

MIRAGES : SOMMES NOUS COMPLÈTEMENT DANS LE FLOU ?



Etudiants :

Timothée DUPONT

Salomon ALLAIS

Armand BURTIN

Timothée LAWANI

Lisa BONNET-MAEDA

Chloé SENEAL

Enseignant-responsable du projet :

Tanguy DAVIN

Cette page est laissée intentionnellement vierge.

Date de remise du rapport : **15/06/2024**

Référence du projet : **STPI/P6/2024 – 046**

Intitulé du projet : **Mirages : sommes nous complètement dans le flou ?**

Type de projet : **expérimental, bibliographique**

Objectifs du projet :

L'objectif de notre projet est de comprendre comment les mirages se forment dans différentes configurations. Nous avons cherché à modéliser le phénomène de gradient de température et à trouver les liens entre ce gradient et la pression atmosphérique. Nous avons ensuite essayé de reproduire expérimentalement le phénomène de mirages.

Mots-clefs du projet : **Mirages, Optique, Thermodynamique et Modélisations**

Si existant, n° cahier de laboratoire associé : **non**

TABLE DES MATIERES

1. Introduction.....	6
2. Méthodologie / Organisation du travail.....	6
3. Qu'est ce qu'un mirage ?.....	7
3.1. Contexte.....	7
3.2. Les différents types de mirages.....	8
3.2.1. Mirages "chauds", inférieurs.....	8
3.2.2. Mirages "froids", supérieurs.....	8
3.2.3. Le Fata Morgana.....	9
3.2.4. La Fata Bromosa.....	9
3.2.5. Mirages d'objets astronomiques:.....	10
4. Approche géométrique	10
4.1. Lois de Snell-Descartes.....	10
4.2. Formule de la distance D : homme-objet.....	11
4.3. Exemple avec une image de mirage.....	12
5. Modélisations.....	13
5.1. Modèle affine.....	13
5.1.1. Loi de Glastone.....	13
5.1.2. Modélisation affine de la température.....	14
5.2. Modèle exponentiel.....	15
6. Expériences.....	19
6.1. La bougie.....	19
6.2. Les glaçons.....	19
6.3. Le laser.....	20
7. Conclusions et perspectives.....	21
8. Bibliographie.....	22

NOTATIONS, ACRONYMES

Unités :

m : masse en g ; n_{mol} : quantité de matière en mol

M : masse molaire en g.mol^{-1} ; P : pression en Pa

V : volume en m^3 ; T : température en K

z : altitude en m ; ρ : masse volumique en kg.m^{-3}

Constantes :

R : constante des gaz parfait = $8,314 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1}$

P_0 : pression atmosphérique au niveau de la mer = 1013,25 hPa

g : constante de pesanteur = $9,81 \text{ m.s}^{-2}$; M_{air} : masse molaire de l'air = 29 g.mol^{-1}

T_0 : température de référence = $15 \text{ }^\circ\text{C}$; P : pression = $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

a : constante du modèle de température = $0,0065 \text{ K.m}^{-1}$;

Loi Eikonale :

s : abscisse curviligne ; r : représente la position spatiale d'un point du rayon

Loi de Gladstone :

n : indice de réfraction du milieu ; k : constante en $\text{m}^3.\text{g}^{-1}$

Formule de la distance D :

h_o : hauteur de l'objet en m ; h_n : hauteur de la caméra en m

i^* : angle limite de réfraction en degrés

1. INTRODUCTION

Nous connaissons tous l'appellation mirage à travers l'exemple bien connu de l'oasis dans le désert. Mais qu'en est-il vraiment ? Que sont les mirages et comment se forment-ils ? Quelle est ou quelles sont les notions de physique se cachant derrière un tel phénomène ? Comment pouvons nous les modéliser ?

Durant tout ce semestre, nous nous sommes donc intéressés à ces questions pour essayer de mieux comprendre le phénomène de mirage. Pour cela, nous avons dû travailler en groupe ce qui nous a permis de nous répartir les tâches et d'explorer plusieurs axes à la fois. L'une des parties les plus enrichissantes de notre projet a d'ailleurs été cette collaboration en équipe qui a apporté une véritable dynamique au sein du groupe.

Ainsi, nous avons pu explorer l'univers de la recherche scientifique, pour nous approprier les notions théoriques liées au phénomène de mirage. Nous nous sommes aussi penchés sur l'aspect modélisation qui a notamment mis à l'épreuve notre esprit critique. Enfin, nous avons cherché à reproduire, à notre échelle, des mirages à travers plusieurs expériences qui se sont soldées par des résultats nous permettant de valider, ou non, nos résultats et de mieux appréhender ce phénomène optique intrigant.

2. MÉTHODOLOGIE / ORGANISATION DU TRAVAIL

Lors des premières séances, nous avons d'abord effectué des recherches générales sur internet afin de nous approprier notre sujet. Nous avons alors pris connaissance des grandes lignes qui composent notre projet et peu à peu nous savions ce que chacun souhaitait développer. C'est de cette manière que nous nous sommes répartis les sous-parties. De plus, certains d'entre nous se sont mis par binôme pour les parties nécessitant plus de travail et pour pouvoir comparer et discuter des résultats obtenus.

Dès le départ, nous savions que des expériences seraient intéressantes à réaliser afin de comprendre concrètement certaines notions de notre projet. Cependant, nous avons préféré nous consacrer chacun sur des parties théoriques puis nous occuper des expériences tous ensemble lors des dernières séances. Cette répartition a permis à tous de participer à la fois à la théorie et à la pratique. De ce fait, nous avons pu mettre en commun toutes les connaissances obtenues théoriquement puis les appliquer dans la partie expérimentale.

Enfin, les dernières séances de notre projet étaient consacrées à la rédaction de notre rapport, la réalisation du diaporama de la soutenance orale et le contenu du poster. Nous avons également relu et discuté de certaines parties afin de clarifier certains points et même revérifier certains résultats.



Organigramme des tâches réalisées et des étudiants concernés :

3. QU'EST CE QU'UN MIRAGE ?

3.1. Contexte

Le phénomène de mirages a pu être observé et décrit par les hommes depuis les premiers écrits antiques. Cependant, le manque de connaissances scientifiques a amené ces phénomènes à rester assez inexpliqués, ce qui a laissé place à de nombreuses interprétations.

Les premières observations de mirages semblent remonter à l'an -350, lorsqu'Aristote mentionne dans *Meteorologica* qu'il arrive que des promontoires paraissent anormalement grands dans certaines circonstances météorologiques et que le vent du sud-est fasse grossir les astres lors de leur coucher ou leur lever. Pour lui, ces phénomènes seraient dû à la réfraction de la lumière par l'air chaud, porté par le sirocco, un vent du sud-est.

Au Moyen Âge le phénomène de mirages a été rapporté pour la première fois, par des croisés qui, naviguant sur la mer Méditerranée, affirmaient avoir aperçu de fantastiques châteaux se refléter dans la brume. Ils appelèrent ce phénomène Fata Morgana en référence à la fée Morgane qui, d'après la légende arthurienne, avait le pouvoir d'élever des palais au-dessus des flots et d'agir sur le vent.

En 1799, Gaspard Monge consacre une partie de son récit de la campagne d'Égypte mené par Napoléon Bonaparte à discuter des mirages qu'il a pu observer dans le désert. Il décrit alors de manière qualitative et avec une approche assez juste le phénomène du mirage, c'est-à-dire, non plus comme Aristote — de la réfraction dans de l'air densifié par de la vapeur d'eau — mais comme un phénomène de réfraction dans de l'air densifié par la température, avec une réflexion totale faisant que les rayons suivent une courbe. La notion d'illusions d'optiques et non plus d'hallucinations est désormais envisagée.

Bien que le phénomène soit aujourd'hui parfaitement connu et expliqué, les mirages sont encore utilisés dans de nombreux ouvrages ou films comme dans la bande dessinée Tintin où plusieurs gags tournent autour des phénomènes de mirages.

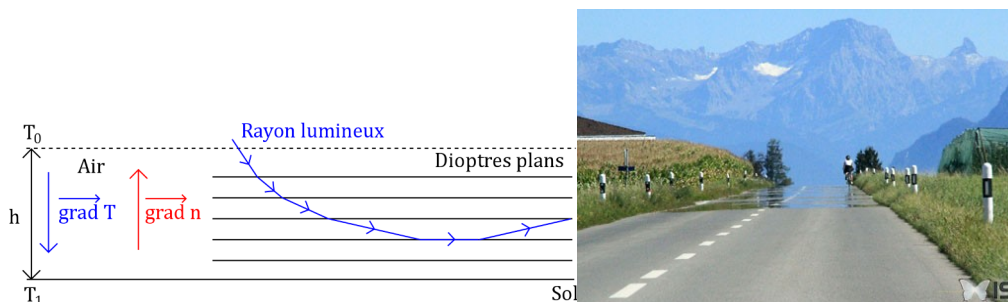


Extraits de Tintin au Pays de l'Or noir

3.2. Les différents types de mirages

3.2.1. Mirages "chauds", inférieurs

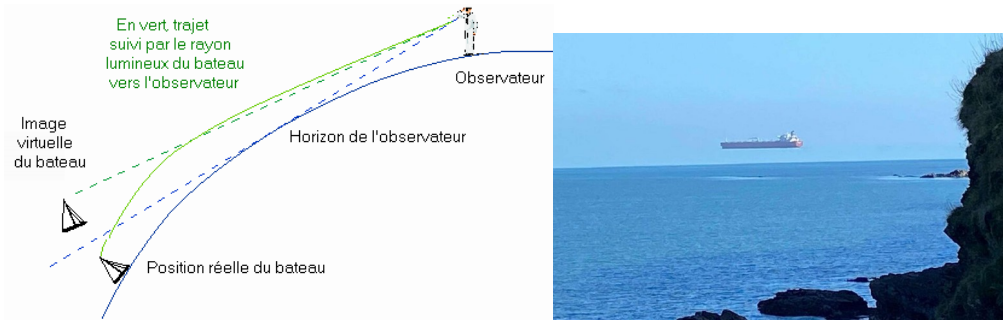
Le mirage inférieur est un phénomène produit par le réchauffement du sol puis de l'air au ras du sol, par les rayons solaires lorsque l'observation se fait sur une surface plane et une distance importante. Il y a, dans ces conditions, une forte différence de température entre l'air froid, plus dense que l'air chaud et qui descend vers le sol, et l'air réchauffé par le sol, qui monte. Les différentes couches de l'atmosphère forment alors un gradient d'indice de température qui évolue dans le sens opposé à l'indice de réfraction de la lumière qui, ici, augmente au fur et à mesure qu'on s'éloigne du sol. Grâce à cela, les rayons se courbent vers le haut et on observe un phénomène de mirage. En réalité, les rayons provenant de l'objet se dirigent progressivement vers le sol par réfraction jusqu'à un angle limite et ils sont alors réfléchis : c'est la réflexion totale. L'œil humain va ainsi recevoir certains rayons et, comme nous avons l'habitude d'observer des objets dans un milieu homogène (où les rayons se propagent en ligne droite), ces rayons semblent provenir du sol. L'image apparaît donc en dessous de l'objet réel, d'où le nom de mirage inférieur.



Exemple de mirages inférieurs

3.2.2. Mirages "froids", supérieurs

Pour ce type de mirages c'est l'inverse: la température près du sol est plus basse que celle des couches plus élevées dans l'atmosphère, l'air y est plus dense et l'indice de réfraction plus élevé. Ces conditions entraînent la formation d'un gradient thermique positif et d'un gradient d'indice négatif. Ainsi, les rayons lumineux se courbent vers le bas et l'observateur voit l'image de l'objet au-dessus de sa position réelle; d'où le nom de mirage supérieur.



Exemple de mirages supérieurs

3.2.3. *Le Fata Morgana*

Des conditions particulières, et donc plutôt rares, sont nécessaires pour qu'une Fata Morgana soit perceptible : il faut que des couches d'air chaud et des couches d'air froid se superposent, entraînant une succession de mirages supérieurs et de mirages inférieurs. Les images qui parviennent à l'œil de l'observateur sont ainsi amplifiées et déformées de manière spectaculaire et celui-ci peut alors apercevoir des objets ou paysages illusoires situés sur l'horizon, voire plus loin.



Exemples de Fata Morgana

3.2.4. *La Fata Bromosa*

Il est comparable au Fata Morgana, il apparaît en général comme une image plate et uniforme. Il est composé de parties sombres et brillantes dues à la distribution des rayons lumineux qui s'effectuent de manière plus forte dans les zones au-dessus et au-dessous de l'image. On obtient ainsi une image floue et très brillante qui nous donne l'impression de l'existence d'un brouillard aux bords lumineux qui plane juste au-dessus de la mer ou d'une surface enneigée.

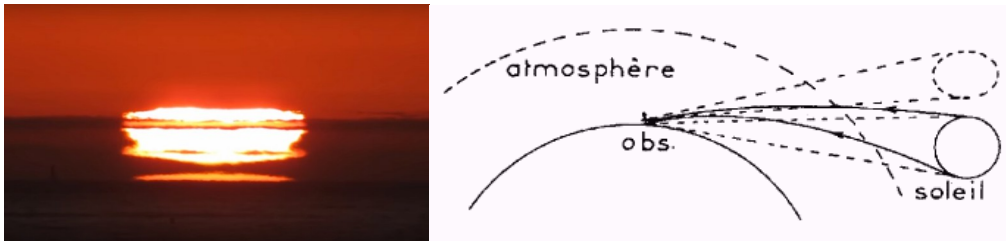


Fata Bromosa au Groenland

3.2.5. *Mirages d'objets astronomiques:*

Un mirage d'objets astronomiques, tels que le Soleil ou la Lune et parfois les planètes peut produire des images déformées ou multipliées de ces objets. Indépendamment des fluctuations dues aux variations de température, il existe une variation d'ensemble de la densité de l'air avec l'altitude, liée à la diminution de pression. En effet, plus on s'élève en altitude, plus la pression et la densité de l'air diminuent. Le gradient d'indice qui en résulte est donc dirigé vers le bas, mais il est d'autant moins prononcé que l'altitude est plus élevée. Donc lorsqu'ils pénètrent dans l'atmosphère les rayons lumineux se courbent vers le sol et modifient la position apparente des astres, qui paraissent relevés sur l'horizon à l'observateur terrestre. C'est le phénomène de réfraction atmosphérique. Il en résulte une erreur dans le relevé de la position angulaire d'un astre, et il est donc nécessaire d'apporter des corrections aux mesures astronomiques.

L'effet Novaya Zemlya (Nouvelle-Zemble) correspond à la visibilité prématurée du Soleil à la fin de la nuit de l'hiver polaire. La lumière est déviée le long de la courbure de la Terre sur une grande distance et l'on observe, au-dessus de la ligne d'horizon, un Soleil déformé aux formes carrées ou linéaires, alors que l'astre se trouve en réalité sous l'horizon.



Exemple de mirages astronomiques

4. APPROCHE GÉOMÉTRIQUE

4.1. Lois de Snell-Descartes

- Lois sur la réflexion de la lumière :

Snell-Descartes annonce que l'angle du rayon incident par rapport à la normale θ_1 est égal en valeur absolue à l'angle du rayon réfléchi par rapport à la normale θ_2 . De plus, ces rayons sont contenus dans le même plan. Nous obtenons la formule suivante : $\theta_1 = -\theta_2$

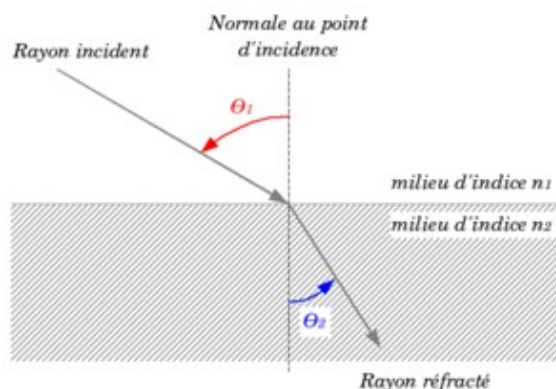


Schéma de la réflexion de la lumière

- Lois de réfraction de la lumière :

D'après Snell-Descartes, la relation liant l'angle d'incidence θ_1 du milieu d'indice de réfraction n_1 et l'angle réfracté θ_2 du milieu d'indice n_2 est la suivante : $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$

On dit qu'il y a réflexion totale lorsque $n_1 > n_2$. On a alors l'angle $\theta_2 = 90^\circ$ et l'angle limite vaut

$$\text{donc : } \theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Dans le cadre de notre projet, nous nous sommes demandés s'il n'était pas mieux de prendre plus de 2 milieux différents. En effet, un milieu est caractérisé par son indice de réfraction qui lui même dépend de la température du milieu d'après la loi de Gladstone énoncée précédemment. La température augmente lorsque l'on se rapproche du sol et donc le milieu de réfraction diminue.

Prenons par exemple 4 milieux avec 4 indices de réfraction différents. L'objectif est de savoir si la valeur de l'indice de l'angle réfracté diffère si l'on prend 2 ou 4 milieux différents. D'après la loi de réfraction de Snell-Descartes énoncé précédemment, nous pouvons affirmer la relation suivante : $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) = n_3 \sin(\theta_3) = n_4 \sin(\theta_4)$

Il y a donc une relation directe en l'angle incident θ_1 et l'angle réfracté θ_4 :

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_4}{n_1} \sin(\theta_4)\right)$$

Cette égalité montre alors qu'il n'est pas nécessaire de prendre en compte autant de milieux avec beaucoup d'indices de réfractions différents et que deux milieux suffisent pour déterminer par la suite l'angle de réflexion totale qui se produit sur le sol.

Voici un exemple permettant d'appuyer les propos ci-dessus :

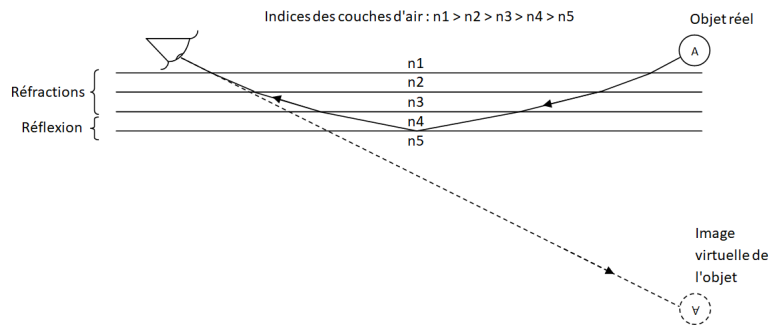


Schéma d'un mirage inférieur

D'après la loi de Snell-Descartes : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$. Pour une température entre 25 et 35 °C , on trouve $i_1 = i_{\text{lim}} = 89,76^\circ$ pour avoir une réflexion totale et donc un mirage.

Pour cette même différence de température mais sur 4 milieux d'indices de réfractions différents (n_1 à 25°, n_2 à 28°, n_3 à 31° et n_4 à 35°) on trouve $i_{\text{lim}} = 89,8597^\circ$ et $i_1 = 89,73^\circ$. On considérera les résultats des deux expériences égaux du fait d'arrondis successifs. Les deux angles sont alors égaux, que l'on prenne en compte 2 ou 4 milieux d'indices de réfraction différents.

4.2. Formule de la distance D : homme-objet

En nous basant sur le schéma ci-dessus et en utilisant la trigonométrie, nous allons pouvoir exprimer la distance totale entre l'objet réel et les yeux de la personne voyant le mirage. En effet, nous pouvons diviser ce schéma en deux parties: celle de gauche avec le triangle rectangle de hauteur de l'objet h_o et la partie de droite avec un triangle rectangle de hauteur de l'homme h_h . Comme indiqué sur le schéma, ces deux triangles ont un angle de $(90-i^*)$ et le côté horizontal est aligné. C'est ici qu'intervient la trigonométrie. Sur chaque triangle, nous allons appliquer la formule des « cah soh toa » pour obtenir la longueur du côté horizontal. Nous avons donc pour le triangle de gauche, $\tan(90-i^*) = \frac{h_o}{AB}$ donc

$$AB = \frac{h_o}{\tan(90-i^*)}. \text{ De même, pour le triangle de droite, nous obtenons } BC = \frac{h_h}{\tan(90-i^*)}.$$

Notre objectif étant de trouver une formule qui exprime la distance totale D , nous pouvons sommer ces deux distances puisque A, B et C sont alignés. Nous obtenons au final, cette formule: $D = \frac{h_o + h_h}{\tan(90-i^*)}$

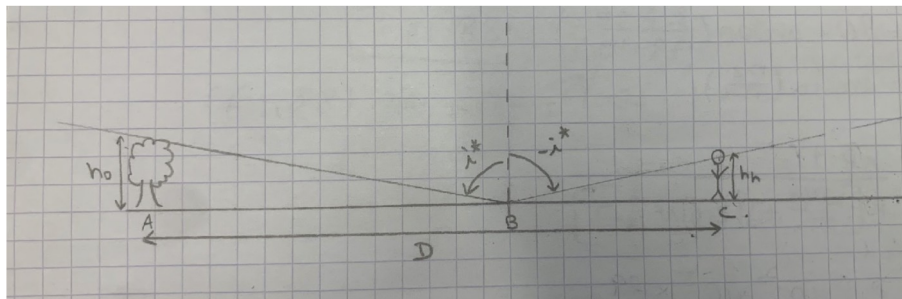


Schéma de la situation

Nous avons donc maintenant une expression mettant en relation la distance entre l'observateur et l'objet, leur hauteur respective, et l'angle d'incidence des rayons lumineux. Nous pouvons maintenant mettre en lien les éléments de la relation de Gladstone avec la distance D et les hauteurs h_o et h_h , en utilisant la formule: $i^* = \sin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$

4.3. Exemple avec une image de mirage



Photo d'un mirage sur la route

Nous allons maintenant exploiter cette magnifique photo prise par notre encadrant M.Davin illustrant un mirage sur la route. En utilisant la photo en annexe correspondant au

grand angle de celle-ci, nous allons pouvoir faire des estimations pour mettre en œuvre nos équations, en ayant comme données la température extérieure $T_1=21^\circ\text{C}$, la hauteur de l'observateur $h_h=1,1$ m et la hauteur de l'objet h_o que nous estimons à 1,1m également, car seul le bas de la voiture, c'est à dire du sol au logo, est réfracté.

Nous allons d'abord estimer la distance entre l'observateur (dans la voiture) et le mirage, ici observé au niveau de la voiture blanche au fond de la photo. Pour cela, nous allons compter le nombre de traits marqués au sol, sachant qu'une paire contenant un trait blanc et un espace vide correspond à 13m de longueur (10m de trait et 3m de vide). Nous avons donc fait une estimation de 28 paires entre l'observateur et le mirage, ce qui nous fait une distance de $28 \times 13 = 364$ m. En utilisant notre formule de la distance D , nous pouvons en

déduire l'angle limite: $i^* = 90 - \arctan\left(\frac{h_o + h_h}{D}\right) = 89,65^\circ$

Nous allons ensuite exploiter la formule de Gladstone pour la température ambiante T_1 et la température à la surface de la route T_2 , pour ensuite mettre cela en lien avec l'angle

limite. Nous obtenons donc une formule assez encombrante:
$$T_2 = \frac{kP_2M_2}{R \sin(i^*) \left(\frac{kPM_{air}}{RT_1 + 1}\right) - R}$$

Nous obtenons donc un résultat cohérent de **$T_2=312\text{K}$ soit $39,2^\circ\text{C}$** , qui correspond à la température du goudron.

5. MODÉLISATIONS

Dans toute cette partie, nous allons étudier le phénomène de mirage "chaud" inférieur à travers deux modèles: le modèle affine et le modèle exponentiel. Pour cela, nous allons étudier une situation propice à la formation d'un tel type de mirage, soit s'intéresser à la variation de température proche d'une surface en béton dont la température est de 50°C . On considérera aussi que la température de l'air à 1 mètre de cette surface est de 35°C et de 30°C à 10 mètres. Les modèles affines et exponentiels sont donc des modèles qui étudieront les variations de température en fonction de l'altitude. Dans toute cette partie (modèle affine et modèle exponentiel), nous utiliserons donc ces conditions initiales de température pour raisonner et déterminer quel modèle semble le mieux modéliser le phénomène de mirage "chaud" inférieur.

5.1. Modèle affine

5.1.1. Loi de Gladstone

Nous avons vu précédemment que les mirages sont dus à un gradient de température. Nous avons donc, dans cette partie, déterminé un modèle permettant de relier l'indice de réfraction à la température.

Pour cela nous partons de la loi de Gladstone: $n - 1 = k \rho$

Nous avons ensuite fait l'hypothèse que l'air se comporte comme un gaz parfait. Cela

nous permet alors d'écrire: $m = n_{mol} M_{air} = \frac{PV}{M_{air}RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM_{air}}{RT}$

En reliant la loi de Gladstone avec la relation précédente on obtient :

$$n-1 = \frac{kPM_{air}}{RT} \Rightarrow n = k \left(\frac{PM_{air}}{RT} \right) + 1$$

Nous avons ensuite déterminé la constante k ce qui nous conduira directement à la loi liant l'indice de réfraction et la température. Pour cela nous avons utilisé la formule suivante : $k = (n-1) \frac{RT}{PM_{air}}$ à l'aide des valeurs théoriques de l'indice de réfraction pour une température donnée.

Nous avons également fait l'hypothèse que l'air a exactement la même composition en tout point de l'espace ce qui conduit à dire que la masse molaire de l'air est constante.

température	indice de réfraction	k	
253,15	1,00031489	2,26E-07	
263,15	1,000302844	2,25E-07	
273,15	1,000291647	2,25E-07	
283,15	1,000281196	2,25E-07	
293,15	1,000271373	2,25E-07	
	<u>kmoyen</u>	2,25E-07 en m ³ /g	

Tableau pour déterminer la constante k de la loi de Gladstone

On trouve alors une valeur de $k=2,25 \cdot 10^{-7}$ en $\frac{m^3}{g}$

5.1.2. Modélisation affine de la température

Nous avons fait l'hypothèse, dans cette partie, que la température suivait un modèle affine lorsque l'altitude variait, c'est-à-dire que l'on peut écrire la température sous la forme $T(z) = T_0 - az$ avec a une constante positive et z l'altitude en mètre.

Afin de regarder si ce modèle est cohérent avec la réalité, nous avons exprimé la pression en fonction de l'altitude.

Pour ceci nous sommes partis de la relation suivante : $\frac{dP}{dz} = -pg$

Nous avons également fait l'hypothèse que l'air se comporte comme un gaz parfait :

$$\rho = \frac{PM_{air}}{RT}$$

$$\text{On obtient alors } \frac{dP(z)}{dz} = \frac{-P(z)M_{air}}{R(T_0 - az)}g \Leftrightarrow \left(\frac{dP(z)}{dz} \right) + \frac{P(z)M_{air}}{R(T_0 - az)}g = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dP(z)}{P(z)} = - \frac{M_{air}g dz}{R(T_0 - az)}$$

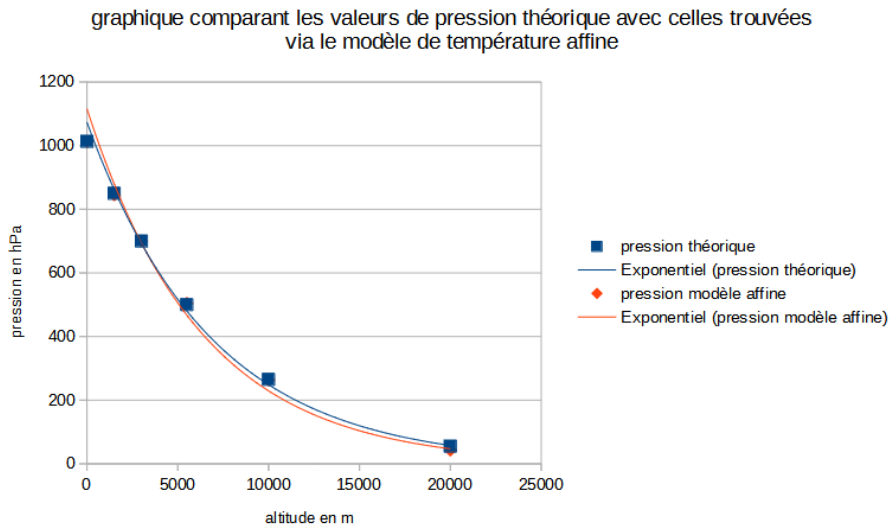
$$\Leftrightarrow \int_0^z \frac{dP(z)}{P(z)} = - \frac{M_{air}g}{R} \int_0^z \frac{dz}{T_0 - az}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{P(z)}{P_0}\right) = \frac{M_{air} g}{R a} \ln\left(\frac{T_0 - a z}{T_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow P(z) = P_0 \left(\frac{T_0 - a z}{T_0}\right)^{\frac{M_{air} g}{R a}}$$

$$\Leftrightarrow P(z) = P_0 \left(1 - \frac{a z}{T_0}\right)^{\frac{M_{air} g}{R a}}$$

On obtient alors le graphique suivant:



Graphe 1 : graphique comparant les valeurs de pression théorique avec celles trouvées via le modèle de température affine

Ce graphique nous permet de dire que le modèle affine de température est cohérent pour représenter la pression et donc que la température peut être modélisée par un modèle affine. Cependant pour pouvoir obtenir un mirage il nous faut au minimum un fort gradient de température de l'ordre de 2°C/m. Or selon notre modèle de température de la forme $T(z) = 288 + 0,0065 z$, le gradient est seulement de 0,0065 C°/m. Ainsi même si le modèle affine est cohérent pour caractériser la température dans un cas général, il ne l'est pas du tout en ce qui concerne le cas spécifique des mirages.

Ainsi un modèle exponentiel pourrait peut être mieux représenter ce phénomène.

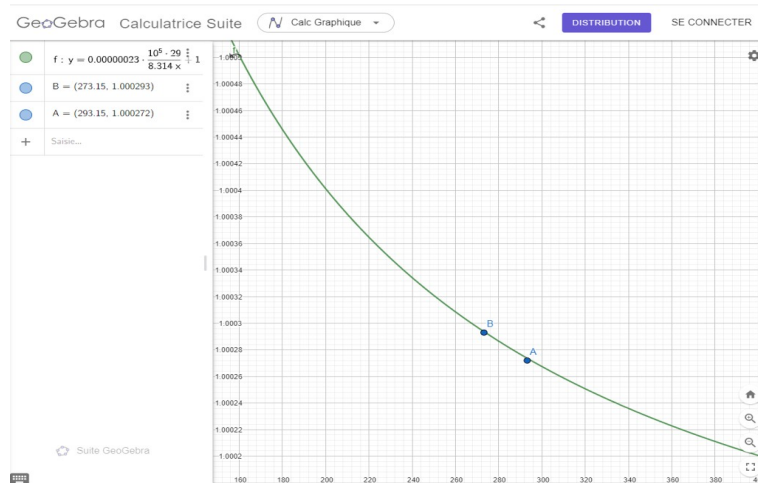
5.2. Modèle exponentiel

Dans cette partie, nous avons considéré que la variation de température lorsque l'altitude varie est plutôt décrite selon une fonction exponentielle. L'idée est donc de vérifier la cohérence de ce modèle dans le cadre de la situation décrite ci-dessus.

En gardant cela en tête, nous sommes partis de la loi de Gladstone dans l'approximation d'un gaz parfait: $n - 1 = k \rho$. Or on sait que $\rho = \frac{m}{V}$

Grâce au même raisonnement que dans la partie affine et aux mêmes hypothèses, on retrouve de nouveau la formule suivante : $n = k \left(\frac{P M_{air}}{R T}\right) + 1$

On peut donc utiliser cette formule pour en tracer une courbe qui nous permettra de déterminer k.



Graph 2 : courbe de l'indice de réfraction n en fonction de la température T en Kelvin

Nous nous plaçons lors de cette modélisation dans le cas d'un mirage inférieur, soit les mirages les plus communs, comme ceux qu'on peut voir sur l'asphalte l'été, ou dans le désert occasionnellement.

Nous posons P à pression atmosphérique pour tracer cette courbe. Ce qui nous permet d'obtenir ainsi une estimation de $k=2,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \cdot \text{g}^{-1}$.

Nous avons fait ce choix pour simplifier les calculs en sachant que dans notre problème, les variations de température selon x et y sont négligeables par rapport à celle selon l'altitude z (ce qui tient plutôt bien compte de la réalité). On remarque ici que la température ne dépend que de l'altitude z.

Nous avons donc cherché à déterminer la constante k. Pour cela, nous avons tracé la courbe de n (y sur le graphique) en fonction de T la température en ajustant le coefficient k' pour que la courbe passe par deux points connus. En effet, les points B et A correspondent respectivement à l'indice de réfraction de l'air à 0°C et 20°C.

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'équation Eikonale qui est l'équation fondamentale régissant le trajet de la lumière dans un milieu. De celle-ci, on déduit l'équation générale d'un rayon lumineux dans un milieu d'indice n: $\frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) = \vec{\nabla}_n$

Cette équation est donc intéressante pour ce qu'elle décrit mais le terme de gauche n'est pas facile à calculer dans notre cas. On va donc se concentrer sur le terme de droite qui est plus abordable et qu'on va simplifier en supposant que la variation de l'indice de réfraction n ne dépend que de l'altitude z. On trouve alors :

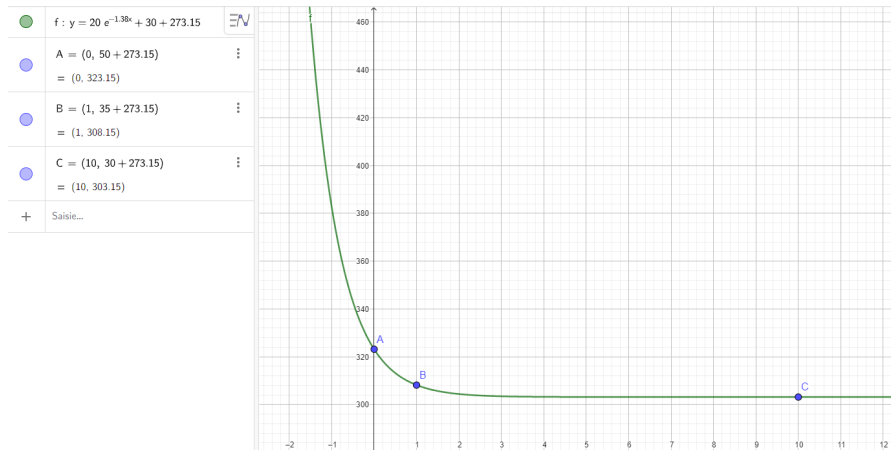
$$\text{Grad}(n) = \frac{dn}{dz}$$

Or en dérivant l'expression précédente que nous avons déterminé de l'indice de réfraction, on obtient:

$$\text{Grad}(n) = \frac{dn}{dz} = \frac{-T'(z)kPM_{air}}{RT^2}$$

Ayant déjà déterminé k précédemment, il ne nous reste plus qu'à déterminer la température T(z) pour pouvoir calculer Grad(n) et donc l'équation générale d'un rayon lumineux. Or dans cette partie, après avoir étudié un modèle affine, nous considérons cette

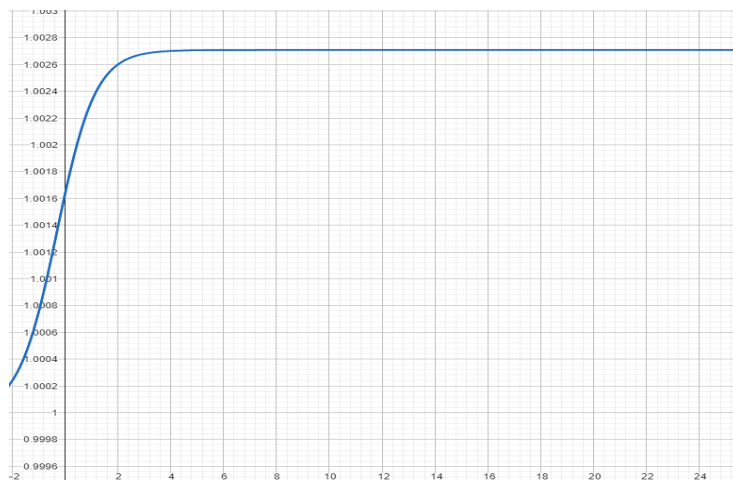
fois-ci que la température évolue de manière inversement exponentielle en fonction de l'altitude. Les variations de température proche du béton seront donc très grandes et seront donc de plus en plus faibles à mesure qu'on s'éloigne du béton (l'altitude augmente). Pour déterminer le plus précisément possible notre fonction Température, nous avons utilisé la même méthode que précédemment pour trouver k qui consiste à ajuster les coefficients pour que notre fonction coïncide avec des points réels. On trouve alors :



Graoh 3 : courbe de la température T en Kelvin en fonction de l'altitude z

Pour rappel, nous sommes toujours dans le cadre de l'étude de la variation de température proche d'une surface en béton à 50°C. Le point A correspondant à une température de 50°C au niveau du béton (0m d'altitude) et ainsi de suite. (À noter qu'ici l'altitude est représentée par la coordonnée x). On remarquera également que notre modèle n'est valable que pour des altitudes raisonnables (entre 0 et 50m) puisque notre fonction est asymptotique à une droite d'équation $y=30$ ce qui ne tient évidemment pas compte de la réalité en haute altitude où la température est plus basse.

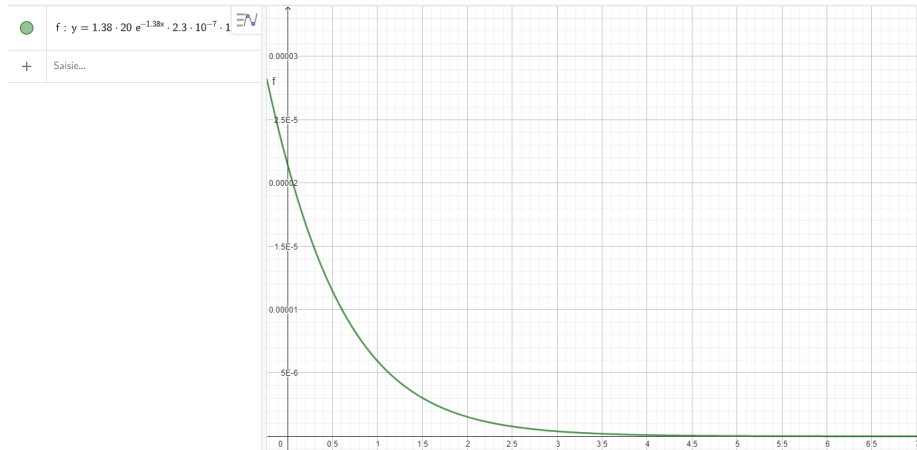
On peut d'ailleurs tracer la fonction n avant de tracer celle de Grad(n) pour vérifier la cohérence de nos résultats. On la trace avec la formule que nous avons trouvé plus haut, soit: $n = \left(\frac{kPM_{air}}{RT(z)}\right) + 1$ mais cette fois-ci en fonction de l'altitude z. Cela nous donne la courbe suivante:



Graphe 4 : courbe de l'indice de réfraction de l'air n en fonction de l'altitude z

On remarque que l'allure de la courbe de n en fonction de l'altitude z est croissante. Cela est cohérent avec la première courbe de n que nous avons tracée en fonction de la température T qui était décroissante. En effet, quand l'altitude z augmente, la température diminue. C'est bien ce qu'illustre ces deux courbes de n aux allures différentes (une croissante et l'autre décroissante). Nous avons ensuite cherché à analyser les variations de n , données par son gradient, ce qui nous intéresse dans le cadre de l'interprétation de l'équation Eikonale.

Cela nous donne la courbe suivante :



Graph 5 : courbe de Grad(n) en fonction de l'altitude z

On en comprend que le gradient de l'indice de réfraction n est décroissant sur les réels positifs (une altitude négative n'est pas cohérente ou intéressante dans notre cas), ce qui veut dire que n varie d'abord beaucoup aux abords de 0, puis se stabilise graduellement au fur et à mesure que l'altitude z augmente.

Ce résultat confirme le modèle général d'un mirage, qui est causé par une variation forte de l'indice de réfraction (d'un milieu proche du sol) sur une variation d'altitude relativement faible.

Ainsi, la lumière passant par ces différentes couches d'air avec différents indices de réfraction est continuellement réfractée. Dans notre cas, la lumière sera donc courbée vers le haut ce qui créera bien un mirage "chaud" inférieur.

D'après les résultats obtenus dans cette partie, le modèle exponentiel semble donc être cohérent pour modéliser l'évolution de la température en fonction de l'altitude puisqu'il rend bien compte du phénomène de mirage.

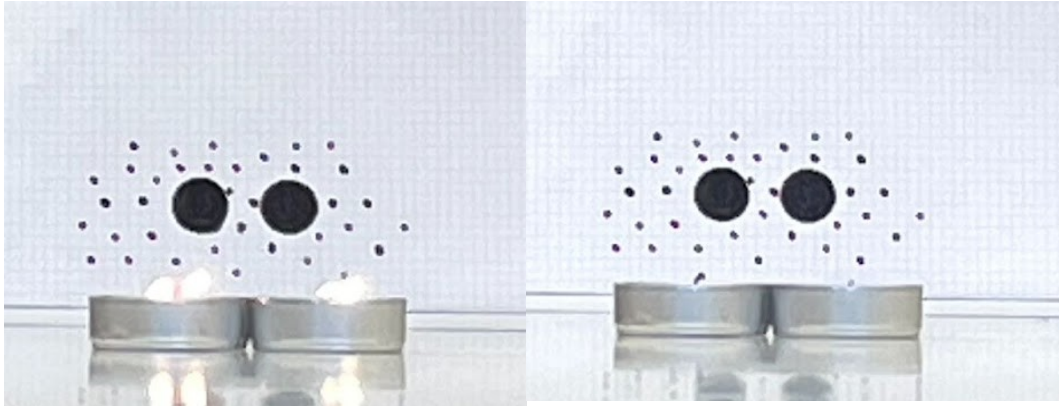
Conclusion générale de la partie modélisation:

A travers cette partie, nous avons pu explorer deux modèles différents pour aborder le phénomène de mirage. A première vue, le modèle affine semble intéressant puisqu'il permet de modéliser avec précision la variation de la pression en fonction de l'altitude. Pourtant, pour modéliser le phénomène de mirage, le modèle affine ne permet pas d'obtenir un fort gradient, élément nécessaire à la formation d'un mirage. Ce modèle n'est donc pas le plus pertinent dans notre cas. Pour ce qui est du modèle exponentielle, tous les résultats semblent cohérent ce qui peut nous permettre d'affirmer que ce modèle est le plus propice pour les mirages.

6. EXPÉRIENCES

6.1. La bougie

Le but de cette manipulation était d'observer un mirage avec le matériel mis à disposition dans la salle et surtout à petite distance contrairement aux mirages sur la route ou la mer que nous avons l'habitude de voir.



Dispositif expérimental de l'observation d'un mirage avec des bougies

Comme l'indiquent les photos ci-dessus, nous avons utilisé deux bougies et une feuille blanche sur laquelle nous avons dessiné quelques motifs. Nous avons testé différents dessins de tailles variables (cercles, lignes horizontales et verticales, ronds, ...) afin de trouver le dispositif le plus pertinent.

Nous avons également relevé quelques distances qui nous serviront par la suite à tester une formule trouvée précédemment. Nous avons alors les données suivantes : distance entre le sol et le bas des gros ronds noirs $h_{\text{rond}}=3,5$ cm , hauteur de l'objectif $h_{\text{camera}}=6$ cm, distance caméra-bougie $d_{\text{c-b}}=179$ cm, distance bougie feuille $d_{\text{b-f}}=118,5$ cm et $T_{\text{salle}}=19^{\circ}\text{C}$.

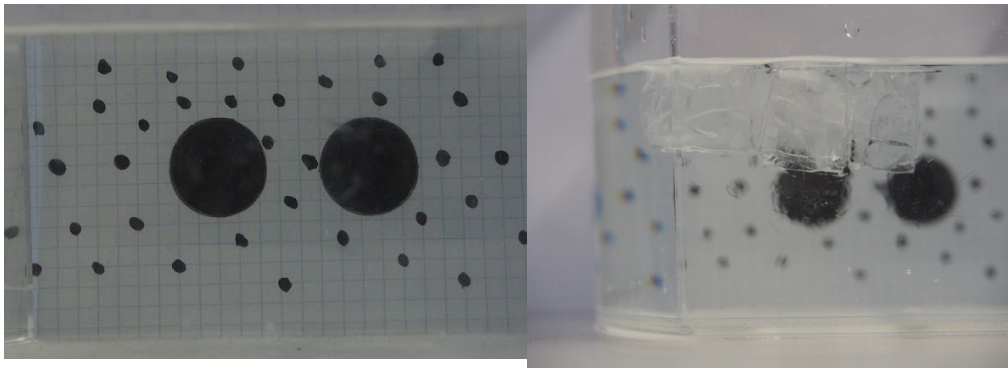
Nous observons alors une déformation du plus grand rond noir de gauche, comme nous le montrent les photos ci-dessus. Cette déformation est due à la différence de température créée par la bougie.

Il n'est cependant pas possible d'appliquer les formules trouvées précédemment puisque la bougie n'est pas compatible avec notre modélisation d'un mirage. En effet, la variation de température autour de la bougie peut être comparée à un oignon, lorsqu'on se rapproche de la flamme, la température augmente et inversement quand on s'en éloigne. Les mirages étudiés depuis le début présentent un gradient vertical de température alors que celui de la bougie n'est pas seulement vertical.

6.2. Les glaçons

Le but de cette deuxième expérience était à nouveau de reproduire un mirage avec peu de matériel. Nous avons cette fois-ci utilisé un milieu plutôt chaud (de l'eau à 25°) et un objet froid (des glaçons). On crée ainsi une grande variation de température sous les glaçons qui se traduit donc par une grande variation de l'indice de réfraction. On retrouve donc des conditions propices à la formation d'un mirage ce qui se traduit sur l'image ci-dessous par ce flou typique des mirages.

Quand on pense aux mirages, l'image qui nous vient à l'esprit est celle du mirage de l'eau qu'on retrouve dans un désert, soit dans des conditions de hautes chaleurs. Ainsi, cette expérience nous montre bien que ce qui importe à la formation d'un mirage c'est bel et bien la variation de température et non la température du milieu en tant que tel.



Dispositif expérimental de l'observation d'un mirage avec des glaçons

6.3. Le laser

Dans cette dernière expérience, nous avons cherché à mettre en évidence le phénomène de déviation des rayons (du à la réfraction) qui est à l'origine des mirages.

Pour cela, nous nous sommes munis d'une cuve que nous avons remplie d'eau ainsi que d'un laser pour représenter le rayon. Nous nous sommes placé dans le noir pour visualiser ce laser mais cela n'a pas suffi. Nous avons donc ajouté du lait dans la cuve ce qui nous a permis cette fois-ci de visualiser la trajectoire du rayon sans problème. Pour que ce rayon soit dévié, il faut qu'il y ait une variation de l'indice de réfraction dans le milieu. Pour cela, nous avons ajouté du sel qui va en partie s'accumuler dans le fond de la cuve et va venir modifier l'indice de réfraction dans la couche du fond. Ainsi, plus on s'éloignera du fond de la cuve et plus l'indice de réfraction sera proche de 1 (car moins de sel). On s'attend donc à voir un rayon courbé vers le bas, formant une courbe concave. Pourtant, en regardant l'image, on visualise seulement une légère déviation dans la trajectoire du rayon qui est difficilement perceptible.

On peut expliquer ce résultat notamment par la taille de la cuve qui mesurait environ 40 cm en longueur ce qui n'est pas assez long pour que l'on puisse visualiser un changement de trajectoire significatif. On peut également expliquer le résultat de cette expérience par un manque de sel qui n'a pas modifié de manière significative l'indice de réfraction, et donc la trajectoire du rayon.



Image du laser dans la cuve

7. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Après avoir effectué des recherches sur l'origine scientifique des mirages et leurs différents types, nous avons compris que cela est dû au changement d'indice de réfraction assez rapide dans le milieu que nous observons.

Nous avons tout d'abord effectué une approche géométrique. En nous basant sur nos connaissances acquises en cours de P4-1 (optique géométrique), nous avons schématisé la situation d'un mirage inférieur. En utilisant les lois de Snell-Descartes et de l'angle limite, nous avons schématisé le parcours des rayons lumineux entre l'objet et l'observateur. Puis, la trigonométrie nous a permis d'estimer les différentes distances, notamment la distance entre l'objet et l'observateur. Ensuite, nous avons étudié une photo de mirage pour retrouver des valeurs grâce à l'application de nos formules obtenues précédemment.

Nous avons ensuite essayé de modéliser ce phénomène par deux différents axes, en utilisant notamment la loi de Gladstone. D'abord avec un modèle affine, où nous avons fait l'hypothèse que l'air se comporte comme un gaz parfait. Nous avons pu en déduire une relation entre l'indice de réfraction, la pression et la température de l'air. Ce modèle était cohérent avec la réalité mais pas pour les températures trop élevées (ou trop basses) donc nous n'avons pas pu l'utiliser lors de notre projet. Nous avons donc changé d'approche en essayant d'utiliser un modèle exponentiel. En nous basant sur la loi Eikonale, nous pouvons tracer des courbes de la température, de l'indice de réfraction et de son gradient, le tout en fonction de l'altitude z . Nous avons alors déduit que la lumière passant dans ces différentes couches d'air était déviée et que nous observions bien un mirage inférieur.

Pour finir, nous avons essayé de mettre en œuvre ces nouvelles connaissances pour former des "mirages" nous même avec le matériel disponible. Nous avons donc eu trois idées: les bougies, les glaçons dans de l'eau tiède, et le rayon laser à travers une cuve d'eau. Pour ces trois expériences, nous avons positionné une feuille avec des motifs pour pouvoir observer de nos propres yeux ces images modifiées par la réfraction des rayons lumineux.

En conclusion, ce projet nous a permis de nous intéresser scientifiquement à un phénomène que nous avons tous déjà vu dans notre vie: un mirage. C'est une illusion d'optique assez courante, observable dans le monde entier même s'ils font souvent penser au désert et aux oasis. Le travail a été partagé équitablement entre tous les membres de l'équipe, et la communication nous a permis de rester efficace dans nos tâches personnelles tout en maintenant l'esprit d'équipe en tête. Nous nous sommes organisés en sous-groupes qui se sont spécialisés, pour aborder tous les domaines nécessaires.

En tant qu'ingénieur, travailler en équipe fera partie de notre quotidien après nos études. En plus d'avoir des connaissances scientifiques, nous devons donc avoir des compétences à communiquer avec nos coéquipiers, et à être explicite lors de nos explications. Ce projet nous a permis de nous familiariser avec cette notion; qui nous servira tout au long de notre vie.

8. BIBLIOGRAPHIE

- [1] Document sur la loi de Gladstone : [Loi de Gladstone — Wikipédia \(wikipedia.org\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Gladstone) (valide à la date du 14/06/2024)
- [2] Document de l'Atlas internationale des nuages sur les mirages : <https://cloudatlas.wmo.int/fr/mirage.html> (valide à la date du 14/06/2024)
- [3] Document d'étude des mirages : <https://tpemirages.weebly.com/explication-diffeacuterents-mirages.html> (valide à la date du 14/06/2024)
- [4] Document sur la loi Eikonale : https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_eikonale#Position_du_prob%C3%A8me (valide à la date du 14/06/2024)
- [5] Cours d'optique géométrique : https://www.chireux.fr/mp/cours/Polys/optique_geometrique%202.pdf (valide à la date du 14/06/2024)
- [6] Article sur l'effet Looming : <https://sites.google.com/site/miragesetrefraction/5---looming> (valide à la date du 14/06/2024)
- [7] Étude sur les mirages : <http://apelh.free.fr/mirage/dossier.pdf> (valide à la date du 14/06/2024)
- [8] Mémoire/thèse sur les mirages : <https://oatao.univ-toulouse.fr/8958/1/delmas.pdf> (valide à la date du 14/06/2024)
- [9] Vidéo d'explication qualitative et quantitative du phénomène de mirage en optique géométrique : <https://www.youtube.com/watch?v=DN1YaFFKkGQ>
- [10] Protocole expérimental pour observer le phénomène de mirages : https://fr.science-questions.org/experiences/65/Faire_un_mirage_artificiel/ (valide à la date du 14/06/2024)
- [11] Étude des variation de pression : [Équilibre hydrostatique — Wikipédia \(wikipedia.org\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quilibre_hydrostatique) (valide à la date du 14/06/2024)
- [12] Liste de différentes pressions en fonction de l'altitude : [Pression atmosphérique \(lavionnaire.fr\)](http://lavionnaire.fr) (valide à la date du 14/06/2024)