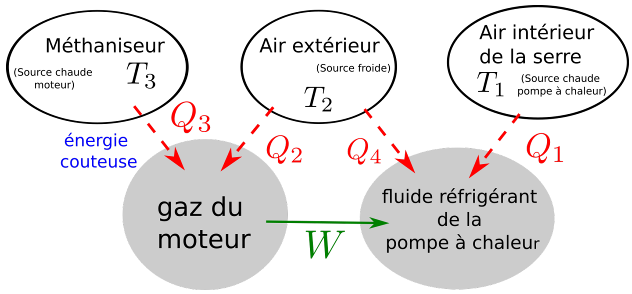
Correction du DS. de P1-1 du 22 juin 2023

Exercice 1 : Méthanisation et chauffage d'une serre



1b) Le but d'un moteur est de fournir du travail en prélevant un transfert thermique à la source chaude (et en rejetant un transfert thermique vers la source froide). On a donc $Q_3 > 0$ et $Q_2 < 0$.
Le but d'une pompe à chaleur est d'inverser le sens naturel du transfert thermique, c'est à dire de prélever un transfert thermique à la source froide ($Q_4 > 0$) de rejeter un transfert thermique à la source chaude ($Q_1 < 0$) en utilisant du travail (cycle récepteur $W > 0$)
On a donc $W > 0, Q_1 < 0, Q_4 > 0$ et $Q_2 < 0$
Remarque : le travail reçu par le gaz du moteur est bien $-W < 0$, signe cohérent pour un moteur.

2) La variation d'énergie interne étant au nulle au cours d'un cycle, le premier principe de la thermodynamique pour le gaz du moteur donne :
$\Delta U_{cycle} = 0 = -W + Q_3 + Q_2$ d'où $W - Q_3 - Q_2 = 0$
De même, la variation d'entropie étant au nulle au cours d'un cycle, le deuxième principe de la thermodynamique pour le gaz du moteur donne : $\Delta S_{cycle} = 0 = \dfrac{Q_3}{T_3} + \dfrac{Q_2}{T_2} + S^c_{cycle}$ et donc $\dfrac{Q_3}{T_3} + \dfrac{Q_2}{T_2} = 0$ car le cycle est supposé réversible. On élimine alors Q_2 : $\quad Q_2 = \dfrac{-T_2}{T_3} Q_3$ ce qui donne $W = Q_3\left(1 - \dfrac{T_2}{T_3}\right)$

Remarque : On a $Q_3 > 0$ et $T_2 < T_3$, ce qui donne bien $W > 0$.

3) De la même façon, pour la pompe à chaleur, on a : $W + Q_1 + Q_4 = 0$ et $\dfrac{Q_1}{T_1} + \dfrac{Q_4}{T_2} = 0$

En substituant avec $Q_4 = \dfrac{-T_2}{T_1} Q_1$, on obtient $Q_1 = W \dfrac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1}$

4a) L'efficacité globale de cette machine s'écrit : $e = \left|\dfrac{\text{énergie utile}}{\text{énergie couteuse}}\right|$ ici, on a donc $e = \left|\dfrac{Q_1}{Q_3}\right|$ et donc $e = -\dfrac{Q_1}{Q_3}$
En effet, l'énergie utile est l'énergie nécessaire pour chauffer la serre $|Q_1|$, l'énergie coûteuse est celle issue du processus de méthanisation, Q_3.

4b) En remplaçant avec les expressions précédemment trouvées, on obtient :

$e = \dfrac{-W}{\left(1 - \dfrac{T_2}{T_1}\right)} \cdot \dfrac{\left(\dfrac{T_2}{T_3} - 1\right)}{W}$ ce qui donne donc $e = \dfrac{1 - \frac{T_2}{T_3}}{1 - \frac{T_2}{T_1}}$ AN : $e = \dfrac{1 - \dfrac{5 + 273}{55 + 273}}{1 - \dfrac{5 + 273}{18 + 273}}$ donc $e = 3{,}41$

Si le méthaniseur avait directement chauffé la serre, on aurait eu : $|Q_1| = Q_3$ et donc $e' = 1$, or ici $|Q_1| = 3,41 \times Q_3$, **le dispositif moteur/pompe à chaleur est trois fois plus efficace**.

Exercice 2 : Cycle à gaz utilisant du CO_2 supercritique

1) Par définition, le rapport isentropique d'un gaz parfait est $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$ et on utilise la relation de Mayer $C_p - C_v = nR$. On divise les deux relations par la masse m : $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ et $c_p - c_v = \dfrac{nR}{m} = \dfrac{R}{M} = r$.

On définit alors $r = \dfrac{R}{M} = \dfrac{R}{2M(O) + M(C)}$.

Finalement, en combinant les deux relations, on obtient la relation demandée : $c_p = \dfrac{\gamma\, r}{\gamma - 1}$.

On a donc $c_p = \dfrac{1,29 \times 8,314}{(2 \times 16 + 12) \times (1,29 - 1)}$ AN : c_p =841 J.K^{-1}.kg^{-1}.

2) On connait le travail reçu par le fluide dans le compresseur. On applique donc le premier principe industriel **au fluide dans le compresseur** : $\dot{m}_s h_{TS} - \dot{m}_e h_{Te} = \dot{Q} + \dot{W} = \dot{m}_s(h_S + e_{cS} + e_{pS}) - \dot{m}_e(h_e + e_{ce} + e_{pe})$
On peut négliger la variation d'énergie cinétique (le but du compresseur n'est pas de changer la vitesse du fluide) et la variation d'énergie potentielle (pas de variations significatives d'altitude dans le compresseur).
On se place en régime permanent donc $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$.
On peut aussi considérer l'écoulement adiabatique (il est assez rapide pour que les transferts thermiques n'aient pas le temps de se faire). Le premier principe industriel s'écrit donc : $\dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{W}_c$.

On considère que le CO_2 supercritique est un gaz parfait, on peut donc écrire la deuxième loi de Joule: $h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$.

Finalement, $\dot{m} = \dfrac{\dot{W}_c}{c_p(T_2 - T_1)}$ Application numérique: $\dot{m}$=7,01 kg.s^{-1}.

3) On applique le premier principe industriel **au fluide dans l'échangeur de chaleur**. On considère que les échanges de chaleur se font entre le fluide passant dans chaque sens. Le tout est isolé de l'extérieur, donc $\dot{Q} = 0$ et $\dot{W}_u = 0$. On peut aussi négliger les variations d'énergie cinétique et potentielle.
Le premier principe industriel s'écrit donc: $\dot{m}\left((h'_2 - h_2) + (h'_4 - h_4)\right) = 0$.
En appliquant la deuxième loi de Joule, on obtient: $\dot{m}c_p\left((T'_2 - T_2) + (T'_4 - T_4)\right) = 0$.
Finalement on trouve l'expression suivante pour T'_4:

Finalement, $T'_4 = T_4 + T_2 - T'_2$ Application numérique: $T'_4 = 221$ °C.

4) On applique le premier principe industriel à **la chambre de combustion**. Il n'y a pas de pièces mobiles, donc $\dot{W}_u = 0$ et on peut aussi négliger les variations d'énergie cinétique et potentielle.
Le premier principe industriel s'écrit donc: $\dot{m}(h_3 - h'_2) = \dot{Q}_{ch}$.

Finalement, avec la deuxième loi de Joule, $\dot{Q}_{ch} = \dot{m}c_p(T_3 - T'_2)$ AN : $\dot{Q}_{ch} = 1,35$ MW.

On fait de même pour le circuit de réfrigération : $\dot{Q}_{fr} = \dot{m}c_p(T_1 - T'_4)$ AN: $\dot{Q}_{fr} = -1,04$ MW.

5) L'énergie utile est le travail utile fourni par l'écoulement dans la turbine W_{uT}. Ce travail est négatif.
L'énergie coûteuse est le travail reçu par l'écoulement dans le compresseur et le transfert thermique reçu dans la chambre de combustion.
Ce qui peut s'écrire également en terme de **puissance**. La puissance utile est la puissance mécanique fournie par l'écoulement dans la turbine $\dot{W}_{uT}$. La puissance coûteuse est la puissance mécanique reçue par l'écoulement dans le compresseur et la puissance thermique thermique reçue dans la chambre de combustion.

Soit ρ le rendement, on a alors: $\rho = \dfrac{|\text{énergie utile}|}{|\text{énergie couteuse}|} = \dfrac{|\text{puissance utile}|}{|\text{puissance couteuse}|} = \dfrac{-\dot{W}_{uT}}{\dot{W}_c + \dot{Q}_{ch}}$.

On calcule la puissance utile en **appliquant le premier principe industriel à l'écoulement dans la turbine** ainsi que la deuxième loi de Joule. On peut considérer l'écoulement adiabatique, donc $\dot{Q} = 0$ et on peut aussi négliger les variations d'énergie cinétique et potentielle.
$\dot{m}(h_4 - h_3) = \dot{W}_{uT} \Leftrightarrow \dot{W}_{uT} = \dot{m}c_p(T_4 - T_3)$ AN: $\dot{W}_{uT} = -832$ kW.

Finalement on calcule le rendement, $\rho = \dfrac{832}{522 + 1349}$ $\rho = 0,44$

6) Comme la transformation dans la turbine est isentropique, si le gaz était parfait, on vérifierait la relation de Laplace. On a $P_3^{1-\gamma}T_3^{\gamma} = 42,53$ USI D'autre part $P_4^{1-\gamma}T_4^{\gamma} = 45,87$ USI On a donc $P_3^{1-\gamma}T_3^{\gamma} \neq P_4^{1-\gamma}T_4^{\gamma}$

La relation de Laplace n'est pas vérifiée. Le CO_2 supercritique ne peut pas être considéré comme un gaz parfait.