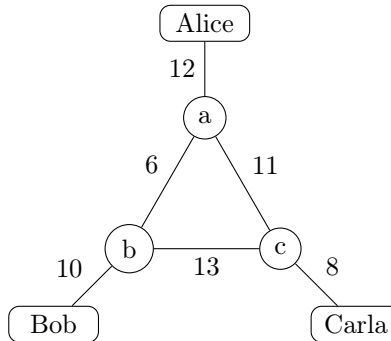


Exercice 1 Allocation de boy's bande passante 5 points

Le problème d'allocation de bande passante consiste à trouver comment répartir le trafic entre les différents chemins possibles. Dans l'exemple ci-dessous, le trafic entre Alice et Bob peut emprunter soit le chemin  $ab$ , soit le chemin  $acb$ .



Le graphique ci dessus indique la bande passante maximale autorisée pour chaque chemin : le chemin entre Bob et le point  $b$  ne peut accepter que 10 Mb. Les échanges entre Alice et Bob coutent 3€ par Mb (et donc génèrent un revenu de 3€ par Mb), ceux entre Alice et Carla 4 € et ceux entre Bob et Carla coutent 3 €. Notre problème est de déterminer le trafic qui donnera un revenu maximal.

1. Formuler le problème comme un programme linéaire dont on donnera la forme standard.
2. Ecrire le tableau du simplexe.
3. Bill prétend que la bonne solution est  $ab = 3, acb = 7, ac = 2.5, abc = 4.5, bc = 2,5, bac = 0,5$  et Monsieur Houet, lui, dit que la bonne solution est  $ab = 0, acb = 7, ac = 0.5, abc = 4.5, bc = 1,5, bac = 1,5$ . D'après vous qui à raison et pourquoi ?

Exercice 2 la poule a caquaté 5 points

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{x,y,z} (x-2)^3 - (y-1)^2 - 2xz^2 \\ \text{avec } 2x + y^2 + 4z = 5 \\ \text{et } 2x + \frac{3}{4}xy^2 \leq 2 \\ \text{et } x \leq 0, y \geq 0 \end{array} \right.$$

1. donner les conditions nécessaires pour qu'un point  $(x, y, z)$  puisse être une solution du problème,
2. écrire le lagrangien du problème
3. écrire un algorithme de type gradient à pas variable permettant de minimiser le lagrangien par rapport à  $(x, y, z)$  (les multiplicateurs de Lagrange étant supposés fixes),
4. écrire un algorithme de type gradient à pas variable permettant de maximiser le lagrangien par rapport aux multiplicateurs de Lagrange  $((x, y, z)$  étant supposés fixes).