Correction du DS. de P1-1 du 16 juin 2022

Partie A

Exercice 1 : L'entropie dans la cuisine

1a) La première identité thermodynamique s'écrit $\boxed{\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S - P\mathrm{d}V}$.
1b) Le volume d'une phase condensée est constant. L'équation d'état est donc: $V = V_0 = \textit{constante}$ et sa difffférentielle $\boxed{\mathrm{d}V = 0}$.
1c) L'énergie interne d'une phase condensée incompressible indilatable ne dépend que de sa température: $\boxed{\mathrm{d}U = C\mathrm{d}T}$.

1d) On a donc $\boxed{\mathrm{d}S = \dfrac{\mathrm{d}U}{T} = \dfrac{C}{T}\mathrm{d}T}$.

2a) Le réfrigérateur étant un thermostat, la température finale est celle du réfrigérateur, $\boxed{T_f = T_r}$.
2b) On intégre la différentielle trouvée à la question **1d)** et on obtient $S(T) = C\,\ln T + k = m\,c\,\ln T + k$, avec k une constante et c la capacité thermique massique de l'eau.

On calcule la variation d'entropie: $\boxed{\Delta S = S_f - S_i = m\,c\,\ln\dfrac{T_f}{T_i} = m\,c\,\ln\dfrac{T_r}{T_a}}$.

<u>Application numérique:</u> $\boxed{\Delta S = \text{-72.7 J.K}^{-1}}$.

2c) On a $S^{ech} = \dfrac{Q}{T_{ext}}$.
Pour trouver le transfert thermique, on utilise le premier principe pour les transformations isobares (la transformation se déroule à la pression atmosphérique constante): $\Delta H = Q$ et $\Delta H = C(T_f - T_i)$ pour une phase condensée.
La température extérieure est fixée par le réfrigérateur (thermostat): $T_{ext} = T_r$.

On obtient donc: $\boxed{S^{ech} = m\,c\,\dfrac{T_r - T_a}{T_r}}$.

<u>Application numérique:</u> $\boxed{S^{ech} = \text{-76,0 J.K}^{-1}}$.

2d) On a $S^{cr} = \Delta S - S^{ech}$ (deuxième principe de la thermodynamique).
<u>Application numérique:</u> $\boxed{S^{cr} = \text{3,3 J.K}^{-1}}$.

2e)

- $\Delta S < 0$: le désordre diminue dans le système (à cause de la diminution de température).
- $S^{ech} < 0$ car $Q < 0$: l'eau (corps chaud) fournit un transfert thermique au milieu extérieur (réfrigérateur, corps froid).
- $S^{cr} > 0$: la transformation est **irréversible**, ce qui est attendu à cause du transfert thermique spontané entre les deux corps initialement à des températures différentes.

Exercice 2 : Etude d'un compresseur

1a) La deuxième identité thermodynamique s'écrit $\boxed{\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}P}$. Un gaz parfait suit la deuxième loi de Joule et donc $\mathrm{d}H = C_p\mathrm{d}T$ ce qui donne: $\mathrm{d}S = \dfrac{C_p}{T}\mathrm{d}T - \dfrac{V}{T}\mathrm{d}P = \dfrac{C_p}{T}\mathrm{d}T - \dfrac{nR}{P}\mathrm{d}P$.
Avec les grandeurs massique la relation s'écrit, $\mathrm{d}s = \dfrac{c_p}{T}\mathrm{d}T - \dfrac{R}{MP}\mathrm{d}P = \dfrac{c_p}{T}\mathrm{d}T - \dfrac{r}{P}\mathrm{d}P$.
En intégrant on trouve, $\boxed{s = c_p\,\ln T - r\,\ln P + k}$, avec k une constante.

1b) Par définition, le rapport isentropique s'écrit $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ et on a la relation de Mayer, $c_p - c_v = r$.

On en déduit: $r = c_p \dfrac{\gamma - 1}{\gamma}$.

2a) La transformation dans le compresseur est adiabatique réversible et on considère le fréon comme un gaz parfait. On peut donc utiliser la relation de Laplace : $P_1^{1-\gamma} T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} T_2^{\gamma}$

ce qui donne, $T_2 = T_1 \left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

Application numérique: T_2=332 K.

2b) On écrit le premier principe industriel pour le fréon dans le compresseur. On néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle. Comme la transformation est adiabatique, $q = 0$.
Finalement, $h_2 - h_1 = w_u$. La deuxième loi de Joule donne $h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$.
ce qui donne, $w_u = c_p(T_2 - T_1)$.

Application numérique: w_u=30,2 kJ.kg^{-1}.

2c) La transformation étant réversible, l'entropie créée est nulle.

3a) On peut de nouveau appliquer le premier principe industriel et on trouve $w'_u = c_p(T'_2 - T_1)$.

ce qui donne, $T'_2 = T_1 + \dfrac{w'_u}{c_p}$.

Application numérique: T'_2=338 K.

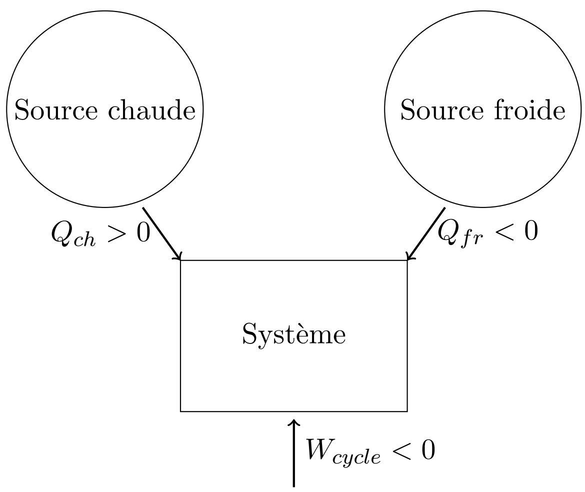
3b) La transformation est toujours adiabatique donc l'entropie échangée est nulle et le deuxième principe de la thermodynamique donne $s^{cr'} = \Delta s$.
Et, d'après la question 1a), $\Delta s = c_p \ln \dfrac{T'_2}{T_1} - r \ln \dfrac{P_2}{P_1}$.

Application numérique: $s^{cr'}$=10,3 J.K^{-1}.kg^{-1}.
L'entropie créée est positive, donc en réalité la compression est irréversible.

Partie B

Exercice 3 : Moteur Diesel

1a)



1b) Pour un moteur (avec un travail reçu négatif), le rendement s'écrit: $\rho = \dfrac{|energie\,utile|}{|energie\,couteuse|} = \dfrac{-W_{cycle}}{Q_{ch}}$.
Le moteur convertit un transfert thermique en travail mécanique.

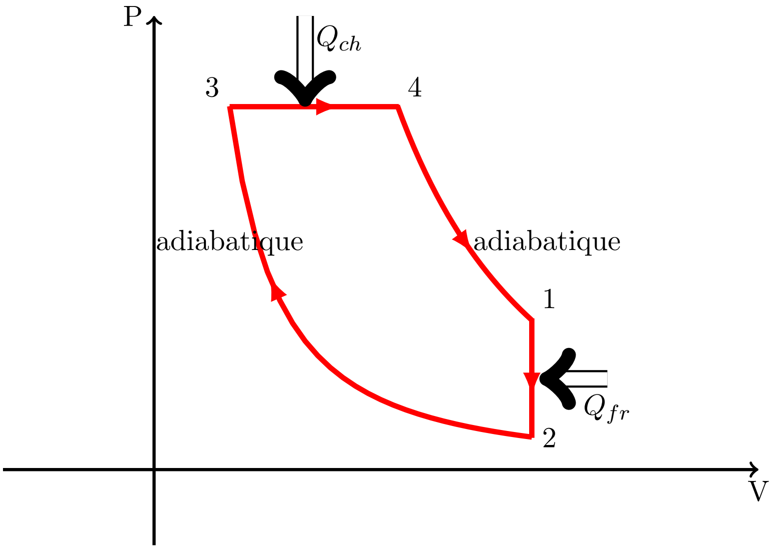
1c) On écrit le premier principe et le second principe pour un cycle. Comme U et S sont des fonctions d'état, on a $\Delta U_{cycle} = 0$ et $\Delta S_{cycle} = 0$. Et l'entropie crée est nulle pour une machine de Carnot (transformations réversibles).

- Premier principe: $W_{cycle} + Q_{ch} + Q_{fr} = 0$
- Deuxième principe: $\dfrac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \dfrac{Q_{ch}}{T_{ch}} = 0$

En combinant les deux expressions dans l'expression précédente du rendement, on trouve le rendement de Carnot: $\rho_c = 1 - \dfrac{T_{fr}}{T_{ch}}$

1d) La machine de Carnot est une machine idéale où toutes les transformations sont réversibles.

2a) Diagramme de Clapeyron (P,V):



Le cycle est orienté dans le sens horaire, ce qui correspond bien à un comportement moteur.

2b) En écrivant le premier principe $W_{cycle}+Q_{ch}+Q_{fr} = 0$, le rendement du moteur peut s'écrire: $\rho = 1 + \dfrac{Q_{fr}}{Q_{ch}}$.

2c) On écrit le premier principe pour les transformations $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ et on utilise les deux lois de Joule (le système étant considéré comme un gaz parfait).

- $1 \rightarrow 2$ transformation isochore ($W = 0$): $\Delta U = C_v(T_2 - T_1) = Q_{fr}$, ce qui donne $Q_{fr} = \dfrac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$
- $3 \rightarrow 4$ transformation isobare: $\Delta H = C_p(T_4 - T_3) = Q_{ch}$, ce qui donne $Q_{ch} = \dfrac{\gamma\, nR}{\gamma - 1}(T_4 - T_3)$

On injecte ces expressions dans le rendement et on trouve:

$$\rho = 1 + \frac{1}{\gamma}\frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3}.$$

2d) Entre 1 et 2, le système est en contact avec l'atmosphère donc $T_2 = T_0$.
Par définition de α, $T_4 = \alpha\, T_0$.
Pour trouver les deux autres températures T_3 et T_1, il faut utiliser le fait que les transformations $2 \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$ sont adiabatiques réversibles et écrire la relation de Laplace.

- $2 \rightarrow 3$: $T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_2 \left(\dfrac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$, ce qui donne $T_3 = T_0 \tau^{\gamma-1}$.

- $4 \to 1$: $T_1 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1}$,

  or $P_3 = P_4$ (transformation isobare), ce qui donne $\frac{T_3}{V_3} = \frac{T_4}{V_4} \Rightarrow V_4 = V_3 \frac{T_4}{T_3} = V_3 \frac{\alpha T_0}{T_0 \tau^{\gamma-1}} = V_3 \alpha \tau^{1-\gamma}$

  Finalement, $T_1 = T_4 \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \alpha T_0 \left(\frac{V_3 \alpha \tau^{1-\gamma}}{V_2}\right)^{\gamma-1}$ ($V_1 = V_2$, transformation isochore)

  et $\frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{\tau} = \tau^{-1}$, ce qui donne $T_1 = T_0 \alpha^\gamma \tau^{-\gamma(\gamma-1)}$.

On insère les expressions des températures dans l'expression du rendement trouvée à la question précédente, et on trouve l'expression demandée:

$$\rho = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{1 - \alpha^\gamma \tau^{\gamma-\gamma^2}}{\alpha - \tau^{\gamma-1}}.$$

3a) On a trouvé à la question **2c)**, $Q_{ch} = C_p(T_4 - T_3)$, ce qui donne $T_4 = T_3 + \frac{Q_{ch}}{C_p}$.

Application numérique: T_4=3370 °C = 3640 K.

3b) On a $\alpha = \frac{T_4}{T_0} = 12,2$ et $\tau = 14$. On fait l'application numérique avec l'expression du rendement et on trouve ρ=49,7 %.

3c) D'après l'expression du rendement d'un moteur, on a $W_{cycle} = -\rho\, Q_{ch}$.

Application numérique: W_{cycle}=-3,18 MJ.

La puissance développée par le moteur $\mathcal{P}$ correspond au travail fourni ($-W_{cycle}$) par unité de temps: $\mathcal{P} = \frac{-W_{cycle}}{\Delta t}$ avec Δt la durée d'un cycle.

Comme le moteur fait un tour par cycle, il y a 102 cycles par minute (60 secondes), ce qui donne $\Delta t = \frac{60}{102}$=0,59 s.

et pour la puissance, $\mathcal{P}$=5,41 MW.

3d) On calcule le rendement de Carnot avec T_0 la température froide et T_4 la température chaude. On trouve $\rho_c = 1 - \frac{T_0}{T_4}$= 91,8 %.

On trouve bien $\rho < \rho_c$, ce qui est attendu puisque le rendement de Carnot est le rendement maximal possible pour une machine fonctionnant entre ces deux températures.

3d) On doit fournir la même quantité de chaleur pour obtenir le même travail (le rendement ne change pas avec le changement de combustible).

Par définition du PCS (pouvoir calorifique), on a $Q_{ch} = m_{GN} \times PCS$, ce qui donne $m_{GN} = \frac{Q_{ch}}{PCS} = \frac{6,40}{56} = 114$ g.

En plus de réduire les émissions de gaz polluants, on doit brûler moins de gaz naturel que de fioul lourd pour obtenir le même travail.