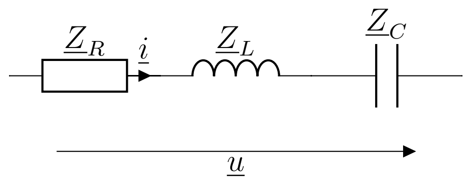
Chapitre 4 - Exemple IV.3 Association d'impédances en série

On associe une résistance, une bobine et un condensateur en série.



On peut écrire l'impédance de l'ensemble des trois dipôles :

$$\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$$

En utilisant les expressions des impédances des dipôles, on obtient :

$$\underline{Z} = R + j\,L\,\omega + \frac{1}{j\,C\,\omega} = R + j\left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)$$

On suppose connue la tension $u(t) = U_{max}\cos(\omega\,t)$ en choisissant l'origine des phases telle que $\phi_u = 0$ (phase à l'origine de la tension).

On cherche l'expression de $i(t) = I_{max}\cos(\omega\,t + \phi_i)$.

C'est à dire, on cherche son amplitude I_{max} et la phase à l'origine ϕ_i.

Par définition de l'impédance, $|\underline{Z}| = \frac{U_{max}}{I_{max}}$ et $Arg(\underline{Z}) = Arg(\underline{u}) - Arg(\underline{i}) = \omega\,t - (\omega\,t + \phi_i) = -\phi_i$.

L'expression précédente donne

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}$$

$$Arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\frac{L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}}{R}\right)$$

On en déduit

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{|\underline{Z}|} = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}}$$

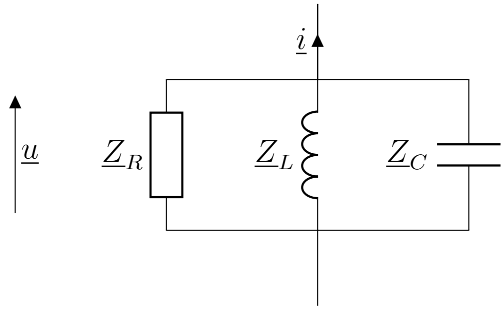
$$\phi_i = -Arg(\underline{Z}) = -\arctan\left(\frac{L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}}{R}\right)$$

.

$$\boxed{i(t) = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2}}\cos\left(\omega\,t - \arctan\left(\frac{L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}}{R}\right)\right)}$$

Chapitre 4 - Exemple IV.4 Association d'impédances en parallèle

On associe une résistance, une bobine et un condensateur en parallèle.



On peut écrire l'impédance de l'ensemble des trois dipôles :

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_R} + \frac{1}{\underline{Z}_L} + \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{\underline{i}}{\underline{u}}$$

En utilisant les expressions des impédances des dipôles, on obtient :

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\,L\,\omega} + \frac{1}{\frac{1}{j\,C\,\omega}}$$

On suppose connue la tension $u(t) = U_{max}\cos(\omega\,t)$ en choisissant l'origine des phases telle que $\phi_u = 0$ (phase à l'origine de la tension).

On cherche l'expression de $i(t) = I_{max}\cos(\omega\,t + \phi_i)$.

C'est à dire, on cherche son amplitude I_{max} et la phase à l'origine ϕ_i.

Par définition de l'impédance, $\left|\frac{1}{\underline{Z}}\right| = \frac{1}{|\underline{Z}|} = \frac{I_{max}}{U_{max}}$

et $Arg(\frac{1}{\underline{Z}}) = Arg(\underline{i}) - Arg(\underline{u}) = (\omega\,t + \phi_i) - \omega\,t = \phi_i$.

L'expression précédente donne

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + j\left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)$$

$$\left|\frac{1}{\underline{Z}}\right| = \frac{1}{|\underline{Z}|} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)^2}$$

$$Arg\left(\frac{1}{\underline{Z}}\right) = \arctan\left[R\left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)\right]$$

On en déduit

$$I_{max} = \frac{1}{|\underline{Z}|}U_{max} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)^2}\,U_{max}$$

$$\phi_i = Arg\left(\frac{1}{\underline{Z}}\right) = \arctan\left[R\left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)\right]$$

.

$$\boxed{i(t) = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)^2}\,U_{max}\cos\left(\omega\,t + \arctan\left[R\left(C\,\omega - \frac{1}{L\,\omega}\right)\right]\right)}$$