ASI - Recherche Opérationelle - Examen final - 2^{nd} partie - **1 h 30**

Exercice 1 — Can-U — 6 points

Le gérant de la distribution de l'entreprise Cannes United (production de cannes pour aveugles), dispose de trois usines de fabrication (une à Amfreville la campagne (A), une à Bogota (B) et une dernière à Canberra (C)). Il souhaite minimiser ses couts de transports entre les sites de fabrication et ses quatre magasins (à Winipeg (W), Xanadu (X), Yerville (Y) et Zanzibar (Z)).

Usine	Production
A	400
B	1500
C	900
Total	2800

Magasins	Demande
W	700
X	600
Y	1000
Z	500
Total	2800

.

Nous avons aussi la matrice des couts de transports :

	W	X	Y	Z
A	20	40	70	50
B	100	60	90	80
C	10	110	30	200

Par exemple ça coute 70 euros de transporter à Yerville une canne fabriquée à Amfreville la campagne.

1. formuler le problème comme un programme linéaire,
2. écrire le tableau de simplexe associé
3. l'adjoint du grand chef à proposé la solution S_1 (en nombre de cannes) et la mère du chef à suggéré la solution S_2 :

$S_1 =$

	W	X	Y	Z
A	100	100	100	100
B	400	200	700	200
C	100	300	300	200

$S_2 =$

	W	X	Y	Z
A		400		
B		200	800	500
C	700		200	

   (a) ces solutions sont-elle admissibles ?

   (b) et si oui comment la (ou les) améliorer : écrire le tableau du simplexe initial associé à la (ou les) solution admissible et préciser quelle modifications lui apporter pour l'améliorer.

4. écrire la lagrangien associé au programme linéaire et en déduire la forme duale du programme

Exercice 2 — Coniques — 4 points

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min\limits_{x,y,z} & (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 \\ \text{avec} & z \geq x^2 + y^2 + \frac{6}{5}xy \\ \text{et} & -2x + y + z = 1 \end{cases}$$

1. donner les conditions nécessaires pour qu'un point (x, y, z) puisse être une solution du problème,
2. écrire le lagrangien du problème
3. écrire un algorithme de type gradient à pas variable permettant de minimiser le lagrangien par rapport à (x, y, z) (les multiplicateurs de Lagrage étant supposés fixe),
4. écrire un algorithme de type gradient à pas variable permettant de maximiser le lagrangien par rapport au multiplicateurs de Lagrage ((x, y, z) étant supposés fixe).