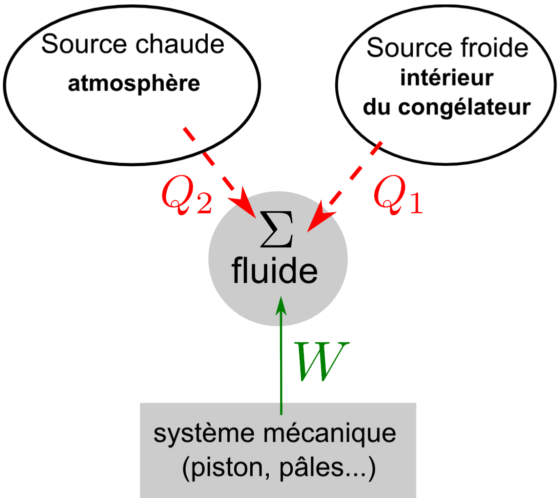
Correction du DS. de P1-1 du 19 juin 2024

Exercice 1 : Etude de congélateurs



1) voir diagramme ci-dessus
Le but d'un congélateur est d'extraire un transfert thermique de la source froide (l'intérieur du congélateur) et de rejeter un transfert thermique vers la source chaude (inversion du sens naturel du transfert thermique) en utilisant du travail. Un congélateur fonctionne donc avec un cycle **récepteur**. Ainsi, on a $W > 0, Q_1 > 0$ et $Q_2 < 0$

2) Comme pour toute machine thermique, nous avons
$e = \left| \dfrac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} \right|$ Ici, nous avons $e = \dfrac{|Q_{fr}|}{W_{cycle}} = \dfrac{Q_{fr}}{W_{cycle}}$, ainsi $e = \dfrac{Q_1}{W}$

La variation d'énergie interne du fluide au cours d'un cycle est nulle. Le premier principe de la thermodynamique donne donc $W + Q_1 + Q_2 = 0$.

On obtient $e = -\dfrac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$

3.a) De la même façon, la variation d'entropie du fluide au cours d'un cycle est nulle, le deuxième principe de la thermodynamique donne donc $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_2}{T_2} + S^{cr}_{cycle} = 0$.

Pour un cycle réversible $S^{cr}_{cycle} = 0$, ce qui donne $\dfrac{Q_2}{Q_1} = -\dfrac{T_2}{T_1}$.

On réécrit l'efficacité $e_r = \dfrac{1}{-1 - \frac{Q_2}{Q_1}} = \dfrac{1}{-1 + \frac{T_2}{T_1}}$.

Finalement, $e_r = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}$. AN: $e_r = \dfrac{-18 + 273}{19 - (-18)}$ $e_r = 6,9$

3.b) On a $\alpha = \dfrac{e}{e_r} = \dfrac{3,5}{6,9}$ ce qui donne finalement $\alpha = 0,51$

3.c) De l'équation $e = -\dfrac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$ on obtient $Q_2 = -Q_1 \left(\dfrac{1}{e} + 1 \right)$ et de l'équation $e_r = \dfrac{T_1}{T_2 - T_1}$, on obtient $T_1 = \dfrac{T_2}{1 + \dfrac{1}{e_r}}$.

On substitue dans le deuxième principe de la thermodynamique, ce qui donne :
$S^{cr} = -\dfrac{Q_1}{T_1} - \dfrac{Q_2}{T_2} = -\dfrac{Q_1}{T_2}\left(\dfrac{1}{e_r} + 1\right) + \dfrac{Q_1}{T_2}\left(\dfrac{1}{e} + 1\right)$ et au final : $S^{cr} = \dfrac{Q_1}{T_2}\left(\dfrac{1}{e} - \dfrac{1}{e_r}\right)$

4.a) Les grandeurs correspondant au congélateur usagé sont appelées '. Pour le congélateur usagé, on a $S'^{cr} = 2S^{cr}$ avec $Q'_1 = Q_1$ ce qui donne

$$\frac{Q_1}{T_2}\left(\frac{1}{e'} - \frac{1}{e_r}\right) = 2\frac{Q_1}{T_2}\left(\frac{1}{e} - \frac{1}{e_r}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{e'} = \frac{2}{e} - \frac{1}{e_r} \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha'} = \frac{2}{\alpha} - 1$$

ce qui donne bien finalement $\alpha' = \dfrac{\alpha}{2-\alpha}$

4.b) *AN* : $\alpha' = 0{,}34$ ce qui donne $e' = 2{,}3$

Le congélateur usagé a une efficacité plus faible que le congélateur neuf.

Exercice 2 : Turbopropulseur

Partie I : La turbine

1) Il s'agit de la détente adiabatique d'un gaz parfait, on peut donc appliquer la loi de Laplace :

$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma}$ d'où $T_2 = T_1\left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$ AN : $T_2 = 10^3 \times 0,1^{\frac{0,34}{1,34}}$ et donc $T_2 = 613$ K

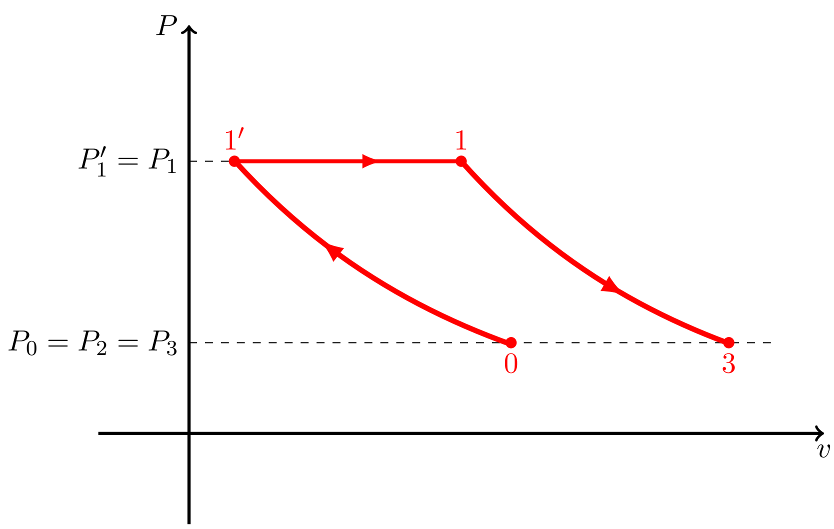
2) Appliquons le premier principe industriel (bilan d'enthalpie massique) à la turbine :
$h_{T2} - h_{T1} = w_{u,1\to2} + q_{1\to2}$
Puisque les variations d'énergie potentielles sont négligeables, et que l'énergie cinétique en entrée de tuyère est négligeable, on a donc $h_{T2} - h_{T1} = h_2 + e_{c2} - h_1$. La détente étant adiabatique, on a d'autre part $q = 0$, il n'y a pas de parties mobiles dans la tuyère, on a donc $w_u = 0$. Ainsi $h_2 + e_{c2} - h_1 = 0$
La seconde loi de Joule pour ce gaz parfait s'écrit : $dh = c_P dT$ de qui donne donc : $c_p(T_2 - T_1) + e_{c2} = 0$ ou encore $c_p(T_2 - T_1) + \dfrac{1}{2} \cdot \,||\, \vec{v}_2 \,||^2 = 0$

Et donc on obtient : $||\, \vec{v}_2 \,||^2 = \sqrt{2c_p(T_1 - T_2)} = \sqrt{2c_p.T_1\left(1 - \left(\dfrac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right)}$ AN : $||\, \vec{v}_2 \,|| = 1051$ m.s^{-1}

3) Appliquons le premier principe industriel au rotor : $h_{T3} - h_{T2} = w_{u,2\to3} + q_{2\to3}$, la turbine étant calorifugée, on a $q_{2\to3} = 0$, la température ne variant pas au passage du rotor, on a donc $T_3 = T_2$, c'est à dire $h_3 = h_2$ et la vitesse en sortie de turbine étant négligeable, on a $e_{c3} = 0$.
Le premier principe industriel se ré-écrit donc $h_3 + e_{c3} - (h_2 + e_{c2}) = w_{u,2\to3}$ ou encore $w_{u,2\to3} = -e_{c2}$ c'est à dire $w_{u,2\to3} = -\dfrac{1}{2}\,||\, \vec{v}_2 \,||^2$ résultat négatif ce qui est cohérent car dans une turbine, le fluide fournit un travail utile à l'extérieur. AN : $w_{u,2\to3} = -552$ kJ.kg^{-1}

Partie II : Le groupe turbopropulseur

4) voir diagramme ci-dessous



5) La compression étant adiabatique réversible dans le compresseur, on peut donc utiliser la loi de Laplace entre les états 0 et 1'.

On obtient donc $T_{1'} = T_0 \left(\frac{P_0}{P_1'}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$

Appliquons le premier principe industriel au compresseur
$(h_{1'} - h_0) + (e_{c1'} - e_{c0}) + (e_{p1'} - e_{p0}) = w_{u,0\to1'} + q_{0\to1'}$
Puisque les variations d'énergie potentielle et cinétique sont négligeables pour ce compresseur (adiabatique), on a donc $(h_{1'} - h_0) = w_{u,0\to1'}$
La seconde loi de Joule pour ce gaz parfait donne donc : $w_{u,0\to1'} = w_c = c_p(T_{1'} - T_0)$ ou encore

$w_c = c_p T_0 \left[\left(\frac{P_0}{P_1'}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} - 1\right]$ AN : $T_1' = 502$ K et $w_c = 252$ kJ.kg^{-1}

6) Appliquons le premier principe industriel à la chambre de combustion : $h_{T1} - h_{T1'} = w_{u,1\to1'} + q_{1\to1'}$. Il n'y a pas de parties mobiles dans la chambre de combustion, donc $w_{u,1\to1'} = 0$ et on néglige les variations d'énergies potentielle et cinétique, donc $h_{T1} - h_{T1'} = h_1 - h_{1'}$
Grâce à la seconde loi de Joule, on obtient donc : $q_{ch} = q_{1\to1'} = c_P(T_1 - T_{1'})$

AN : $q_{ch} = 678$ kJ.kg^{-1}

7) On a $\eta = \left|\frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}}\right|$

Pour un moteur, on a $\eta = \frac{-w_{helice}}{q_{ch}}$ le travail utile ici est $w_{helice} < 0$ utilisé pour entrainer l'hélice avec $w_{helice} = w_T + w_c$. on a donc $\eta = \frac{-(w_T + w_c)}{q_{ch}}$ (attention, on a $w_T < 0$).

AN : $\eta = \frac{-(-552 + 252)}{678}$ et donc $\eta_c = 44\%$

Plus de la moitié de l'énergie est "perdue" (i.e. convertie en énergie thermique car les gaz en sortie sont chauds). Le rendement est assez faible mais comparable à un moteur usuel (pour un moteur à essence d'une voiture, on a environ 35-40%).

Partie III : Consommation du groupe turbopropulseur

8) On a $nR = mr$, ce qui donne $r = \frac{R}{M}$. AN : $r = 287$ J.K^{-1}.kg^{-1}.

La loi des gaz parfaits avec des grandeurs massiques s'écrit: $P\,v = r\,T$, soit, en sortie de tuyère, $v = \frac{r\,T_2}{P_2}$ ou pour la masse volumique $\mu = \frac{1}{v} = \frac{P_2}{r\,T_2}$.

AN : $\mu = 0,569$ kg.m^{-3}.

9) Le débit en sortie de tuyère se calcule avec la formule suivante: $\dot{m} = \mu\Sigma||\vec{v_2}|| = \mu\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2||\vec{v_2}||$.

AN : $\mu = 10,6$ kg.s^{-1}.

10) Soit Q l'énergie libérée par la combustion de la masse m_c de carburant et PC son pouvoir calorifique. On a $Q = PC\,m_c$.
Soit $\mathcal{P}_{th} = \dot{m}q_{ch}$ la puissance thermique utilisée par le turbopropulseur. On a $Q = \mathcal{P}_{th}\Delta t = \dot{m}q_{ch}\Delta t$ avec Δt =1 h =3600 s.
Finalement, $m_c = \frac{\mathcal{P}_{th}\Delta t}{PC} = \frac{\dot{m}q_{ch}\Delta t}{PC}$.

AN : $m_c \approx 600$ kg.