Type de projet** : Bibliographique et expérimental.

**Objectifs du projet** :

- déterminer les différents paramètres (conditions atmosphériques, type de volant, raideur de la raquette) qui influent sur la trajectoire d'un volant de badminton.
- modéliser différentes trajectoires. (et peut-être de conseiller les joueurs pour améliorer leurs jeux).

