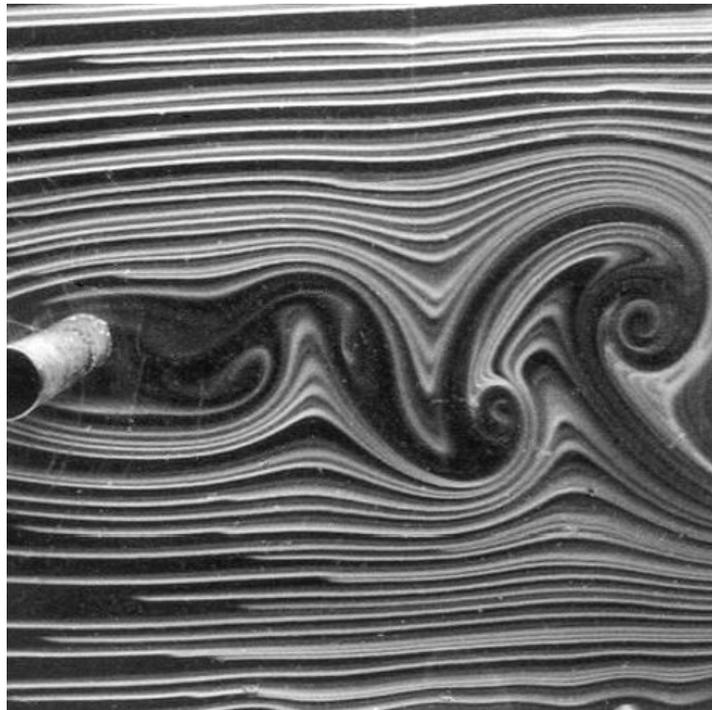


*Projet de Physique P6*  
*STPI/P6/2022 – 30*

**INTRODUCTION À LA TURBULENCE**



**Étudiants :**

**Loïc CHERON      Romain MEGRET**

**Nathan HAGNERE      Alexis MOLINIE**

**Oanig JEGOU      Yousra SAID**

**Enseignant-responsable du projet :**

**Majd ARMALY**



Date de remise du rapport : **11/06/2022**

Référence du projet : **STPI/P6/2022 – 030**

Intitulé du projet : ***Introduction à la turbulence***

Type de projet : ***Bibliographique et expérimental***

Objectifs du projet :

- ★ ***Introduction à la turbulence au travers de la dynamique des fluides***
- ★ ***Etude expérimentale des phénomènes de turbulence en laboratoire***
- ★ ***Utilisation de logiciels de traitement de données (BSA Fluid Software)***

Mots-clefs du projet :

- ★ ***Décomposition de Reynolds***
- ★ ***Écoulements Turbulents***
- ★ ***Expérience (LDV)***

## TABLE DES MATIÈRES

<b>1 Préambule historique</b>	<b>6</b>
<b>2 Introduction</b>	<b>8</b>
<b>3 Méthodologie/organisation du travail</b>	<b>9</b>
<b>4 Travail réalisé et résultats</b>	<b>10</b>
<b>4.1 Partie théorique</b>	<b>10</b>
4.1.1 Régime laminaire et turbulent	10
4.1.2 Nombre de Reynolds	11
4.1.3 Décomposition de Reynolds	14
4.1.4 Tenseur de Reynolds	15
<b>4.2 Expérience</b>	<b>18</b>
4.2.1 Protocole expérimentale	18
4.2.2 Résultats et Analyse des données	20
4.2.2.1 Décomposition de Reynolds	20
4.2.2.2 Moyenne	21
4.2.2.3 RMS (Root Mean Square)	22
<b>5 Conclusions et perspectives</b>	<b>25</b>
<b>6 Bibliographie</b>	<b>26</b>
<b>7 Annexes</b>	<b>27</b>
<b>7.1 Listings des programmes réalisés</b>	<b>27</b>
<b>7.2 Recherches complémentaires</b>	<b>29</b>
7.2.1 Visualisation du nombre de Reynolds	29
7.2.2 Échelles de turbulence	31
7.2.3 Cascade de Richardson	32
7.2.4 Comment quantifier la turbulence	33
7.2.5 Isotrope et anisotrope	33



## NOMENCLATURE

$\vec{U}$  : vitesse du fluide

$\vec{\nabla}$  : opérateur nabla

$U_c$  : vitesse caractéristique

Re : Nombre de Reynolds

### Lettres grecques:

$\rho$  : masse volumique

$\eta$  : coefficient de viscosité dynamique

$\nu$  : viscosité cinématique

$\varepsilon$  : taux de dissipation moyen de l'énergie de turbulence

$\sigma$  : tenseur des contraintes visqueuses/tenseur de reynolds

### Accentuation :

$\overline{X}$  : grandeur moyennée au sens de reynolds

$X'$  : fluctuation au sens de reynolds

$X^*$  : grandeur adimensionnelle

### Notations :

LDV : Laser Doppler Velocity

TKE : Energie cinétique turbulente

## 1 PRÉAMBULE HISTORIQUE

Les premiers éléments concernant la découverte de la turbulence remontent au XVIème siècle. En effet, les premiers travaux décrivant ce phénomène se rapportent à Léonard de Vinci(1452-1519). On retrouve de celui-ci des dessins illustrant des écoulements de fluide, représentant des vortex, ou encore des tourbillons petits et grands selon l'endroit où ils se situent par rapport au lieu de réalisation du phénomène.

300 ans plus tard, au XVIIIe siècle, le mathématicien et physicien suisse Leonhard Euler (1707-1783), établit dans *Mémoires de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin* (1751-1754) des équations permettant de décrire l'écoulement des fluides parfaits, dans l'approximation des milieux continus, aboutie en 1757.

Vient ensuite un élément majeur dans la description de la turbulence : l'équation de Navier-Stokes, décrivant l'évolution d'un fluide incompressible. L'établissement de cette équation résulte de la combinaison de plusieurs travaux de physiciens. En effet, en 1822, l'ingénieur et mathématicien Henri Navier (1785-1836), a décrit dans son ouvrage *Mémoire sur les lois du mouvement des fluides* (1822), l'expression complète de l'équation de la dynamique des fluides, en incluant la force visqueuse moléculaire dans celle-ci. Finalement, c'est en 1845 que le britannique George Stokes (1819-1903) établit la forme définitive des équations de Navier-Stokes, nommée ainsi en 1934 par Prandtl.

On arrive alors à une des oeuvres majeures de la turbulence : le nombre de Reynolds et les contraintes de Reynolds. Osborne Reynolds, physicien irlandais, définit en 1883 le nombre de Reynolds, rapport entre force d'inerties et de viscosité, permettant de savoir si un écoulement est laminaire ou turbulent. Par la suite il introduit en 1895, en dérivant l'équation moyennée de Navier Stokes, le tenseur de contrainte de Reynolds. Il y a d'ailleurs un paradoxe car l'approximation de Boussinesq (1877), faite 18 ans auparavant, permet d'obtenir une expression de ce tenseur. Ensuite, Prandtl définit en 1904 que pour un important nombre de Reynolds, il existe une couche limite de changement de vitesse telle que loin des limites du solide, la viscosité peut être négligée tandis que à proximité du solide il existe une fine couche visqueuse dans laquelle la viscosité est très importante. La théorie de Prandtl permet alors de séparer le domaine d'écoulement en deux parties. et d'expliquer la transition entre régime laminaire et turbulent. Enfin en 1942, Kolmogorov propose le modèle k- $\omega$ , k étant l'énergie turbulente et  $\omega$  la fréquence, basée sur l'analyse des propriétés locales de la turbulence.

## 2 INTRODUCTION

Dans la vie de tous les jours, nous pouvons observer les phénomènes de turbulence à de nombreuses échelles. On peut citer l'écoulement d'une rivière perturbé par un obstacle comme un rocher, ou encore lorsqu'on se déplace en voiture, l'aérodynamisme de cette dernière créer des turbulences.

La turbulence est un phénomène physique agissant sur l'écoulement d'un fluide dans lequel la vitesse en tout point présente un caractère tourbillonnaire. Ce comportement se caractérise par des mouvements désordonnés, peu prévisibles et surtout chaotiques du fluide.

La mécanique des fluides se décompose en deux parties distinctes, respectivement la statique des fluides, (fluides au repos) et la dynamique des fluides, concernant l'étude des fluides en mouvement. Nous nous attellerons à cette dernière lors de notre projet, dans le but de mieux comprendre l'écoulement des fluides au travers d'expériences et de calculs. On peut par exemple citer la décomposition de Reynolds ou encore l'équation de Navier-Stokes qui démontre la complexité du domaine car c'est une des équations du millénaire, dû à son terme non-linéaire.

L'étude des turbulences nous permet d'une part de mieux prévoir celles-ci, ce qui nous aide à mieux anticiper les phénomènes météorologiques. D'autre part, nous pouvons économiser de l'énergie, en optimisant les systèmes d'aujourd'hui comme les voitures, les avions et autres véhicules.

L'objectif de notre projet est tout d'abord de découvrir les aspects théoriques sur la turbulence, pour ensuite quantifier statistiquement ces phénomènes grâce à une expérience.

### 3 MÉTHODOLOGIE/ORGANISATION DU TRAVAIL

Dans un premier temps, nous nous sommes longuement documentés sur le sujet dans le but de mieux le maîtriser afin de pouvoir réaliser l'expérience dans les meilleures conditions. Aiguillés par notre professeur M.Armaly Majd durant les premières séances, nous avons effectué des recherches sur des thématiques précises de la mécanique des fluides et de la turbulence. Ces recherches nous ont permis d'acquérir des connaissances globales du domaine. Ces dernières ont été peaufinées au fil des séances et retranscrites dans un rapport, que nous envoyons régulièrement à notre professeur de sorte à faire vérifier nos informations. Lors de la séance suivante et après avoir reçu un feedback de la part du professeur référent, nous poursuivions nos recherches.

Au bout de 4 semaines de travail, nous nous sommes rendus au CORIA, accompagnés de notre professeur référent afin de réaliser une expérience. Cela nous a permis de voir concrètement l'effet de la turbulence et donc de mieux interpréter ce que nous avions uniquement vu par écrit auparavant. Grâce aux données acquises lors de l'expérience, nous avons pu mener une étude par ordinateur, afin d'obtenir des résultats et graphiques explicites concernant notre domaine d'étude.

Cependant nous avons rencontré quelques difficultés au cours de ce projet. En effet, le traitement des données récoltées expérimentalement s'est avéré plutôt complexe. Cette complexité résulte du fait que nous avons dû coder un programme permettant de classifier les données en fonction de leur vitesse et leur position.

Enfin, relativement à la répartition du travail, des duos se formaient à chaque séance, selon le sujet d'étude. De ce fait, tout le monde a pu découvrir chaque aspect de la turbulence et étudier le sujet dans son ensemble. En effet, nous relisons le rapport avant chaque cours de sorte que chacun comprenne le travail des autres et nous n'hésitions pas à poser des questions si besoin.

## 4 TRAVAIL RÉALISÉ ET RÉSULTATS

### 4.1 Partie théorique

#### 4.1.1 Régime laminaire et turbulent

Lorsque l'on observe l'écoulement d'une rivière, on peut observer deux phénomènes liés à la turbulence. Dans un premier temps, l'eau peut s'écouler de manière uniforme et ordonnée comme l'écoulement d'un robinet, on parle alors d'écoulement laminaire. Au contraire, lorsque la rivière rencontre des rochers, l'écoulement devient imprévisible, chaotique et des tourbillons se forment, on parle ici d'écoulement turbulent.

Revenons plus précisément sur l'écoulement laminaire. Il désigne un mode d'écoulement uniforme dans lequel les particules de fluide se déplacent toutes dans la même direction et sans aucun mélange entre les couches fluides. Chaque couche élémentaire  $dS$  se verra imposer des forces de viscosité  $d\vec{F}$  suivant  $\vec{x}$  de la forme :  $d\vec{F} = \eta \frac{\partial U_x}{\partial y} dS\vec{x}$ . De plus, lors d'écoulement laminaire, la vitesse en un point est constante, comme montré *Figure 1*. On peut observer ce type d'écoulement lorsqu'on regarde l'eau d'un robinet couler à une vitesse faible.

A l'inverse, lors d'écoulements turbulents, les particules fluides sont caractérisées par un mouvement irrégulier, chaotique. Cette fois-ci, il y a une rupture des couches du fluide et ces dernières se mélangent constamment. Ce mélange de couches s'explique par le caractère tourbillonnaire en tout point de l'écoulement. Des tourbillons de différentes tailles peuvent se former en tout point de l'écoulement. La vitesse est donc une fonction instable du temps qui ne fait que varier de manière chaotique, à l'image de la *Figure 1*. Ainsi au contraire de l'écoulement laminaire, l'écoulement est non-uniforme. Ce type de régime est observable dans les rivières avec des rochers.

Enfin, il existe un régime de transition qui correspond au passage entre régime turbulent et laminaire. Ce régime n'est pas encore très bien compris en mécanique des fluides. Cependant, il correspond à un développement de tourbillons bidimensionnels qui vont par la suite devenir des tourbillons tridimensionnels afin de créer un régime turbulent. La taille de ces tourbillons va augmenter jusqu'à rendre le fluide complètement turbulent.

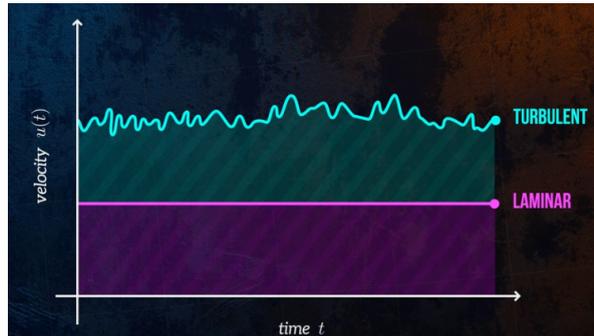


Figure 1 : Vitesse d'écoulement en un point

#### 4.1.2 Nombre de Reynolds

Ainsi, comme nous l'avons vu, un fluide peut être caractérisé par deux modes d'écoulement. On va donc chercher à prédire le type d'écoulement en fonction de la situation étudiée. Pour cela, comme dans la vidéo [5] on va utiliser le nombre de Reynolds dont l'expression va être démontrée à l'aide de l'équation de Navier Stokes suivante :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} \right) = - \vec{\nabla} p + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{U}$$

Dans cette équation, les deux termes à gauche de l'égalité sont responsables du transport du fluide par rapport au temps et à l'espace. Ensuite le  $\vec{\nabla} p$  référence aux forces de pression et  $\eta \vec{\nabla}^2 \vec{U}$  à la dissipation turbulente.

Le but ici est de manipuler cette équation afin de l'exprimer sous forme adimensionnelle. Cela conduira à l'apparition de nombre de Reynolds dans notre équation finale.

Premièrement, divisons les deux côtés par  $\rho$  :

$$\left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} \right) = - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \frac{\eta}{\rho} \vec{\nabla}^2 \vec{U}$$

(ici on reconnaît le terme " $\frac{\eta}{\rho}$ " qui représente la viscosité cinématique).

Introduisons maintenant des grandeurs adimensionnelles.

$$u^* = \frac{U}{U_c}$$

$$x^* = \frac{x}{L}$$

$$t^* = \frac{t}{L/U}$$

$U_c$  représente la vitesse caractéristique

$L$  représente la longueur caractéristique

$u^*$  représente la vitesse adimensionnelle

$x^*$  représente la position adimensionnelle

$t^*$  représente le temps adimensionnel

Maintenant on va transformer chaque terme de l'équation en se focalisant seulement sur la direction  $\vec{x}$  du gradient.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial(U_c u^*)}{\partial t^*} \cdot \frac{\partial t^*}{\partial t} = \frac{U_c^2}{L} \cdot \frac{\partial u^*}{\partial t^*}$$

$$\begin{aligned} (\vec{U} \cdot \vec{\nabla}) \vec{U} &= \vec{U} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} = (U_c u^*) \frac{\partial}{\partial x^*} (U_c u^*) \frac{\partial x^*}{\partial x} = \frac{U_c^2}{L} \cdot u^* \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{U_c^2}{L} \cdot \vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^* \cdot \vec{u}^* \\ - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial x} = - \frac{1}{\rho L} \frac{\partial p}{\partial x^*} \end{aligned}$$

Cette dernière transformation pose un problème :  $p$  n'est pas adimensionnel. Il possède toujours son unité : le Pascal.

Auparavant, on a vu que l'unité de la viscosité  $\eta$  était le Pascal par seconde (Pa.s).

On a donc :

$$p = \frac{\eta \cdot U_c}{L} p^*$$

Et finalement :

$$- \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = - \frac{1}{\rho L} \frac{\eta \cdot U_c}{L} \frac{\partial p^*}{\partial x^*}$$

Pour le dernier terme :

$$\frac{\eta}{\rho} \vec{\nabla}^2 \cdot \vec{U} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \vec{U} = \frac{\eta}{\rho} \frac{U_c}{L^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x \partial x}$$

Maintenant, en rassemblant les termes :

$$\begin{aligned} \frac{U_c^2}{L} \left( \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^* \cdot \vec{u}^* \right) &= - \frac{\eta \cdot U_c}{\rho L^2} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\eta U_c^2}{\rho L^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x \partial x} \\ \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^* \cdot \vec{u}^* &= - \frac{\eta}{\rho L U_c} \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\eta}{\rho L U_c} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x \partial x} \end{aligned}$$

Enfin, l'équation de Navier-Stokes adimensionnée est donnée par :

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \vec{u}^* \cdot \vec{\nabla}^* \vec{u}^* = -\frac{1}{Re} \vec{\nabla}^* p^* + \frac{1}{Re} \vec{\nabla}^* \vec{u}^*$$

A cette étape on identifie grâce à **[6]** le Nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho L U_c}{\eta} = \frac{L U_c}{\nu}$$

La viscosité dynamique d'un fluide incompressible est son aptitude à résister à un écoulement laminaire. On la calcule comme le rapport entre la contrainte de cisaillement  $\tau$  et le gradient de vitesse perpendiculaire au plan de cisaillement :

$$\eta = \frac{\tau}{\frac{dv}{dy}} \text{ en } Pa \cdot s$$

La viscosité cinétique comme est le rapport entre la viscosité dynamique  $\mu$  et la masse volumique du fluide étudié  $\rho$  :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ en } m^2 \cdot s^{-1}$$

Le nombre de Reynolds dépend de plusieurs paramètres tels que la masse volumique du fluide, son coefficient de viscosité dynamique, sa vitesse et enfin la longueur caractéristique du système étudié.

L'inertie du fluide peut se caractériser par son énergie cinétique ( $Ec = \frac{1}{2} m U^2$ ), ces forces sont responsables de l'entraînement plus ou moins important des particules fluides. Ce sont ces dernières qui sont à l'origine de la formation et la propagation des tourbillons. Au contraire, les forces de viscosité agissent comme des forces de frottements qui tendent à dissiper l'énergie sous forme de chaleur. Ainsi le nombre de Reynolds témoigne de l'équilibre entre l'inertie et la viscosité du fluide.

Au regard de la formule du nombre de Reynolds, il faut que la vitesse du fluide domine sur sa viscosité. En effet, dans un fluide en régime turbulent, on observe de nombreuses variations de vitesse importantes. De plus, la présence de tourbillons indique que les forces d'inertie dominent les forces de viscosité comme on peut le voir sur la *Figure 2*. De ce fait, un tourbillon permet de dissiper l'énergie cinétique du fluide (Cf 7.2.3). Ainsi un régime turbulent est défini par un nombre de Reynolds supérieur à 3000.

Dans le cas d'un écoulement laminaire, on constate sur la *Figure 2* que le fluide s'écoule de manière uniforme en couches parallèles. On peut donc conclure que les forces d'inertie sont assez faibles. Si ces forces d'inertie sont faibles, le nombre de Reynolds aura tendance à

tendre vers 0. Un régime laminaire est caractérisé par un nombre de Reynolds inférieur à 2300. De plus, dans ce type d'écoulement les forces visqueuses prédominent, ainsi plus un fluide à une viscosité importante moins il sera difficile d'apercevoir des turbulences venant de celui-ci

Il est aussi possible de trouver des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre 2000 et 3000. Ces valeurs correspondent au régime transitoire, moment où des perturbations se forment jusqu'à devenir des tourbillons, lorsque les forces de viscosité ne sont plus assez importantes pour résorber ces perturbations. Cependant, les valeurs du nombre de Reynolds évoquées ici sont assez approximatives. En effet, elles furent déterminées expérimentalement, on devine donc qu'elles dépendent du système utilisé. Néanmoins, elles permettent de donner une idée et surtout un ordre de grandeur.

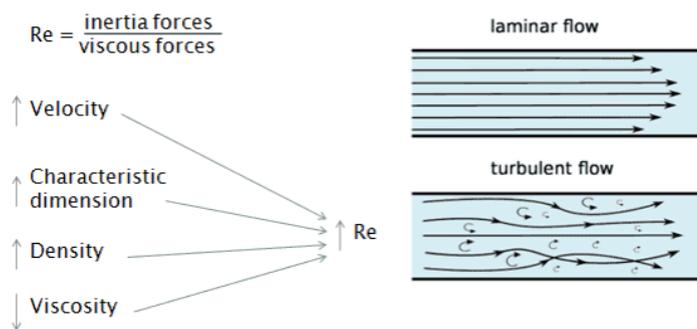


Image tirée de [7]

Figure 2 : Illustration résumant les différents régimes d'écoulement

#### 4.1.3 Décomposition de Reynolds

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires qui décrivent le mouvement des fluides dans l'approximation des milieux continus.

Dans le cadre du traitement de la turbulence l'utilisation de la décomposition de Reynolds appliquée aux solutions de l'équation de Navier-Stokes permet de simplifier le problème en faisant disparaître les fluctuations de périodes et d'amplitudes courtes. On utilise cette dernière lors d'un écoulement turbulent afin de séparer le cas des tourbillons possédant une

haute fréquence de ceux possédant une basse fréquence voire un régime quasi-permanent. On peut représenter cette situation sur un spectre en affichant l'énergie en fonction de la fréquence. Plus la fréquence est élevée, moins il y a d'énergie ce qui correspond aux petits tourbillons et inversement pour les grands tourbillons. Les hautes fréquences ont une contribution moyenne nulle tandis que les basses en ont une variant très peu, voire constante.

On peut donc d'après [8], simplifier la situation grâce à la décomposition de Reynolds :

$$U(t, r) = \bar{U}(t, r) + U'(t, r)$$

où  $\bar{U}$  désigne la moyenne glissante sur l'échelle choisie. Dedans on ne retrouve donc que la contribution moyenne des basses fréquences (les grands tourbillons) car la contribution des autres fréquences est nulle. Quant à  $U'$ , il désigne le terme d'écart par rapport à cette moyenne. Il s'agit du terme fluctuant de la vitesse.

De cette manière on pourra utiliser la moyenne de Reynolds pour simplifier les équations de Navier-Stokes et donc définir plus facilement le mouvement des fluides turbulents.

#### 4.1.4 Tenseur de Reynolds

La turbulence étant un phénomène aléatoire et chaotique, le seul moyen d'obtenir une modélisation déterministe assez précise du phénomène est de moyenniser l'équation régissant le phénomène. On va donc procéder à une étude statique afin d'éliminer les termes non linéaires de l'équation de Navier Stokes, pour cela nous utiliserons la décomposition de Reynolds et les propriétés statistiques ci-dessous :

$$\begin{aligned} \overline{U'} &= 0 \\ \overline{U + V} &= \bar{U} + \bar{V} \\ \overline{U + V} &= \bar{U} \cdot \bar{V} \\ \overline{U} &= \bar{U} \\ \overline{U^2} &\neq 0 \\ \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} &= \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} \\ \overline{U \cdot V} &\neq \bar{U} \cdot \bar{V} \end{aligned}$$

Pour cette démonstration on considère un fluide de masse volumique  $\rho$  constante.

Afin de trouver les contraintes de Reynolds, nous avons utilisé la vidéo [9] qui expliquait la démarche.

Partons de l'équation de conservation de la masse du fluide et de la décomposition de Reynolds:

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \text{ et } U_j = \overline{U_j} + U_j'$$

On peut ensuite substituer  $U_j$  grâce à sa décomposition :

$$\frac{\partial(\overline{U_j} + U_j')}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

Pour ensuite moyenner cette équation :

$$\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j'}}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_j} = 0$$

Or si on substitue ce résultat à **(1)**, on obtient :

$$\frac{\partial U_j'}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

Nous allons maintenant utiliser l'équation de conservation du moment sur X :

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$$

On substitue avec la vitesse et la pression par leur décomposition en terme moyenne et en terme fluctuant :

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U_i'}}{\partial t} + (\overline{U_j} + U_j') \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i} + U_i') \right] = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i'}{\partial x_j} \right)$$

Puis on moyenne l'équation obtenue :

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{U_i'}}{\partial t} + \overline{(\overline{U_j} + U_j') \frac{\partial (\overline{U_i} + U_i')}{\partial x_j}} \right] = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i'}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

Or

$$\overline{(\overline{U_j} + U_j') \frac{\partial (\overline{U_i} + U_i')}{\partial x_j}} = \overline{\overline{U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}} + \overline{\overline{U_j} \frac{\partial U_i'}{\partial x_j}} + \overline{U_j' \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}} + \overline{U_j' \frac{\partial U_i'}{\partial x_j}}$$

$$\overline{(\overline{U_j} + U_j') \frac{\partial (\overline{U_i} + U_i')}{\partial x_j}} = \overline{\overline{U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}} + \overline{U_j' \frac{\partial U_i'}{\partial x_j}}$$

Puis on ajoute le terme égal à 0 de l'équation **(2)** pour simplifier l'expression :

$$\overline{(\overline{U_j} + U_j') \frac{\partial (\overline{U_i} + U_i')}{\partial x_j}} = \overline{\overline{U_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}} + \overline{U_j' \frac{\partial U_i'}{\partial x_j}} + \overline{U_i' \frac{\partial U_j'}{\partial x_j}}$$

$$\overline{(\overline{U}_j + U_j')} \frac{\partial(\overline{U}_i + U_i')}{\partial x_j} = \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{U}_i' U_j')}{\partial x_j}$$

Ainsi en remplaçant dans (3) :

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial(\overline{U}_i' U_j')}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \right)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i' U_j'})$$

Ainsi en comparant à l'équation de conservation du moment de X, l'expression moyennée a permis de faire apparaître un terme :  $-\rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i' U_j'})$  représentant le tenseur de Reynolds,

dont l'expression est :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \overline{U_x'^2} & \overline{U_x' U_y'} & \overline{U_x' U_z'} \\ \overline{U_x' U_y'} & \overline{U_y'^2} & \overline{U_y' U_z'} \\ \overline{U_x' U_z'} & \overline{U_y' U_z'} & \overline{U_z'^2} \end{bmatrix}$$

Les termes carré représentent les contraintes normales au fluide, tandis que les autres représentent les contraintes tangentielles. Parmi ces termes, on peut identifier les "Reynolds's stresses" :  $\overline{U_x'^2}$  ;  $\overline{U_x' U_y'}$  ;  $\overline{U_x' U_z'}$  qui permettent de simplifier l'équation de Navier Stokes . Ce tenseur permet donc de connaître à chaque point les contraintes imposées au fluide en ne connaissant que les termes fluctuant en ces points. De plus on peut reconnaître le terme de contrainte de cisaillement :  $\mu \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}$  dans l'équation finale. Ainsi on pourra définir tous les efforts s'exerçant sur chaque particule en tout point du fluide grâce au tenseur de Reynolds

Finalement, toute cette partie théorique nous a permis de comprendre les phénomènes de turbulence pour les mettre en application dans la partie expérimentale. Des recherches complémentaires à la turbulence peuvent se retrouver en annexe

## 4.2 Expérience

### 4.2.1 Protocole expérimentale

L'objectif de cette étude est la quantification du phénomène de turbulence. Pour cela, nous allons mesurer expérimentalement des vitesses d'écoulement en plusieurs points (11 dans notre cas) pour ensuite faire une moyenne des vitesses mesurées en chaque point. Notre analyse est réalisée sur la base de mesures LDV (Laser Doppler Velocimetry) afin de caractériser l'écoulement du fluide.

Initialement, nous injecterons du fluide à une vitesse de 4 m/s puis de 8 m/s et enfin de 12 m/s. Pour chaque vitesse d'écoulement, nous allons faire varier la position horizontale du point étudié de 5 mm, ainsi la position du point sera comprise entre -25mm et +25mm. Pour chaque point nous réaliserons une mesure à chaque vitesse de fluide, soit 3 mesures par point. Ainsi, après avoir réalisé 33 mesures, nous modifions la distance cylindre-laser. Cette expérience est répétée 3 fois; soit un total de 99 mesures.

On utilise le logiciel BSA FLOW Software afin de réaliser l'acquisition des mesures. On relève 10 000 valeurs lors de l'acquisition pour une position. On va ensuite mener une étude statistique sur ces valeurs afin d'obtenir la vitesse moyenne.

Le traitement de données sera fait grâce à un programme en langage Pascal (Cf annexe 7.1) et l'étude statistique sera effectuée grâce au logiciel Calc.

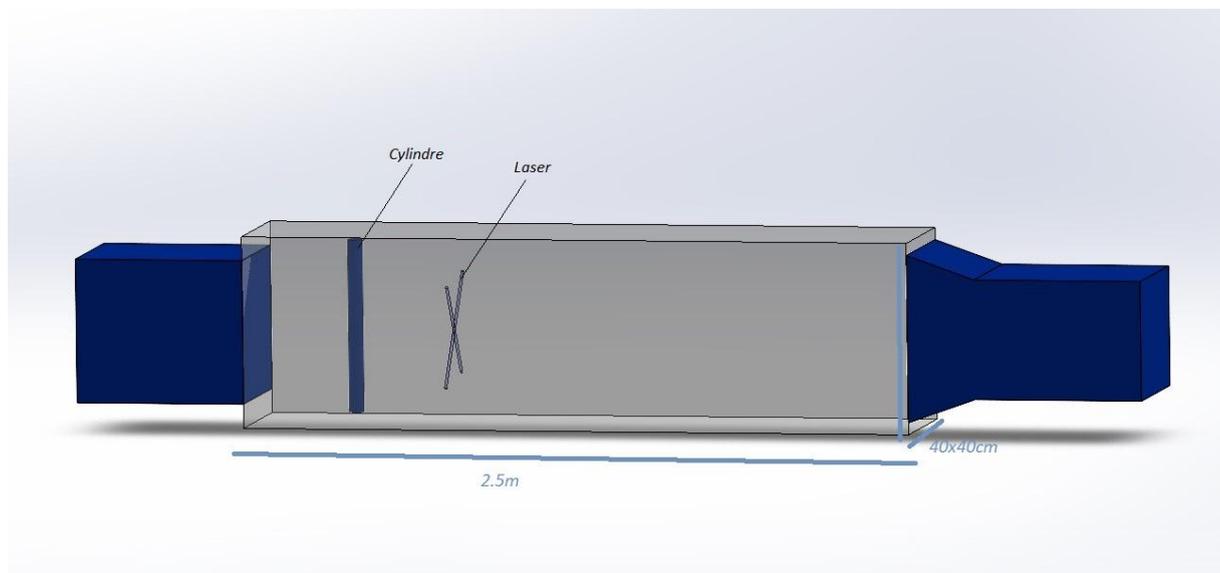


Figure 3 : Modélisation 3D du dispositif expérimental

### **Matériels de mesure:**

L'écoulement d'air est généré dans un circuit fermé rectangulaire de 2,5m de long et de section carrée. La vitesse d'écoulement de l'air est gérée en réglant la fréquence du moteur de la pompe comme on peut le voir sur ce graphique :

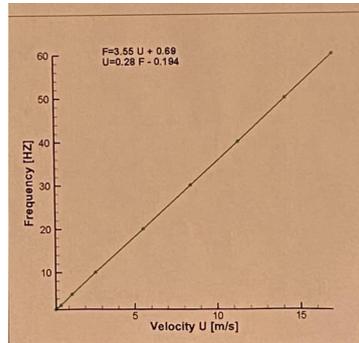


Figure 4

Afin de générer la turbulence, nous plaçons un cylindre de diamètre 1 cm à environ 3 cm (position 1) de notre point de mesure, puis à 6 cm (position 2) et finalement à 9 cm (position 3) pour observer si la position du cylindre par rapport à l'endroit de mesure influence les turbulences. On peut par la suite calculer le nombre de Reynolds pour chaque vitesse du fluide :

Pour 4 m/s :  $Re = 4 \cdot 0,01 / 15,6 \cdot 10^{-6} = 2564$

Pour 8 m/s :  $Re = 8 \cdot 0,01 / 15,6 \cdot 10^{-6} = 5128$

Pour 12 m/s :  $Re = 12 \cdot 0,01 / 15,6 \cdot 10^{-6} = 7692$

On constate que dans les 3 cas, le nombre de Reynolds est supérieur à 2300, ce qui signifie qu'on se trouve bien en écoulement turbulent.



Figure 5 : Dispositif pour l'expérience

## 4.2.2 Résultats et Analyse des données

### 4.2.2.1 Décomposition de Reynolds

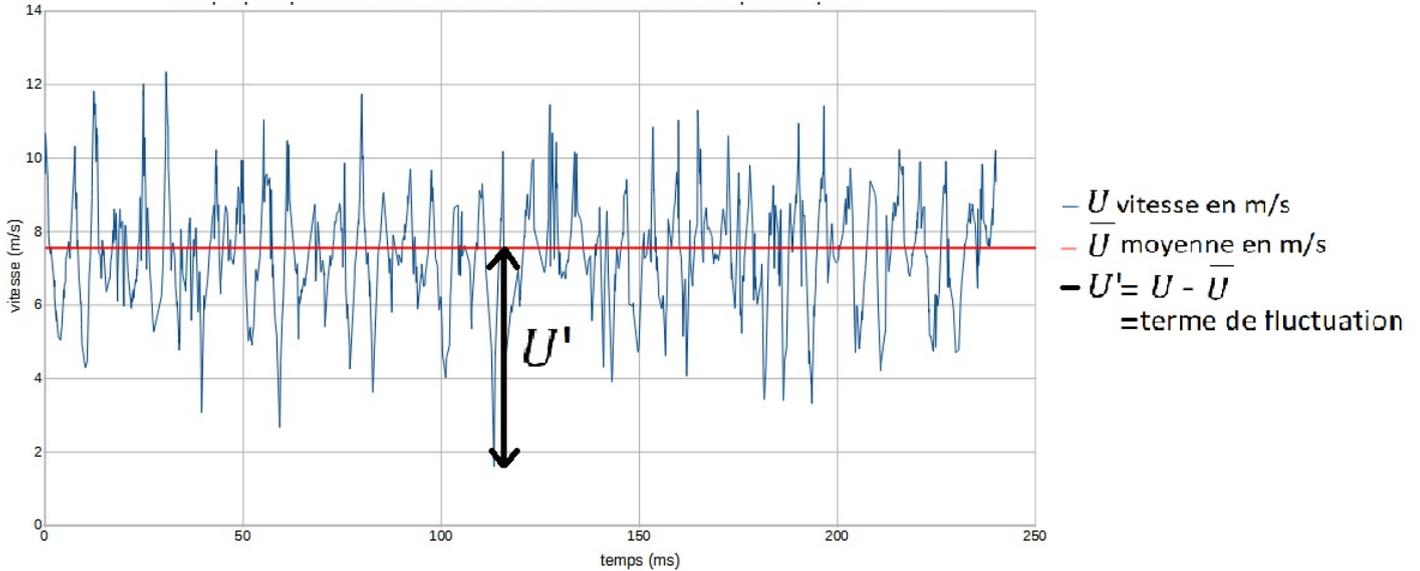


Figure 6 : Graphique représentant la fluctuation de la vitesse au cours du temps en un point

Moyenne	Variance
7.552 m/s	1.626 m/s

D'après ce graphique, obtenu avec la position 1 du cylindre et un écartement de 10 mm du laser par rapport à l'axe, on peut visualiser des changements de vitesse aléatoire tout au long de la mesure. Ces nombreuses variations traduisent la présence de turbulences, nous sommes donc bien au sein d'un écoulement chaotique. On peut donc mesurer  $U'$ , le terme de fluctuation (comme montré ci-dessus), qui est donc l'écart entre la valeur de la vitesse mesurée et la vitesse moyenne sur l'ensemble des vitesses.

### 4.2.2.2 Moyenne

#### Graphes des valeurs moyennes obtenues

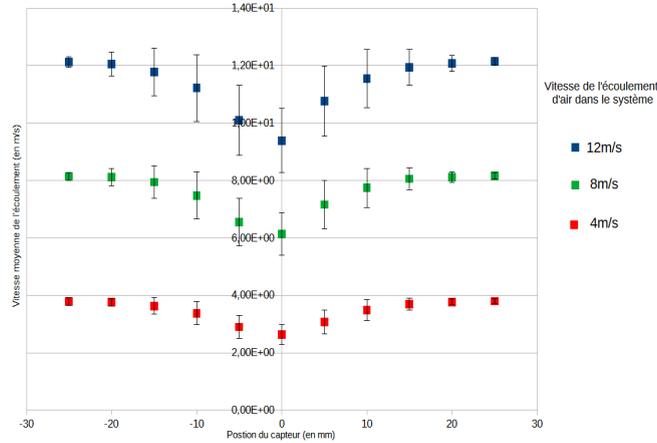


Figure 7 : Vitesses moyennes en fonction de la distance transversale

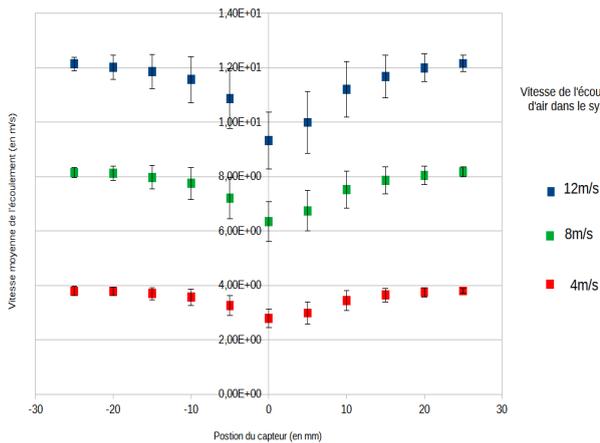


Figure 8 : Vitesses moyennes en fonction de la distance transversale

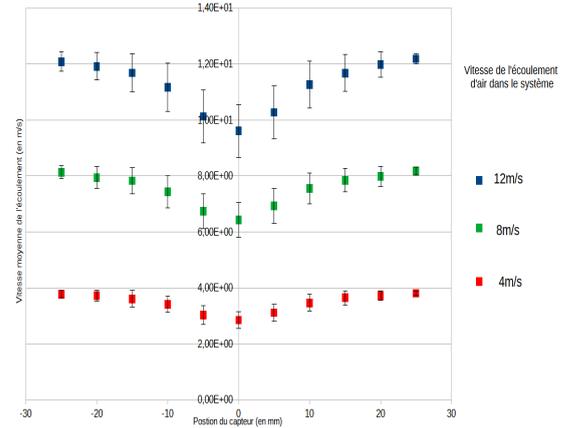


Figure 9 : Vitesses moyennes en fonction de la distance transversale

Ces trois graphiques, *Figure 7, 8 et 9*, représentent la vitesse d'écoulement en fonction de la position du laser pour les 3 vitesses données, 4 m/s en rouge, 8 m/s en vert et 12 m/s en bleu. Pour la *Figure 7*, le cylindre est positionné axialement à 3 cm du laser, sur la *Figure 8* il est à 6 cm et 9 cm pour la *Figure 9*.

Pour les *Figures 7, 8, 9* obtenues, on peut voir que les courbes représentant chaque vitesse sont progressivement décroissantes de la position -25 à 0 et puis progressivement croissantes de 0 à 25.

D'après ces 3 Figures (7, 8, 9), on se rend compte que plus on s'approche de l'alignement capteur/cylindre, (c'est-à-dire la position du capteur à 0 mm) plus la vitesse moyenne mesurée est faible, il y a donc création d'une traînée de turbulence par le cylindre.

On remarque que pour la Figure 9 avec une vitesse dans le dispositif de 12 m/s, celle-ci est réduite à 9.5 m/s derrière le cylindre, alors que pour 4 m/s elle n'est réduite qu'à 3 m/s. On peut donc déduire que plus la vitesse d'écoulement de l'air est importante dans le dispositif, plus la vitesse mesurée juste derrière le cylindre est diminuée. On peut alors lier l'importance des phénomènes de turbulence à la vitesse de l'écoulement de l'air. De plus, les barres d'erreurs sur chaque point représentent la fluctuation des valeurs mesurées pour chaque position donnée, on se rend donc compte grâce aux Figures 7, 8 et 9 que plus l'on se rapproche de l'axe cylindre/capteur, plus la fluctuation des valeurs est grande, et donc le phénomène de turbulence est important.

#### 4.2.2.3 RMS (Root Mean Square)

Nous allons maintenant nous intéresser plus particulièrement au phénomène de fluctuation des valeurs mesurées précédemment. La Figure 10 représente les valeurs des RMS de la vitesse avec le cylindre positionné à 3 cm du capteur, 6 cm pour la Figure 11 et 9 cm pour la figure 12.

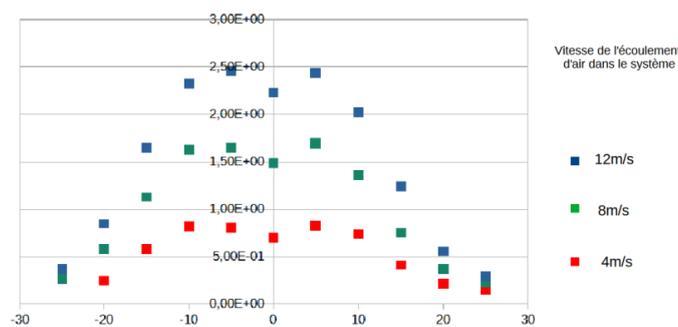


Figure 10: Graphique des valeurs de RMS de la vitesse

Sur cette Figure 10 on voit que les valeurs de fluctuation pour chaque vitesse commencent approximativement à la même valeur, à 0,25 m/s environ et à la position -25 cm. Elles commencent par croître jusqu'à la position -10 cm, forment un creux entre -10 cm et 10 cm et enfin sont décroissantes vers la même valeur de fin aux alentours de 0,25 m/s. Par exemple, pour la vitesse d'écoulement 12 m/s la fluctuation maximale est de 2,5 m/s à la position -5 cm et minimale avec 0,25 m/s à la position 25 cm. Le graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

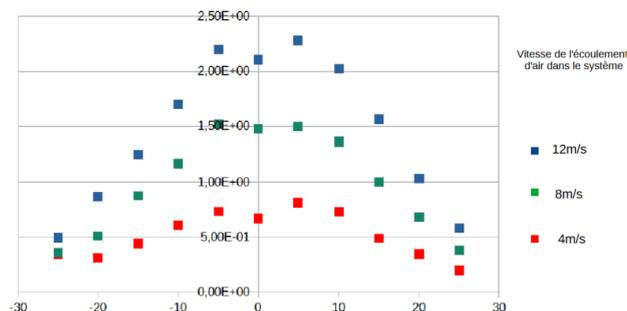


Figure 11 : Graphique des valeurs de RMS de la vitesse

L'allure du graphique de la *Figure 11* est pratiquement identique à celle de la *Figure 10* à l'exception qu'ici les valeurs des extrémités ne sont plus confondues et que la valeur maximale de fluctuation pour 12 m/s est de 2.25 m/s et la valeur minimale de 0.5 m/s. Ce changement de valeurs est proportionnel pour les vitesses 8 m/s et 4 m/s.

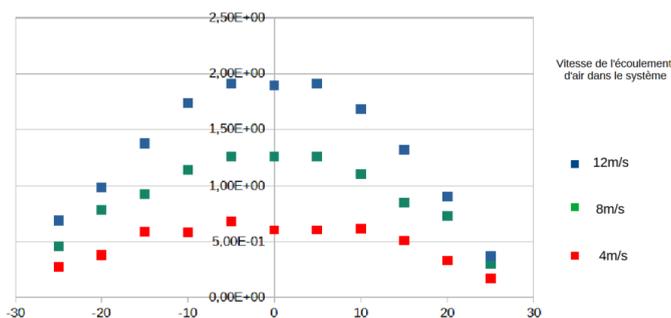


Figure 12 : Graphique des valeurs de RMS de la vitesse

L'apparence de cette *Figure 12* est assez identique aux deux précédentes (*10 et 11*), une différence est encore les valeurs maximales et minimales de fluctuation pour la vitesse 12m/s qui sont ici diminuées respectivement à 1.90 m/s et 0.4 m/s. Encore une fois, cette tendance de modification est également notable pour les vitesses 8 m/s et 4 m/s. On remarque également que l'allure du creux entre les positions -10 cm et 10 cm est moins prononcée par rapport aux creux des *Figures 10 et 11*.

Après analyse des graphiques précédents (*Figures 10, 11 et 12*), on observe des différences selon la position du cylindre et la vitesse d'écoulement.

Tout d'abord, on remarque que l'écart de vitesse d'écoulement influe seulement sur la pente et les valeurs maximales des courbes de fluctuation mais le caractère global reste identique pour une position donnée du cylindre. Les phénomènes de fluctuation observés sont donc semblables entre les différentes vitesses pour une position du cylindre fixe, il s'agit uniquement d'une variation d'intensité.

Cependant, nous pouvons noter que lorsque la position du cylindre par rapport au capteur est modifiée, l'allure des courbes varie. On voit que plus le cylindre est proche du capteur, plus la valeur de fluctuation mesurée est importante car comme nous l'avons noté pour la description de la *Figure 12*, les valeurs maximales et minimales des fluctuations sont inférieures à celles de la *Figure 11* qui sont elles mêmes inférieures à celles de la *Figure 10*. On peut donc en déduire que plus on s'écarte du cylindre, moins le phénomène de turbulence est marqué.

De plus, on observe l'allure d'un creux à la position 0 (aligné avec le cylindre) sur la courbe, qui est d'autant plus marqué sur les *Figures 10* et *11* que sur la *Figure 12*, donc quand le capteur est rapproché du cylindre. A l'inverse, sur les *Figures 10, 11 et 12*, deux sommets sont identifiables aux positions 5 et -5. Ces deux observations traduisent la présence de tourbillons plus prononcés à proximité de l'axe du cylindre, tandis que dans l'alignement du cylindre ces derniers diminuent. Cela peut s'expliquer par le fait que les tourbillons créés par le cylindre sont excentrés de la position 0, ainsi derrière le cylindre il n'y a pas de phénomène de turbulences direct. Le creux de la courbe dans l'axe du cylindre peut donc être dû au phénomène de sillage. Ainsi, en éloignant la position du cylindre pour une même vitesse d'écoulement, les tourbillons se résorbent, on observe donc moins ce phénomène comme le montre l'évolution du creux sur la *Figure 10* qui est plus prononcé que sur la *Figure 12* car le cylindre est plus proche du capteur sur la *Figure 10* que sur la *Figure 12*. L'écoulement finit par redevenir uniforme. Ceci est donc à l'origine de la disparition du creux en écartant le cylindre. De plus, la vitesse d'écoulement semble également impacter ce phénomène de sillage. Comme on le voit sur la *Figure 12*, l'écoulement semble uniforme entre -5 cm et 5 cm pour la vitesse 12m/s mais entre -10 cm et 10 cm pour la vitesse de 4 m/s, donc plus la vitesse est importante et plus la distance de résorption des turbulences sera moindre.

## 5 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Finalement, ce projet a permis de découvrir et de mettre en œuvre les phénomènes de turbulence. Nous avons pu aborder tous les grands principes de la turbulence avec les théorèmes et les équations, telles que l'équation de Navier-Stokes. Cette partie fut la plus complexe à saisir. Il a donc fallu comprendre et interpréter les différentes démonstrations afin d'assimiler les fondements de la turbulence.

De plus, le sujet de la turbulence n'est pas totalement résolu. En effet, l'équation de Navier-Stokes fait partie des 7 équations du millénaire. Des tâches d'ombre résident encore au sujet de la turbulence, aujourd'hui nous résolvons cette équation à l'aide d'approximations. Or, seuls des progrès mathématiques pourront permettre de donner les solutions de cette équation pour toutes conditions initiales. Notre rapport n'aborde pas directement ce sujet. Cependant, afin de compléter nos recherches, il serait possible d'aborder cette thématique, mais aussi toutes les applications concrètes de l'étude des turbulences. De ce fait, les phénomènes de turbulence sont omniprésents dans notre quotidien : de la météo à la production d'énergie d'une éolienne en passant par l'aérodynamique d'une voiture etc. Ce domaine des sciences sera amené à devenir de plus en plus important au fil des années, notamment avec la problématique de production et d'économie d'énergie. L'étude des turbulences et surtout sa résolution pourra nous apporter des solutions à cette problématique. C'est pourquoi son enseignement est primordial dans le cursus d'un ingénieur tourné vers l'avenir.

Ce projet fut passionnant, car mêlant plusieurs aspects des sciences : recherches théoriques, expérimentation, analyse et interprétation de données... Il nous a permis de découvrir une toute nouvelle partie de la physique d'une manière différente comparé aux cours habituels.

Par ailleurs, ce projet fut aussi l'occasion d'anticiper nos choix de départements. En effet, dans notre groupe, chacun de nous veut choisir entre EP ou MÉCA. L'introduction à la turbulence a donc été une confirmation dans ce choix, sachant que la mécanique des fluides y est enseignée dans ces départements. De plus, ce projet a aussi permis d'aborder plus facilement la P8-2 et de faire des liens avec les principes vus dans cet E.C. En outre, ce projet, nous a permis de découvrir le monde de la recherche scientifique, notamment avec l'utilisation des machines du CORIA. De même, la lecture de thèses sur la turbulence a donné lieu à la compréhension et à l'utilisation de notations utilisées en recherche.

Ainsi ce projet est apparu comme formateur et très enrichissant pour notre culture scientifique, un aspect essentiel d'un ingénieur complet.

## 6 BIBLIOGRAPHIE

Tous les sites internet étaient valides le 25/05/2022

### Partie Histoire

[https://www.youtube.com/watch?v=HPtgSWLFerw&list=PLoAFvHT\\_L-W9hD-lvW-hu56H9xy1JKkdI&index=7](https://www.youtube.com/watch?v=HPtgSWLFerw&list=PLoAFvHT_L-W9hD-lvW-hu56H9xy1JKkdI&index=7) Science of Fluids

<https://www.youtube.com/watch?v=7ewD832gqyl>

<http://wavelets.ens.fr/PUBLICATIONS/ARTICLES/PDF/100.pdf>

<http://wavelets.ens.fr/PUBLICATIONS/ARTICLES/PDF/257.pdf>

### Partie Théorique

[5] [https://www.youtube.com/watch?v=pucOcvFAkiw&ab\\_channel=PhysicalBiologyoftheCell%28CaltechBEAPh161%29](https://www.youtube.com/watch?v=pucOcvFAkiw&ab_channel=PhysicalBiologyoftheCell%28CaltechBEAPh161%29)

[6] <https://hal-ensta-paris.archives-ouvertes.fr/cel-01228137/file/coursdeturbulence.pdf>

[7] <https://www.thermal-engineering.org/fr/quest-ce-quun-ecoulement-turbulent-definition/>

[8] <https://fr-academic.com/dic.nsf/frwiki/1613083>

[9] <https://www.youtube.com/watch?v=FCHSMbplvSE>

### Annexes

[10] <https://uta.pressbooks.pub/appliedfluidmechanics/chapter/experiment-7>

[11] <https://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd>

[12] <https://imag.umontpellier.fr/~nicoud/Cours/MKFLU%20-%20turbulence.pdf>

[13] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Cascade\\_turbulente](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cascade_turbulente)

[14] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Turbulence>

[15] <https://www.shf-lhb.org/articles/lhb/pdf/1987/05/lhb1987039.pdf>

## 7 ANNEXES

### 7.1 Listings des programmes réalisés

Programme permettant de réaliser la moyenne des vitesses et de mettre en évidence le terme de fluctuation

```

1  program moyennage;
2
3  uses crt;
4  type tableau = array[1..10000] of real;
5
6  function moyenne( tab : tableau) : Double;
7  var i : integer;
8      somme : double;
9  begin
10     somme := 0;
11     for i:= 1 to 10000 do
12         somme := somme + tab[i];
13     somme := somme/10000;
14     moyenne := somme;
15 end;
16
17 procedure importation(var tab,tabmoy : tableau ; nom: string; indice : integer);
18 var i,j:integer;
19     ligne : string;
20     f : Text;
21     k : char;
22     sauv,puissance : real;
23     moy : double;
24     inverser : boolean;
25 begin
26     Assign(f, nom);
27     reset(f);
28     for i := 1 to 6 do
29         readln(f,ligne);
30         i:=1;
31         while i<=10000 do
32             begin
33                 for j:= 1 to 2 do
34                     repeat
35                         read(f,k);
36                         until k = ' ';
37                         read(f,k);
38                         puissance := 10;
39                         sauv := 0;
40                         inverser:= false;
41                         while not (k = char(13)) do
42                             begin
43                                 if k = '.' then
44                                     begin
45                                         sauv := sauv / puissance;
46                                         puissance := 1;
47                                     end
48                                 else if k = '-' then
49                                     inverser := true
50                                 else
51                                     begin
52                                         puissance := puissance*0.1;
53                                         sauv := (ord(k)-48)*puissance + sauv;
54                                     end;
55                                 read(f,k);
56                             end;
57                             if inverser = true then
58                                 sauv := -sauv;
59                             tab[i] := sauv;
60                             i := i+1;
61                         end;
62                     Close(f);
63                     moy := moyenne(tab);
64                     tabmoy[indice] := moy;
65                 end;
66

```

```

67 procedure ecriture(var choix : string ; tabmoy,tabvar : tableau ; indice : integer);
68 var f : text;
69 name : string;
70 i : integer;
71 begin
72 name := 'moyenne_' + choix + 'ms';
73 assign(f, name);
74 rewrite(f);
75 for i:= 1 to indice-1 do
76 writeln(f,'moyenne : ',tabmoy[i], ' variance : ', tabvar[i]);
77 close(f);
78 end;
79
80 procedure variance(var tab,tabmoy,tabvar : tableau ; indice : integer);
81 var i : integer;
82 begin
83 tabvar[indice] := 0;
84 for i:= 1 to 10000 do
85 begin
86 tabvar[indice] := tabvar[indice] + sqr(tab[i]-tabmoy[indice]);
87 end;
88 tabvar[indice] := sqrt(tabvar[indice]/10000);
89 end;
90
91 var tab,tabmoy,tabvar : tableau;
92 i,indice : integer;
93 choix,nom : string;
94 begin
95 indice := 1;
96 write('4, 8 ou 12 ?');
97 read(choix);
98 for i := 1 to 9 do
99 begin
100 nom := 'P' + char(48+i) + '_' + choix + 'ms.txt';
101 importation(tab,tabmoy,nom,indice);
102 variance(tab,tabmoy,tabvar,indice);
103 indice := indice +1;
104 end;
105 for i := 0 to 9 do
106 begin
107 nom := 'P' + '1'+ char(48+i) + '_' + choix + 'ms.txt';
108 importation(tab,tabmoy,nom,indice);
109 variance(tab,tabmoy,tabvar,indice);
110 indice := indice +1;
111 end;
112 for i := 0 to 9 do
113 begin
114 nom := 'P' + '2'+ char(48+i) + '_' + choix + 'ms.txt';
115 importation(tab,tabmoy,nom,indice);
116 variance(tab,tabmoy,tabvar,indice);
117 indice := indice +1;
118 end;
119 for i := 0 to 3 do
120 begin
121 nom := 'P' + '3'+ char(48+i) + '_' + choix + 'ms.txt';
122 importation(tab,tabmoy,nom,indice);
123 variance(tab,tabmoy,tabvar,indice);
124 indice := indice +1;
125 end;
126 ecriture(choix,tabmoy,tabvar,indice);
127 end.
128

```

## 7.2 Recherches complémentaires

### 7.2.1 Visualisation du nombre de Reynolds

Dans cette partie, nous allons étudier expérimentalement le lien entre les différents régimes d'écoulement (laminaire, transitoire, turbulent) et le nombre de Reynolds.

La visualisation grâce à l'expérience dans [8] du comportement de l'écoulement sera effectuée en injectant de façon constante du colorant dans un tuyau. Le régime d'écoulement sera déterminé à l'œil nu et comparé aux résultats du calcul du nombre de Reynolds.

Voici le montage utilisé :

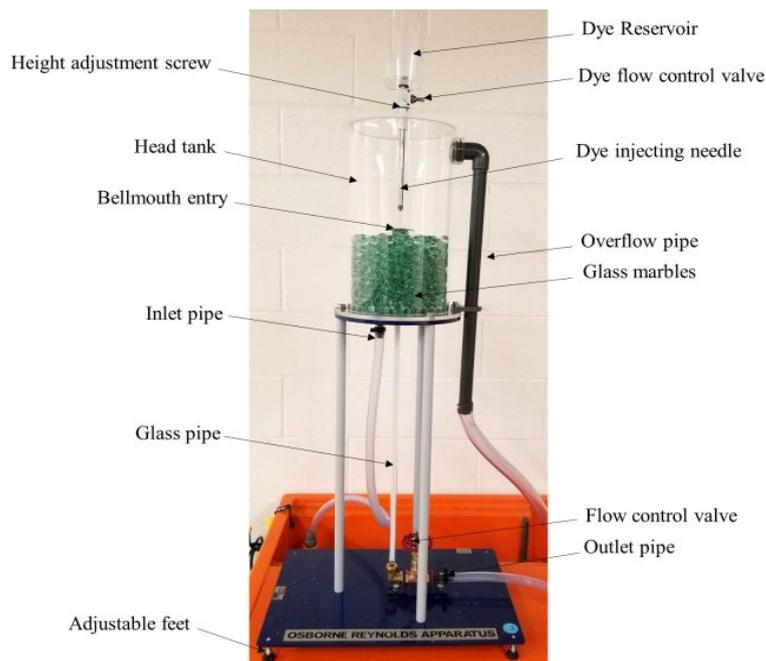


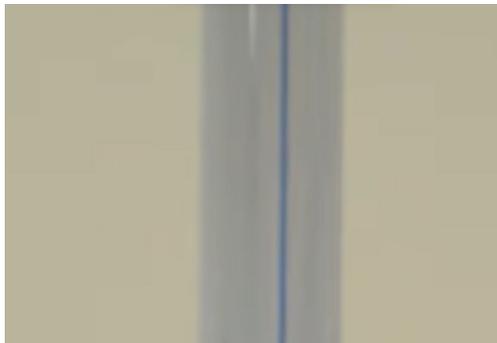
Figure 13

Comme on peut le voir sur la Figure 13, le montage comprend un réservoir vertical qui fournit de l'eau à travers une entrée vers le tuyau en verre qui permet la visualisation de l'écoulement. Des billes sont placées à l'intérieur du réservoir pour homogénéiser et stabiliser l'eau entrant dans le tuyau. Le débit dans ce tuyau est régulé par une vanne de contrôle et peut être mesuré à l'aide d'une éprouvette graduée. La vitesse de l'écoulement

peut donc être déterminée pour calculer le nombre de Reynolds. On mesurera la température du fluide car la viscosité cinématique dépend de celle-ci. Un réservoir de colorant est monté au-dessus du réservoir d'eau, à partir duquel un colorant bleu peut être injecté dans l'eau pour permettre l'observation des conditions d'écoulement.

Nous passerons les étapes du protocole expérimental détaillé qui ne nous intéresse pas ici.

Maintenant observons ce qu'il se passe :

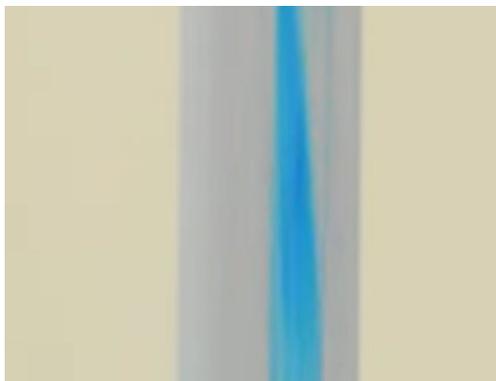


Si on se concentre sur le tube en verre, on va pouvoir observer les différents régimes d'écoulement.

On voit que lorsque que  $Re < 2000$ , le motif d'écoulement n'est pas chaotique, le profil d'écoulement du colorant est une ligne bien définie. On est alors en régime laminaire.



Maintenant lorsqu'on augmente la vitesse du fluide, notre nombre de Reynolds augmente aussi. Ici  $Re > 4000$  car on remarque clairement que le colorant se propage dans tout le tube. La propagation du colorant est chaotique dans le fluide. On est bien en régime turbulent.



Ici nous visualisons le régime transitoire. C'est-à-dire que  $2000 < Re < 4000$ . On retrouve l'aspect linéaire que nous avons en régime laminaire cependant celui-ci est moins bien défini et le colorant a tendance à se propager légèrement dans le fluide.

Ainsi, le nombre de Reynolds nous a permis de différencier trois types de régime d'écoulement : laminaire, turbulent mais aussi un régime de transition.

### **7.2.2 Échelles de turbulence**

Explications tirées des documents [11] et [12].

Dans un régime turbulent, on constate la formation de tourbillons qui vont se décomposer en plusieurs tourbillons plus petits. Or il est nécessaire de définir plusieurs échelles de taille pour étudier cette turbulence. Dans chacune de ces échelles, la diffusion de l'énergie cinétique de turbulence (TKE) est échangée d'une manière différente avec

$$TKE = \frac{1}{2} (\overline{U'^2} + \overline{V'^2} + \overline{W'^2}) \text{ en } J \cdot kg^{-1} \text{ ou } m^2 \cdot s^{-2}$$

Cette grandeur caractérise l'énergie moyenne par unité de masse associée aux tourbillons dans un écoulement turbulent, et illustre ainsi le comportement de celui-ci. Si l'écoulement était laminaire, chaque terme de fluctuation serait nul, on aurait donc une énergie cinétique turbulente nulle.

C'est pourquoi, trois échelle de turbulence ont été définies: l'échelle intégrale, la micro-échelle de Taylor et l'échelle de Kolmogorov.

La première d'entre elles, l'échelle intégrale s'intéresse aux tourbillons de plus grandes tailles. Ces tourbillons possèdent un nombre de Reynolds important car étant les plus turbulents. De plus, la majeure partie de l'énergie cinétique est contenue dans cette échelle. Sachant que le nombre de Reynolds est un rapport entre les forces inertielles et visqueuses, un nombre important signifie une prédominance des forces inertielles. Ainsi l'énergie cinétique n'est pas dissipée sous forme de chaleur, mais elle est transmise aux plus petits tourbillons par un mécanisme inertiel. Dans cette échelle, la viscosité du fluide n'est pas prise en considération sachant que la dissipation thermique est quasiment négligeable.

On retrouve ensuite la micro-échelle de Taylor. Il s'agit d'une échelle intermédiaire entre les grandes échelles et les échelles dissipatives. Cette échelle est définie comme la plus petite échelle qui n'est pas soumise aux phénomènes dissipatifs. Ainsi cette échelle apparaît

comme le point de départ de la dissipation thermique qui se conclura par l'échelle de Kolmogorov.

Enfin l'échelle de Kolmogorov est définie pour les plus petits tourbillons. Cette échelle apparaît lorsque les forces visqueuses prennent le pas sur les forces inertielles. Ainsi la diffusion moléculaire devient importante et l'énergie cinétique se diffuse sous forme de chaleur. Dans cette échelle, c'est la viscosité cinématique  $\nu$  et le taux moyen de dissipation d'énergie de turbulence  $\varepsilon$  qui prédominent et définissent entièrement les tourbillons. Ainsi cette échelle est similaire à chaque écoulement turbulent et dépend uniquement de  $\nu$  et de  $\varepsilon$ .

Ainsi ces échelles ont un véritable intérêt, elles permettent de connaître les caractéristiques spatio-temporels de l'écoulement, cependant ces caractéristiques ne seront pas développées dans ce rapport. Ces caractéristiques sont ensuite utilisées dans les codes de calculs lors de simulation ou d'expérimentation pour connaître le temps d'étude mais aussi le maillage à mettre en place. Toutes ces informations permettent ainsi le dimensionnement d'outils de mesure mais aussi une meilleure connaissance du phénomène. La connaissance de l'échelle lors de l'étude du phénomène est donc primordiale pour obtenir des résultats précis.

### **7.2.3 Cascade de Richardson**

Nous avons maintenant vu les différentes échelles de turbulences. Cependant, ces échelles ne sont pas indépendantes, elles transfèrent l'énergie entre elles. C'est ce que Lewis Fry Richardson explique par la cascade de Richardson dans [13].

Pour lui, la turbulence est composée de tourbillons de différentes tailles qui vont se décomposer au fil du temps. Dans l'échelle intégrale, on retrouve les plus grands tourbillons. Cependant ces derniers sont instables, ils vont se diviser en plus petits tourbillons plus stables, qui récupèrent l'énergie de leur père. Ce transfert d'énergie cinétique de turbulence est dû aux termes non linéaires des équations de Navier-Stokes. Ces transferts d'énergies vont donc continuer en passant de l'échelle intégrale à la micro échelle de Taylor pour enfin se retrouver à l'échelle de Kolmogorov. Ainsi cette cascade permet le transfert d'énergie

entre échelle par décomposition de tourbillons en plus petits tourbillons. Cette énergie se verra ensuite dissipée thermiquement dans l'échelle de Kolmogorov.

### **7.2.4 Comment quantifier la turbulence**

La turbulence étant un phénomène aléatoire et chaotique, il est impossible de la quantifier de manière déterministe. Ce caractère désordonné du fluide nous conduit à renoncer à prédire l'état instantané de l'écoulement. Cependant, il est possible d'effectuer une approche statistique de la turbulence afin de la quantifier. C'est pourquoi on recherchera des lois statistiques portant sur des valeurs moyennes, des variances des différentes grandeurs physiques caractérisant l'écoulement du fluide (la vitesse par exemple).

Si on considère un écoulement incompressible, on peut quantifier la turbulence à l'aide de la variance comme l'explique [14].

Pour une série de N mesures de vitesse en un point donné, la variance s'écrit :

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_i - \overline{U})^2$$

$U_i$  représente la vitesse à l'instant  $N_i$ .

$\overline{U}$  est la vitesse moyenne.

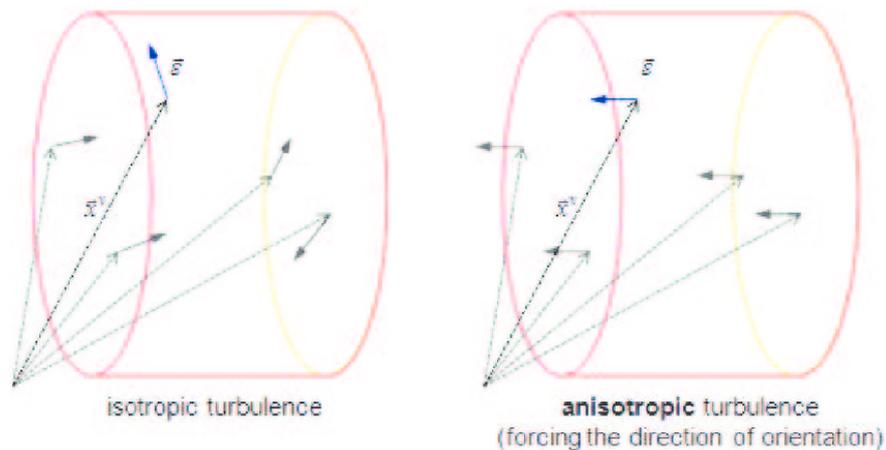
Le calcul de cette variance permet d'exprimer le terme fluctuant de la vitesse du fluide qui représente l'intervalle dans lequel se trouve les valeurs qui sont moyennées.

### **7.2.5 Isotrope et anisotrope**

D'après [15], l'isotropie et l'anisotropie sont des propriétés des corps macroscopiques. On dit qu'un système est isotrope si aucune de ses propriétés ne possède de dépendance directionnelle, leurs composantes sont invariantes quelque soit la direction de l'espace imposée. Il suffit qu'une seule propriété soit directionnelle pour que le corps cesse d'être isotrope. Dans tout corps anisotrope, il existe au moins une invariance partielle.

Le corps ne réagit pas de la même manière en fonction de la direction étudiée. On peut prendre l'exemple du bois qui réagit différemment en fonction de la direction de l'effort. Ceci étant lié aux différences observées entre les coupes longitudinales et transversales.

En termes de turbulence, dans le cas isotrope, les trois composantes spatiales du vecteur fluctuation ont la même norme. Ainsi, la turbulence se propagera dans toutes les directions. Au contraire pour le cas anisotrope, une composante du vecteur fluctuation dominera sur les autres. Ainsi, cela a pour conséquence d'orienter la turbulence selon cette direction. On parle donc de turbulence forcée.



Cependant cette différence entre isotrope et anisotrope pose certains problèmes dans la quantification des phénomènes.

En effet, lors de la résolution de l'énergie cinétique turbulente, les contraintes de Reynolds sont égales pour un fluide isotrope:

$$\overline{(U'x)^2} = \overline{(U'y)^2} = \overline{(U'z)^2}$$

Or dans le cas anisotrope, ces trois vecteurs ne sont pas égaux donc on ne peut pas simplifier l'équation de l'énergie cinétique.