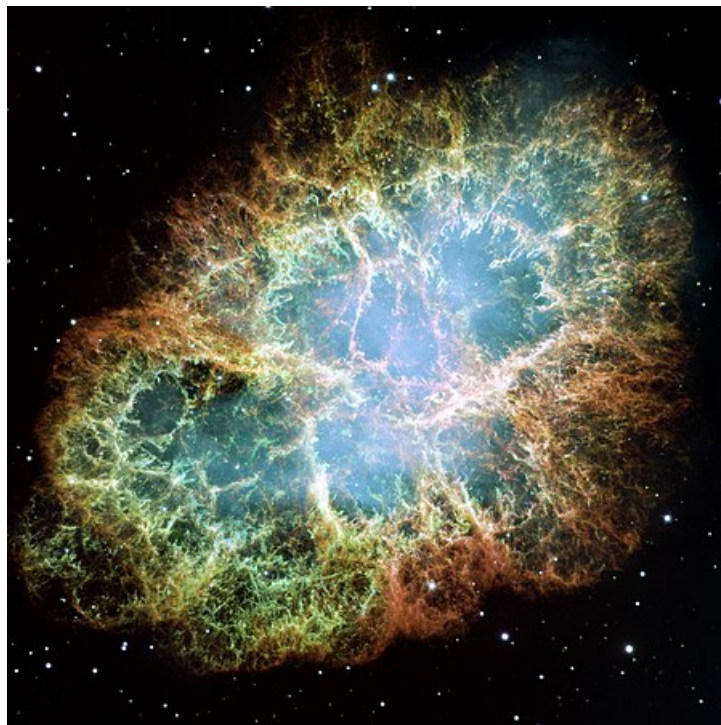


Instabilité de Rayleigh Taylor et Fusion nucléaire



Étudiants :

Victor DAJON
Ulysse GILLOT-LETANG
Amaury LODDE
Guillaume LUTAU
Vanessa MONTEIL
Joseph TOYE

Enseignant-responsable du projet :

Antoine SIMON

Date de remise du rapport : 17/06/2023

Référence du projet : STPI/P6/2023 – 14

Intitulé du projet : Instabilité de Rayleigh-Taylor et Fusion nucléaire

Type de projet : Recherches bibliographiques

Objectifs du projet : L'objectif de notre projet physique est de comprendre plus en détail les phénomènes de fusion nucléaire et d'instabilité de Rayleigh Taylor et de voir comment et pourquoi ces deux phénomènes sont reliés.

Mots-clés du projet : Instabilité, Recherches, Fusion,

Table des matières

Notations et Acronymes	3
Introduction	4
Organisation du travail	5
1 Instabilité de Rayleigh-Taylor	6
1.1 Principe général	6
1.2 Histoire de l'Instabilité de Rayleigh-Taylor	7
1.3 Modélisation mathématique	8
1.4 Modélisation numérique	11
2 Fusion nucléaire	14
2.1 Principe général	14
2.2 Les différentes catégories de confinement	14
2.3 Application de l'Instabilité de Rayleigh-Taylor à la fusion nucléaire	15
Conclusion et perspectives	16
Bibliographie	16

Notations et Acronymes

ρ : la masse volumique

$At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ avec $\rho_2 > \rho_1$: le nombre d'Atwood qui caractérise l'instabilité de Rayleigh-Taylor

P : la pression

g : l'intensité de pesanteur

μ : la viscosité du fluide

u : la vitesse du fluide

γ : la tension de surface

Introduction

La maîtrise de la fusion nucléaire est l'un des enjeux majeurs de la recherche mondiale dans le secteur de l'énergie. En effet, la consommation mondiale d'énergie grandissante et la remise en cause des anciens moyens de production pour des raisons écologiques rendent nécessaire le développement de nouvelles technologies. La piste de la fusion nucléaire est très sérieusement envisagée et les grandes puissances mondiales investissent massivement dans la recherche à ce sujet. En effet, la fusion nucléaire représenterait une source d'énergie décarbonée et ne produisant pas de déchets, en plus de produire une quantité très importante d'énergie à partir d'une ressource pratiquement illimitée. Cependant, la recherche sur cette technologie est difficile, et pourrait bien durer plusieurs décennies avant d'atteindre un résultat exploitable. Les récents développements de la technologie de fusion nucléaire par confinement inertiel sont prometteurs, mais un des obstacles principaux est l'instabilité du noyau utilisé pour la réaction. Notre objectif ici sera donc de mieux comprendre cette instabilité, et plus précisément l'instabilité de Rayleigh-Taylor.

Nous nous intéresserons donc à l'application liée à la fusion nucléaire par confinement inertiel. La compréhension de ce phénomène est l'un des plus grands enjeux de notre siècle dans le domaine de l'énergie. L'instabilité de Rayleigh-Taylor est aussi présente dans de nombreux systèmes tels que les nébuleuses ou le champignon créé à la suite d'une explosion nucléaire. Afin de mieux comprendre ces phénomènes, il est donc indispensable d'étudier cette instabilité afin de réussir à la modéliser. Notre objectif est de rassembler de la documentation sur l'instabilité de Rayleigh-Taylor et sur son application à la fusion nucléaire afin d'en comprendre les enjeux.

Organisation du travail

Pour notre projet physique sur l'instabilité de Rayleigh Taylor et la fusion nucléaire, nous avons passé nos premières séances à nous renseigner sur le sujet puisque, à l'instar de beaucoup de sujets proposés cette année, le nôtre était nouveau, et nous n'avions donc pas de modèles et de recherches des années précédentes pour nous aiguiller dans notre réflexion et nous donner un point de départ. Après nous être renseigné sur le sujet, nous nous sommes regroupés pour délimiter les limites de nos recherches et élaborer un plan initial pour pouvoir axer plus spécifiquement nos recherches. Par la suite, nous avons établi un diagramme de Gantt pour organiser notre travail et détailler l'avancement de notre projet au fur et à mesure des séances. Nous essayions de nous retrouver au moins une fois dans la semaine en dehors de nos heures prévues avec le professeur encadrant afin de discuter de l'avancement du projet, ce que chacun avait cherché et écrit sur les parties qui lui était attribuées, et d'organiser la séance prochaine et le travail à effectuer pour la séance de travail suivante.

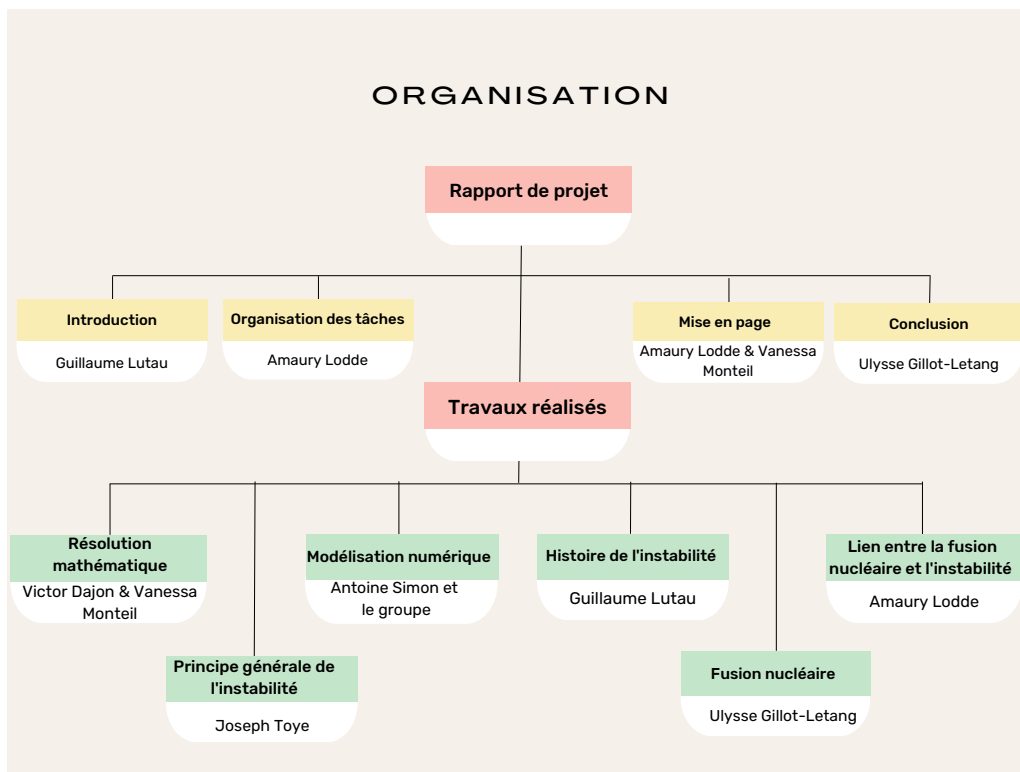


FIGURE 1 – Organigramme de l'organisation

Chapitre 1

Instabilité de Rayleigh-Taylor

1.1 Principe général

L'objectif de la mécanique des fluides est de décrire les mouvements des fluides dans des systèmes donnés. Cependant, cette tâche est ardue : les systèmes étudiés sont complexes et chaotiques, et il est difficile d'en prévoir l'évolution. Il est donc nécessaire d'établir des modélisations des instabilités qui rendent ces systèmes chaotiques. Ainsi, de nombreuses instabilités en mécanique des fluides ont été étudiées afin de mieux comprendre ces systèmes. L'instabilité de Rayleigh-Taylor (IRT) est l'une d'elle, et nous allons nous attacher à en faire une analyse.

L'instabilité de Rayleigh-Taylor décrit la manière dont deux fluides immiscibles de densités différentes interagissent lorsqu'ils sont soumis à une accélération. En fonction de la direction de l'accélération, le phénomène ne se manifeste pas forcément, mais si elle est dirigée du fluide le plus dense au fluide le moins dense, une forme caractéristique ressemblant à un champignon se forme.

L'instabilité se manifeste donc à l'interface entre deux fluides immiscibles de densités différentes, lorsqu'ils sont soumis à une accélération. Pour mieux la comprendre, raisonnons par une expérience de pensée. Prenons un récipient hermétiquement fermé. A l'intérieur, on a une phase constituée d'air et, au-dessus, une phase constituée d'eau. Ces deux phases subissent la gravité terrestre, qui est donc orientée vers le bas. Notez que l'interface entre ces deux phases est un plan orthogonal à la force de pesanteur. Intuitivement, l'eau étant plus dense que l'air, il semble logique que l'air passe au-dessus. Pourtant, en considérant l'interface complètement plane, on voit bien que la force est uniformément répartie, et qu'elle est compensée par la pression de l'air. Mais alors, comment se fait-il que, dans la réalité, on observe bien un déplacement des phases? La réponse réside bien entendu dans l'instabilité de Rayleigh-Taylor, et dans la nature de l'interface. En effet, nous sommes partis du postulat que l'interface était parfaitement plane. Or, dans la réalité, il y a forcément des irrégularités, c'est-à-dire des légères variations de hauteur de l'interface. En reprenant notre exemple, si à un emplacement donné l'interface est située légèrement au-dessus de la moyenne, elle a besoin de moins de pression pour son maintien. Mais la pression de l'air est uniforme, donc la portion de l'interface située au-dessus de la moyenne est poussée vers le haut. Au fur et à mesure, l'interface monte de plus en plus à cet emplacement, et de plus en plus vite puisqu'elle s'éloigne de plus en plus de la moyenne. En outre, le phénomène inverse a lieu sur les portions de l'interfaces qui sont sous la moyenne. Des pics se forment d'abord, grandissent puis prennent une forme de champignon de par l'influence des forces de pression et d'accélération. Par ce mécanisme, le liquide le plus dense passe progressivement sous le liquide le moins dense. Au bout d'un certain temps, on retrouve une interface quasiment plane entre les deux fluides. L'énergie potentielle du système a diminué : l'instabilité est une manière pour le système d'atteindre son plus faible niveau d'énergie.

L'instabilité de Rayleigh Taylor est un phénomène complexe et difficilement modélisable. De nombreux facteurs ont une influence sur la manière dont le phénomène se manifeste. Ce phénomène est observable dans différents domaines. Par exemple, en astrophysique, la nébuleuse du Crabe est issue d'effets similaires à Rayleigh-Taylor, bien que combinés à d'autres instabilités. On retrouve également l'IRT dans les explosions nucléaires, où elle est responsable de la forme de champignon.

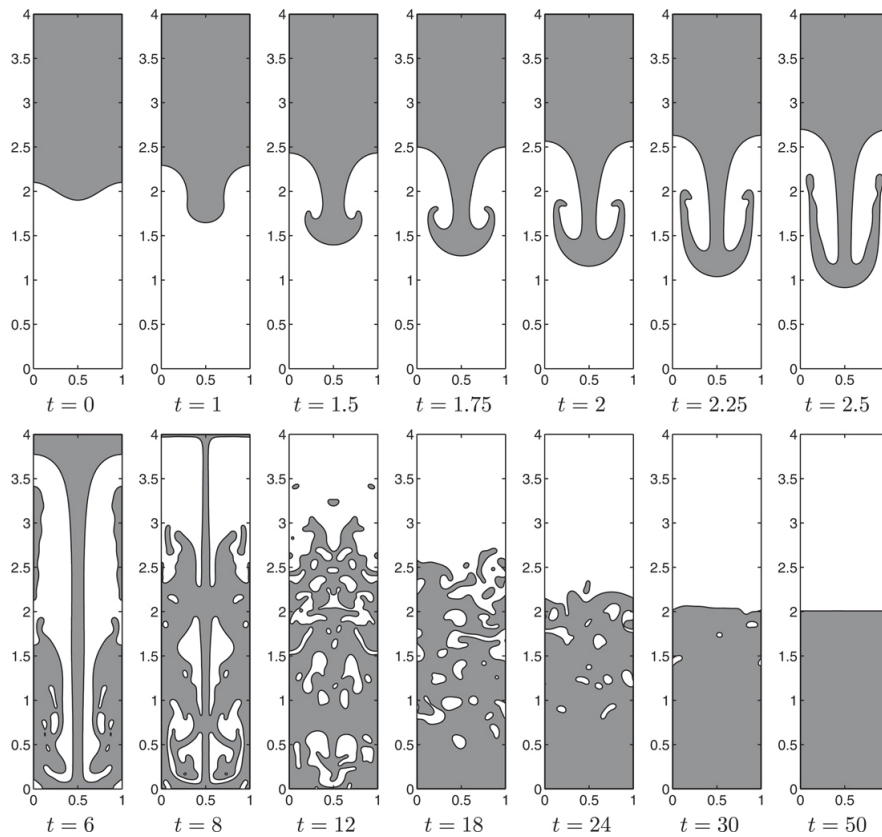


FIGURE 1.1 – Simulation du phénomène de Rayleigh-Taylor [5]

Nous pouvons observer ci-dessus les formes de champignon dû à l’instabilité de Rayleigh Taylor dans le cas où les 2 fluides ont une masse volumique proche .

1.2 Histoire de l’Instabilité de Rayleigh-Taylor

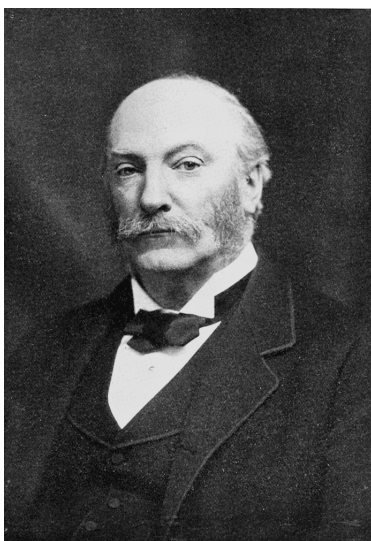


FIGURE 1.2 – John William Strutt Rayleigh [4]

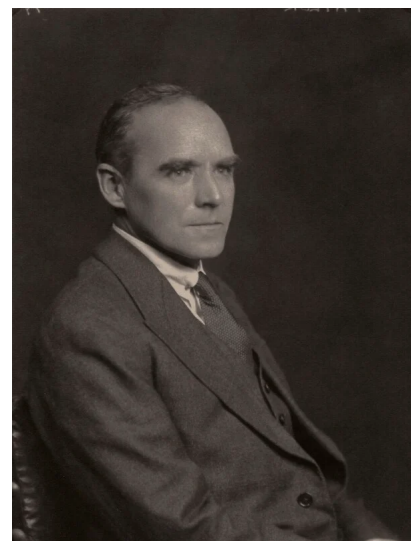


FIGURE 1.3 – Geoffrey Ingram Taylor [6]

Comme son nom l’indique, l’instabilité de Rayleigh-Taylor a été nommée en l’hommage de deux physiciens britanniques. John William Strutt Rayleigh était un physicien de la seconde moitié du XIXe siècle et du début

du XXe siècle. Il a reçu le prix nobel de physique en 1904 pour son étude de la densité des gazs et sa découverte de l'argon dans l'air en collaboration avec le chimiste William Ramsay. Il a travaillé sur l'équilibre de fluides incompressibles notamment avec la publication de : « Investigation of the character of the equilibrium of an incompressible heavy fluid of variable density » dans London Mathematical Society en 1883. La configuration qu'il a étudiée est celle de deux fluides immiscibles superposés, le plus lourd étant au-dessus du plus léger et tous deux soumis à la gravité terrestre. L'équilibre du système est instable à la moindre perturbation, le fluide le plus lourd gagnant la moitié inférieur du fluide le plus léger, déformant donc l'interface plane entre les deux fluides avant la perturbation.

Geoffrey Ingram Taylor est un physicien du XXe siècle spécialisé dans la mécanique des fluides et la mécanique des solides. Il a directement travaillé sur l'instabilité des surfaces entre deux liquides avec sa publication dans le Royal Society of London en 1950 intitulé :« The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes ». Les travaux de Taylor ont consisté à montrer que la configuration qu'a étudiée Rayleigh était équivalente à celle qui se produit lorsque les fluides sont accélérés, le fluide léger étant propulsé à l'intérieur du fluide le plus lourd.

1.3 Modélisation mathématique

Hypothèse : On suppose deux fluides de densités différentes $\rho_1 \neq \rho_2$ tel que $\rho_2 > \rho_1$ et le fluide 2 est au dessus du fluide 1 . On ne considère pas la tension de surface et la viscosité des fluides.

D'après les équations de Navier-Stokes, on a :

- L'équation de la conservation de la masse incompressible (continuité) : $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_i = \vec{0}$.
- L'équation de conservation du moment : $\rho_i(\frac{\partial u_i}{\partial t} + (u_i \cdot \nabla)u_i) = -\nabla P_i + \rho_i \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{u}_i$ qu'on simplifie en enlevant le terme qui concerne la viscosité du fluide et $(u_i \cdot \nabla)u_i$ qui est négligeable . Donc on obtient : $\rho_i(\frac{\partial u_i}{\partial t}) = -\nabla P_i + \rho_i \vec{g}$.

On sait que la vitesse u_i dépend de x, y, t tel que : $u_i(x, y, t) = f_1(x)f_2(y)f_3(t)$ avec $f_1(x) = D_1 e^{ikx}$ et $f_3(t) = D_3 e^{\omega t}$ avec D_1 et D_3 des constantes indépendantes de x, y, t .

1) Cherchons alors $f_2(y)$:

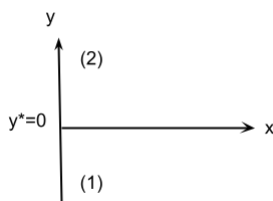


FIGURE 1.4 – Etat stable

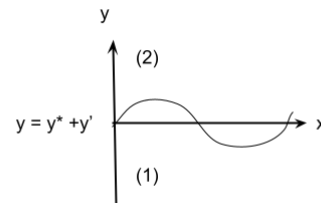


FIGURE 1.5 – Etat perturbé

Lorsque l'état est stable : la vitesse est nul $\vec{u}_i^* = \vec{0} \Leftrightarrow -\nabla P_i^* + \rho_i \vec{g} = 0$.

Lorsque l'état est perturbé : la vitesse devient la somme de la vitesse dans son état stable et perturbé $\vec{u}_i = \vec{u}_i' + \vec{u}_i^*$ et de même pour la pression $P_i = P_i^* + P_i'$.

$$\begin{aligned} \rho_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right) &= -\nabla P_i + \rho_i \vec{g} \\ \rho_i \left(\frac{\partial u_i' + \underbrace{u_i^*}_0}{\partial t} \right) &= \underbrace{-\nabla P_i^*}_0 - \nabla P_i' + \rho_i \vec{g} \\ \rho_i \left(\frac{\partial u_i'}{\partial t} \right) &= -\nabla P_i' + \rho_i \vec{g} \end{aligned}$$

On projette selon x et y et on dérive par rapport à y :

$$\begin{aligned}\rho_i \left(\frac{\partial u_{iy'}}{\partial t} \right) &= -\nabla P_i' \\ \rho_i \omega u_{iy'} &= -\frac{dP_i'}{dy} \\ (1) \rho_i \omega u_{iy'} \times ik &= -ik \frac{dP_i'}{dy}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho_i \left(\frac{\partial u_{ix'}}{\partial t} \right) &= -\nabla P_i' + \rho_i \vec{g} \\ \rho_i \left(\frac{\partial u_{ix'}}{\partial t} \right) &= -\frac{\partial P_i'}{\partial x} \\ \rho_i \omega u_{ix'} &= -ik P_i' \\ (2) \rho_i \omega \frac{\partial u_{ix'}}{\partial y} &= -ik \frac{\partial P_i'}{\partial y}\end{aligned}$$

$$(2)-(1) \implies \rho_i \omega \left(-iku_{iy'} + \frac{\partial u_{ix'}}{\partial y} \right) = 0$$

Or d'après l'équation de la conservation du moment, on a : $\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_i' = \frac{\partial u_{ix'}}{\partial x} + \frac{\partial u_{iy'}}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow u_{ix'} = -\frac{\partial u_{iy'}}{\partial y} \times \frac{1}{ik}$
On injecte l'expression de $u_{ix'}$ dans l'équation :

$$\begin{aligned}\rho_i \omega \left(-iku_{iy'} + \frac{\partial u_{ix'}}{\partial y} \right) &= 0 \\ \rho_i \omega \left(-iku_{iy'} + \frac{\partial \left(-\frac{\partial u_{iy'}}{\partial y} \times \frac{1}{ik} \right)}{\partial y} \right) &= 0 \\ \underbrace{\rho_i \omega}_{\neq 0} \left(-iku_{iy'} - \frac{\partial^2 u_{iy'}}{\partial y^2} \times \frac{1}{ik} \right) &= 0 \\ -iku_{iy'} - \frac{\partial^2 u_{iy'}}{\partial y^2} \times \frac{1}{ik} &= 0\end{aligned}$$

$$\text{On multiplie par } ik : k^2 u_{iy'} - \frac{\partial^2 u_{iy'}}{\partial y^2} = 0 \Leftrightarrow -k^2 u_{iy'} + \frac{\partial^2 u_{iy'}}{\partial y^2} = 0$$

On obtient donc une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à coefficients constants :

$$a \frac{\partial^2 u_{iy'}}{\partial y^2} + b \frac{\partial u_{iy'}}{\partial y} + cu_{iy'} = 0 \text{ avec } a = 1, b = 0 \text{ et } c = -k^2$$

Résolution :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times (-k^2) = 4k^2 = (2k)^2 > 0$$

Il y a alors 2 racines réelles .

$$r_1 = \frac{0-2k}{2} = -k \text{ et } r_2 = \frac{0+2k}{2} = k$$

Ainsi $u_{iy'} = A_1 e^{ky} + B_1 e^{-ky}$.

Pour le fluide (1), on a :

$$u_{1y} = A_1 e^{ky} + B_1 e^{-ky}$$

$$\text{Quand } y \rightarrow -\infty, u_{1y} = \underbrace{A_1 e^{ky}}_0 + \underbrace{B_1 e^{-ky}}_\infty = 0$$

Or u_{1y} ne peut pas tendre vers l'infini donc $B_1 = 0$.

$$\text{Donc } u_{1y} = A_1 e^{ky} \text{ et } u_1 = C_1 e^{ikx} e^{\omega t} e^{ky}$$

Pour le fluide (2), on a :

$$u_{2y} = A_2 e^{ky} + B_2 e^{-ky}$$

$$\text{Quand } y \rightarrow +\infty, u_{2y} = \underbrace{A_2 e^{ky}}_\infty + \underbrace{B_2 e^{-ky}}_0 = 0$$

Or u_{2y} ne peut pas tendre vers l'infini donc $A_2 = 0$.

Donc $u_{2y} = B_2 e^{-ky}$

Notons que ici les constantes B_2 et A_1 ne dépendent pas de y mais dépendent de x et t .

D'où : $u_1 = C_1 e^{ikx} e^{\omega t} e^{ky}$ et $u_2 = C_2 e^{ikx} e^{\omega t} e^{-ky}$

2) Maintenant que nous avons trouvé la forme des équations de la vitesse pour chaque fluide, on souhaite trouver la valeur de ω .

On sait qu'à l'interface des deux fluides la pression $P_1 = P_2$ et que $\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = \vec{u}_2 \cdot \vec{n}$ avec $\vec{n} = \begin{cases} \frac{-\partial \eta}{\partial x} \\ 1 \end{cases}$ le

vecteur normal à l'interface et η qui décrit la position à l'interface.

Lorsque on est à l'interface (quand $y = 0$), on a :

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{n} - \vec{u}_2 \cdot \vec{n} = 0$$

$$\begin{pmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-\partial \eta}{\partial x} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{2x} \\ u_{2y} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-\partial \eta}{\partial x} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$\frac{-\partial \eta}{\partial x}$ est un terme négligeable donc $u_{1y} - u_{2y} = 0$

D'après ce qu'on avait trouvé précédemment, on a : $\rho_i \left(\frac{\partial u_{iy'}}{\partial t} \right) = -\nabla P_i'$

En projetant sur y :

$$\rho_i \left(\frac{\partial u_{iy'}}{\partial t} \right) = -\frac{dP_i'}{dy}$$

$$-\rho_i \left(\frac{\partial u_{iy'}}{\partial t} \right) = \frac{dP_i'}{dy}$$

$$\int -\rho_i \underbrace{\left(\frac{\partial u_{iy'}}{\partial t} \right)}_{\omega u_{iy}} dy = P_i'$$

$$-\rho_i \omega \int u_{iy} dy = P_i'$$

Pour le fluide (1) : $P_{1'} = -\rho_1 \omega \frac{1}{k} u_{1y}$

Pour le fluide (2) : $P_{2'} = +\rho_2 \omega \frac{1}{k} u_{2y}$

A la pression trouvée on ajoute $-\rho_i u_{iy} \frac{g}{\omega}$ pour chaque fluide qui était dans le gradient de pression :

Pour le fluide (1) : $P_{1'} = -\rho_1 \omega \frac{1}{k} u_{1y} - \rho_1 u_{1y} \frac{g}{\omega}$

Pour le fluide (2) : $P_{2'} = +\rho_2 \omega \frac{1}{k} u_{2y} - \rho_2 u_{2y} \frac{g}{\omega}$

D'après les conditions à l'interface : $P_1 = P_2 \Leftrightarrow P_1 - P_2 = 0$

Donc $-\rho_1 \omega \frac{1}{k} u_{1y} - \rho_1 u_{1y} \frac{g}{\omega} - \rho_2 \omega \frac{1}{k} u_{2y} + \rho_2 u_{2y} \frac{g}{\omega} = 0$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -\rho_1 \frac{\omega}{k} - \rho_1 \frac{g}{\omega} & \rho_2 \frac{g}{\omega} - \rho_2 \frac{\omega}{k} \end{pmatrix}}_M \begin{pmatrix} u_{1y} \\ u_{2y} \end{pmatrix} = 0$$

$$|M| = 0 \Leftrightarrow 1 \times (\rho_2 \frac{g}{\omega} - \rho_2 \frac{\omega}{k}) + 1 \times (-\rho_1 \frac{\omega}{k} - \rho_1 \frac{g}{\omega}) = 0$$

$$\omega \left(-\rho_2 \frac{1}{k} - \frac{\rho_1}{k} \right) = \frac{1}{\omega} (\rho_1 g - \rho_2 g)$$

$$\omega^2 \left(-\rho_2 \frac{1}{k} - \frac{\rho_1}{k} \right) = \rho_1 g - \rho_2 g$$

$$\omega^2 = \frac{\rho_1 g - \rho_2 g}{-\frac{\rho_2}{k} - \frac{\rho_1}{k}}$$

Si $\rho_1 > \rho_2$ alors $\omega_1 = \sqrt{\frac{\rho_1 g - \rho_2 g}{-\frac{\rho_2}{k} - \frac{\rho_1}{k}}} = \sqrt{Atgk}$ et $\omega_2 = -\sqrt{\frac{\rho_1 g - \rho_2 g}{-\frac{\rho_2}{k} - \frac{\rho_1}{k}}} = -\sqrt{Atgk}$ dans ce cas les perturbations oscillent et sont stables.

Si $\rho_2 > \rho_1$ alors $\omega_1 = i\sqrt{Atgk}$ et $\omega_2 = -i\sqrt{Atgk}$ ici les perturbations sont instables.

On a $u_1 = C_1^1 e^{ikx} e^{\omega_1 t} e^{ky} + C_1^2 e^{ikx} e^{\omega_2 t} e^{ky}$ et $u_2 = C_2^1 e^{ikx} e^{\omega t} e^{-ky} + C_2^2 e^{ikx} e^{\omega t} e^{-ky}$.

3) Cherchons les constantes de chaque fluide C_i^1 et C_i^2 :

Conditions initiales :

— La vitesse est nul : $u_{iy}(y = 0, t = 0) = 0$

— La position à l'interface est sinusoidale : $\eta(t = 0) = a \cos(kx)$ avec a l'amplitude .

On en déduit que $C_i^1 + C_i^2 = 0$ d'où $-C_i^1 = C_i^2$.

De plus,

$$u_{iy} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$C_i^1 e^{ikx} e^{\omega t} e^{ky} + C_i^2 e^{ikx} e^{\omega t} e^{ky} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$\frac{C_i^1}{\omega_1} e^{ikx} e^{\omega_1 t} e^{ky} + \frac{C_i^2}{\omega_2} e^{ikx} e^{\omega_2 t} e^{ky} = \eta$$

Quand $t = 0$ et $y = 0$:

$$\frac{C_i^1}{\omega_1} e^{ikx} + \frac{C_i^2}{\omega_2} e^{ikx} = \eta$$

On remplace l'expression de C_i^2 par $-C_i^1$:

$$\frac{C_i^1}{\omega_1} e^{ikx} - \frac{C_i^1}{\omega_2} e^{ikx} = a \cos(kx)$$

$$C_i^1 = \frac{a \cos(kx)}{\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) e^{ikx}}$$

$$C_i^1 = \frac{a \cos(kx)}{\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2}\right) e^{ikx}}$$

$$C_i^1 = \frac{a \cos(kx) \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1) e^{ikx}}$$

On simplifie $\cos(kx)$ et e^{ikx} car ce sont les mêmes termes en réalité : $C_i^1 = \frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)}$

Comme $C_i^2 = -C_i^1$, alors : $C_i^2 = -\frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)}$

Finalement, nous avons réussi à résoudre les équations de mouvement des deux fluides :

$$u_1 = \frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)} e^{ikx} e^{\omega_1 t} e^{ky} - \frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)} e^{ikx} e^{\omega_2 t} e^{ky}$$

$$u_2 = \frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)} e^{ikx} e^{\omega_1 t} e^{-ky} - \frac{a \omega_1 \omega_2}{(\omega_2 - \omega_1)} e^{ikx} e^{\omega_2 t} e^{-ky}$$

avec $\omega_1 = i\sqrt{Atgk}$ et $\omega_2 = -i\sqrt{Atgk}$ si $\rho_2 > \rho_1$ (cas instable) ou $\omega_1 = \sqrt{Atgk}$ et $\omega_2 = -\sqrt{Atgk}$ si $\rho_1 > \rho_2$ (cas stable) .

1.4 Modélisation numérique

Dans le but d'effectuer une simulation numérique de l'instabilité de Rayleigh-Taylor dans le cas d'un mélange air-eau, nous avons dû déterminer les constantes $\rho_{eau}; \rho_{air}; \mu_{air}; \mu_{eau}; \gamma_{air-eau}$ et k qui correspondent respectivement à la masse volumique de l'eau, la masse volumique de l'air, la viscosité de l'air, la viscosité de l'eau, la tension de surface entre l'air et l'eau et k le nombre d'onde. D'après internet, nous avons pu déterminer la valeur des quatre premières constantes : $\rho_{eau} = 1,292 \text{ kg.m}^{-3}$; $\rho_{air} = 997 \text{ kg.m}^{-3}$; $\mu_{air} = 1,10 * 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$; $\mu_{eau} = 1,85 * 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$; $\gamma_{air-eau} = 72,8 \text{ N.m}^{-1}$. Dans le but de déterminer une valeur de k intéressante pour notre simulation, nous avons tracé sur geogebra la courbe $f(x) = \sqrt{\frac{(\rho_{air} - \rho_{eau}) * g * x - \gamma_{air-eau} * x^3}{\rho_{air} + \rho_{eau}}}$ dans le cas où $\gamma_{air-eau} = 0$ et dans le cas où $\gamma_{air-eau} \neq 0$ pour voir à partir de quelle valeur du nombre d'onde la tension de surface à une réelle importance. Pour notre simulation correspondant à la modélisation mathématique effectuée précédemment, nous sommes dans le premier cas où la tension de surface est égale à 0, nous devons donc choisir une bonne valeur de k qui peut s'appliquer également au cas où la tension n'est pas nul .

Nous obtenons les courbes suivantes :

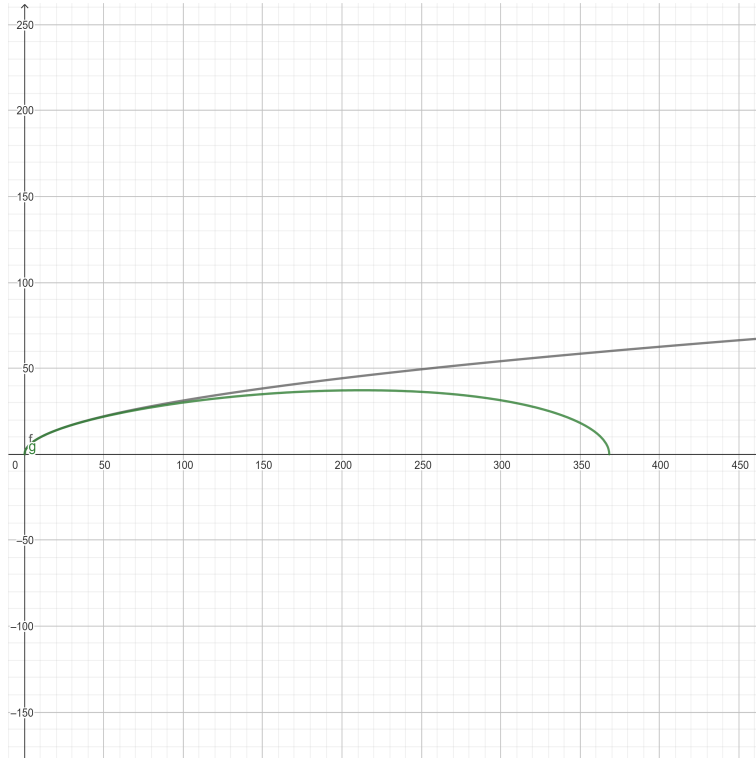


FIGURE 1.6 – Evolution de l’instabilité en fonction de k pour une tension de surface nul et non nul

Nous pouvons noter que la courbe noire, est celle qui correspond à la fonction $f(x) = \sqrt{\frac{(\rho_{air}-\rho_{eau}) * g * x}{\rho_{air} + \rho_{eau}}}$ puisque, comme la tension de surface n’intervient pas, la courbe ne redescend pas. À l’inverse, la courbe verte correspond à la courbe $f(x) = \sqrt{\frac{(\rho_{air}-\rho_{eau}) * g * x - \gamma_{air-eau} * x^3}{\rho_{air} + \rho_{eau}}}$ puisque, la tension de surface étant prise en compte, la courbe retombe.

Dans le but de déterminer k, nous cherchons un point de la courbe pour lequel la corrélation entre les deux courbes est très bonne. Nous avons choisi de prendre $k = 50$ puisque jusqu’à cette valeur nous avons moins de 1% d’écart entre les deux courbes ce qui fait que le coefficient de corrélation des deux courbes est très proche de 1. En effet, à partir de cette valeur, nous pouvons voir que les deux courbes se séparent et donc, nous voyons que la tension de surface devient non négligeable à partir de cette valeur.

Notre professeur encadrant nous a fait la simulation numérique après lui avoir envoyé les valeurs de différentes constante.

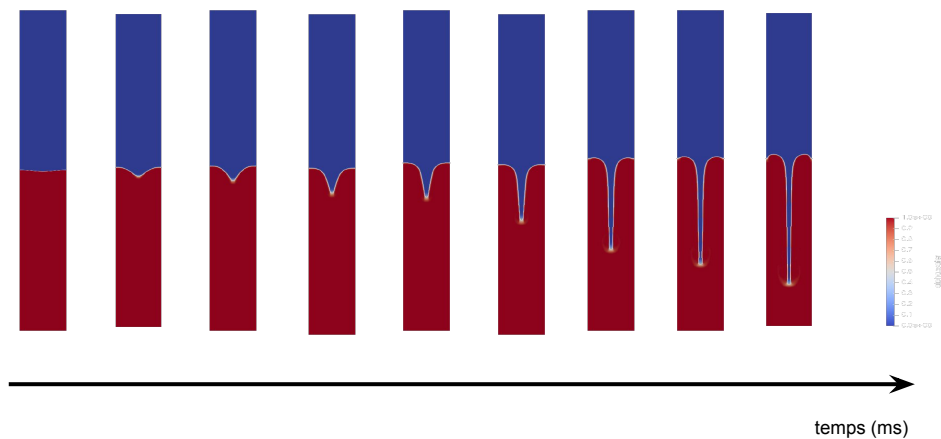


FIGURE 1.7 – Simulation du phénomène de Rayleigh-Taylor pour le cas de l’air et l’eau

Analyse de la modélisation :

En observant les différentes phases de la modélisation, on remarque que le comportement de l’instabilité est différent de celui que nous avons étudié jusque-là. En effet, il n’y a pas de formation d’un champignon comme la forme classique de l’instabilité. Une question se pose donc : pourquoi cette différence de structure ? L’explication peut se trouver dans la différence de densité entre les deux fluides. En effet, en règle générale, les deux fluides utilisés pour mettre en évidence le phénomène sont des fluides de densités proches, comme l’huile et l’eau. Pour cette modélisation, nous avons opté pour des fluides de densités très éloignées : l’air et l’eau. En calculant le nombre d’Atwood, qui caractérise le phénomène, on réalise que sa valeur est très proche de 1.

$$At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{997 - 1,292}{997 + 1,292} = 0,997$$

La très faible densité de l’air fait que la tension de surface de l’interface est totalement négligeable, et les forces s’appliquant qui forment normalement la forme de champignon le sont également. On peut donc caractériser deux formes de l’instabilité, celle en forme de “champignon” et celle en forme de “goutte”. Le paramètre influant sur la forme que prend l’instabilité est le nombre d’Atwood et, subséquemment, la densité de chacun des fluides.

Chapitre 2

Fusion nucléaire

2.1 Principe général

La fusion nucléaire, phénomène découvert au début du XXe siècle, se produit quand deux noyaux atomiques fusionnent pour former un noyau plus lourd. Un tel événement dégage une quantité très importante d'énergie. Cela étant dit, elle est le moyen pour les étoiles de transformer leur carburant en énergie. En effet des millions de fusions nucléaires se produisent à chaque instant à l'intérieur des noyaux d'étoiles, utilisant dans le cas le plus courant deux atomes d'hydrogène pour produire un atome d'hélium. Par exemple, le soleil consomme 500 millions de tonnes d'hydrogène chaque seconde. Cela permet de produire une quantité énorme d'énergie qui contre l'effet de la gravité sur l'étoile, l'empêchant de s'effondrer sur elle-même, et dont une grande partie se dégage sous forme de lumière. Pour les étoiles les plus massives, les fusions nucléaires ne s'arrêtent pas aux atomes d'hydrogène en hélium, mais continuent en utilisant deux atomes d'hélium pour former du carbone ou du béryllium, puis des atomes de carbone en sodium, néon et magnésium et ainsi de suite jusqu'à la fusion d'atomes de fer qui est une réaction endothermique, qui absorbe donc de l'énergie au lieu d'en transmettre, ce qui annule l'effet qui permettait à l'étoile de ne pas s'effondrer sur elle-même. C'est une supernova.

Ce phénomène est sérieusement considéré comme étant une source possible d'énergie pour l'humanité dans le futur. En effet, étant capable de produire des quantités d'énergie semblables à celles de la fission nucléaire (phénomène utilisé dans les centrales nucléaires actuelles, consistant à la séparation d'un noyau d'atome en deux), sans produire de déchets nucléaires et avec un carburant facile d'accès et en quantité quasi-illimitée, cette source d'énergie est plutôt intéressante. Elle permettrait de pallier les problèmes d'énergies non-renouvelables comme l'énergie carbone et de fission nucléaire. Cependant il n'existe actuellement pas de techniques permettant d'effectuer des fusions nucléaires rentables et à rythme élevé (rendement de l'ordre de 0.1 pour 30 minutes par fusion là où il devrait être au minimum égal à 10 pour plusieurs fusions par minute pour être utilisable à l'échelle industrielle).

2.2 Les différentes catégories de confinement

Les différentes techniques de fusion nucléaire artificielle actuelle sont les suivantes :

- fusion par confinement magnétique,
- fusion par confinement inertiel.

La fusion par confinement magnétique consiste à mettre un mélange d'atomes de tritium et de deutérium à l'état de plasma, en le chauffant à l'aide d'ondes magnétiques tout en les confinant à l'aide de champs magnétiques, extérieurs ou directement créés par le plasma lui-même. Ces fusions sont effectuées dans des dispositifs appelés tokamaks, autrement dit des chambres toroïdales avec bobines magnétiques. Le confinement a donc pour objectif d'empêcher tout contact avec les parois internes et d'éviter tout refroidissement. L'énergie est récupérée sous forme de chaleur à l'aide des neutrons grâce aux parois du tokamak qui contient un fluide dont la vapeur actionne des turbines électriques .

La fusion nucléaire par confinement inertiel est un type de fusion qui consiste en la fusion de matériaux combustibles tels que les atomes de deutérium et de tritium en hélium, grâce au chauffage et à la compression de ces matériaux, confinés dans une capsule, irradiée par des lasers de très haute énergie. Cette fusion par confinement inertiel a pour but de recréer le plus fidèlement possible la fusion nucléaire qui se fait naturellement au

cœur des étoiles. Mais, revenons plus en détails sur le processus de fusion nucléaire par confinement inertiel. La première étape de la fusion par confinement inertiel est de créer plusieurs capsules sphériques de très petites taille (2 mm de diamètre) et y confiner un mélange de quelques milligrammes de deutérium $2H$ et de tritium $3H$ solide. Ensuite, un très grand nombre de lasers viennent irradier cette sphère avec une puissance d'environ 300 000 milliards de watts. Cette irradiation va engendrer une ablation de la périphérie de la sphère contenant le mélange de deutérium et de tritium solide, ainsi que la création d'une couronne de plasma d'une vingtaine de millions de degrés. Cette couronne de plasma va par la suite absorber les rayonnements laser jusqu'à une certaine densité appelée densité de coupure qui correspond à la densité pour laquelle pulsation du rayonnement laser et pulsation électronique du plasma sont égales. Une fois la densité de coupure atteinte, la couronne va se détendre vers l'extérieur et ainsi créer une force centripète qui va tendre à comprimer et chauffer la partie interne de la couronne qui est encore dense à ce stade puisqu'elle n'a pas été atteinte par le laser.

Cette partie interne de la couronne appelée cœur va être par conséquent comprimé jusqu'à des densités très largement supérieures à celles du mélange de deutérium et de tritium solide, et chauffée à des températures colossales d'environ cent millions de degrés (10 kilo électronvolts). Un nombre important de fusions des noyaux de deutérium et de tritium sont causées par cette forte augmentation de température et de densité. Par suite le cœur s'enflamme pendant un très bref moment avant d'exploser sous forme d'énergie thermonucléaire.

2.3 Application de l'Instabilité de Rayleigh-Taylor à la fusion nucléaire

Lors de la mise en place de la Fusion par Confinement Inertiel (FCI), un problème majeur se manifeste. La capsule est chauffée à très haute température par les lasers, et ce afin d'atteindre l'implosion de la capsule. On a une ablation de la surface externe de la capsule, qui prend la forme d'un plasma. Ce plasma de faible densité est accéléré par les lasers vers l'intérieur de la capsule. On a donc une évolution thermique non linéaire à l'interface entre le plasma et l'intérieur de la capsule. En conséquence, on a un front thermique appelé front d'ablation entre la matière de l'intérieur de la capsule qui est dense et relativement froide et la matière extérieure qui est chaude et peu dense. L'interface subissant une accélération due à la réaction du plasma à l'action des lasers, on a une manifestation de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. En effet, le plasma est accéléré vers l'intérieur de la capsule. Cependant, cette instabilité est plus complexe que les cas que nous avons pu étudier précédemment, puisque le fort gradient de température implique des effets de convection. De plus, les conditions extrêmes de pression et de température du plasma causent le développement d'un deuxième front d'ablation, cette fois vers l'extérieur de la capsule. Ces instabilités peuvent mener à une rupture de la capsule, ce qui rend impossible le confinement et la compression du deutérium, empêchant le phénomène de fusion. Il est donc indispensable de mieux comprendre ces instabilités pour les prévenir et espérer parvenir à la maîtrise de la fusion nucléaire. Cependant, le problème de la complexité du phénomène se pose : il faut trouver un moyen de modéliser la réaction, afin d'identifier les paramètres qui l'influencent. Pour ce qui est de la modélisation, en approchant le phénomène comme un phénomène linéaire, il est possible de faire une estimation de l'évolution de l'instabilité à partir de paramètres initiaux. Le principal avantage est alors de pouvoir prévoir l'évolution du système sans réaliser d'expérience, ce qui est un très bon outil de préparation et permet de limiter le nombre d'expériences, qui sont très coûteuses. Un autre paramètre sur lequel il est possible d'influer est la matière dont est constituée la capsule. Cet élément, appelé ablateur, est généralement un polymère ou un hydrogène. Des études ont montré que la stabilité de la capsule était augmentée par l'utilisation de matériaux de faible numéro atomique.

Conclusion et perspectives

Durant notre projet, nous avons étudié un système de deux fluides, notamment au niveau de leur interface où a lieu un phénomène d'instabilité : l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Étant une instabilité compliquée, nous avons observé ses effets dans diverses situations afin de mieux la comprendre. Une fois l'instabilité bien comprise et maîtrisée, nous nous sommes tournés vers une de ses applications majeures et actuelles : la fusion nucléaire. La fusion nucléaire est un enjeu pour la production d'énergie dans le futur, permettant de produire énormément d'énergie décarbonée sans déchets nucléaires. Nous avons appris que l'instabilité intervient dans la fusion par confinement inertiel, durant laquelle une interface entre deux plasmas est sujette à cette instabilité.

Cette expérience nous a permis à chacun d'apprendre à faire des recherches documentaires scientifiques avancées de manière autonome. Nous avons dû vérifier les sources, croiser les informations pour pouvoir résumer en perdant le moins de connaissances. Elle nous a aussi permis d'apprendre à organiser le travail en groupe, la répartition des tâches, et la communication de projet afin de pouvoir être le plus efficace possible .

Nous pourrions à nouveau nous intéresser à ce projet dans les années futures car la fusion nucléaire étant une promesse d'énergie viable en constante évolution, de nouveaux procédés de confinement inertiel sont en cours de développement. Les connaissances acquises durant ce projet pourraient nous aider à bien comprendre ces derniers.

Bibliographie

- [1] Basics : Rayleigh-taylor.
- [2] Crab_nebula.
- [3] Instabilité de rayleigh-taylor. Page Version ID : 203055967.
- [4] John william strutt rayleigh. 1.2
- [5] Rayleigh taylor phenomenon. 1.1
- [6] Sir-geoffrey-ingram-taylor. 1.3
- [7] Keltoum Boutrouft. Rayleigh-taylor like thermal instabilities in supercritical fluids. Published : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00002349/document>.
- [8] CEA. Une étape historique pour la fusion inertielle. Publisher : CEA.
- [9] Barthélémy Delorme. Etude expérimentale des conditions initiales de l'instabilité de rayleigh-taylor au front d'ablation en fusion par confinement inertiel.
- [10] Hugues Egly. Contribution à la modélisation et à la simulation des instabilités de type rayleigh-taylor ablatif pour la FCI. page 141.
- [11] H. J. Kull. Theory of the rayleigh-taylor instability. 206(5) :197–325.
- [12] Hyun Geun Lee, Kyoungmin Kim, and Junseok Kim. On the long time simulation of the rayleigh–taylor instability. 85(13) :1633–1647. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.3034>.
- [13] D.H. Sharp. An overview of rayleigh-taylor instability. 12(1) :3–18.
- [14] Carlos Yáñez Vico. Hydrodynamic stability theory of double ablation front structures in inertial confinement fusion.