

COMPRENDRE ET EXPLOITER UN RADIOMÈTRE DE CROOKES



Etudiants :

Garance LEFEVRE

Jules MAËS

Léo DUMAS

Fauzi EL KAHLA

Julien COUDRAY

Charlotte CARLI-BASSET

Enseignant-responsable du projet :

Jérôme YON

Date de remise du rapport : **11/06/2022**

Référence du projet : **STPI/P6/2022 – 027**

Intitulé du projet : **Comprendre et exploiter un radiomètre de Crookes**

Type de projet : **expérimental et modélisation**

Objectifs du projet (10 lignes maxi) :

L'objectif du projet était de découvrir cet objet appelé "radiomètre de Crookes", comprendre son fonctionnement et modéliser son comportement. En somme cela signifiait : effectuer des recherches sur son origine et les théories explicatives de son fonctionnement. Puis de construire un modèle théorique sur son comportement en parallèle d'expériences visant à comprendre ce dernier

Mots-clefs du projet (4 maxi) : **Radiomètre, éclairement, vitesse de rotation**

TABLE DES MATIERES

1.	Introduction et remerciements.....	6
1.1.	Remerciements.....	6
1.2.	Introduction.....	6
2.	Méthodologie / Organisation du travail.....	7
3.	Travail réalisé et résultats.....	8
3.1.	Détermination de l'équation du mouvement.....	8
3.1.1.	Bilan des photons reçus par les plaques.....	9
3.1.2.	Emission et absorption thermique.....	11
3.1.3.	Force de frottement.....	12
3.1.4.	Détermination de l'expression de la température (bilan thermique).....	12
3.1.5.	Détermination de l'équation du moment et équation du mouvement.....	13
3.1.6.	Proposition d'amélioration du bilan.....	13
3.1.7.	Modélisation des résultats.....	14
3.2.	Expérience et son lien avec la modélisation.....	15
3.2.1.	Mise en œuvre de l'expérience.....	15
3.3.	Théories et explications actuelles.....	18
4.	Conclusions et perspectives.....	19
5.	Bibliographie.....	20
6.	Annexes.....	22
6.1.	Annexe 1 : un regard historique.....	22
6.2.	Annexe 2 : Calculs et codes détaillés de la modélisation.....	23
6.2.1.	Détail du calcul du moment d'émission et d'absorption (3.1.2).....	23
6.2.2.	Bilan thermique complet (3.1.4).....	24
6.2.3.	Détails application du théorème du moment cinétique (3.1.5).....	26
6.2.4.	Code Scilab détaillé (3.1.7).....	27
6.3.	Annexe 3 : Schéma, tableaux de valeurs et courbes de l'expérience.....	28
6.4.	Annexe 4 : Quelques vidéos du radiomètre.....	33

NOTATIONS, ACRONYMES

h : constante de Planck en $J.s$

p : quantité de mouvement (sans dimension)

ν : fréquence en s^{-1}

c : célérité de la lumière dans le vide en $m.s^{-1}$

dN : nombre de photons sur l'intervalle de temps dt

dt : temps infinitésimal en s

E : éclairement en $W.m^{-2}$

S : surface en m^2

m : masse d'un élément en kg

$\vec{M}_O(\vec{F})$: moment s'appliquant au point O généré par la force \vec{F} en $N.m$

l : longueur entre le centre du radiomètre et le centre d'une plaque en m

ε : émissivité (sans dimension)

σ : constante de Stefan-Boltzmann en $W.m^{-2}.K^{-4}$

T : température en K

T_0 : température ambiante en K

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$: vitesse angulaire en $rad.s^{-1}$

$\frac{d}{dt}$: dérivée d'un élément en fonction du temps

λ : le coefficient de frottement

σ_o : moment cinétique s'appliquant au point O

de : énergie reçue sur l'intervalle de temps dt

θ : valeur angulaire en rad

1. INTRODUCTION ET REMERCIEMENTS

1.1. Remerciements

Avant de débiter, nous souhaitons remercier M. Jérôme Yon notre professeur référent pour ce projet qui a su nous guider et nous apporter son aide lorsque le besoin se faisait ressentir. Nous tenions aussi à remercier toute l'équipe technique pour le matériel mis à notre disposition et leur aide pour la prise en main du logiciel Synchronie.

1.2. Introduction

Le projet de P6 est un des projets les plus conséquents proposés aux étudiants du cycle STPI. Pendant un semestre, nous travaillons en groupe afin d'arriver à un objectif final défini lors des premières séances. Ce projet nous invite à développer notre curiosité scientifique et notre esprit critique en nous proposant des sujets variés sur lesquels nous ne nous serions pas nécessairement penchés de notre propre initiative. Il nous permet également de développer notre sens du travail en équipe et de la répartition des tâches, mais aussi de manipuler des outils scientifiques dans un cadre plus libre que nos cours habituels.

Notre projet s'intitule "comprendre et exploiter le radiomètre de Crookes". Il vise à nous introduire ce mystérieux objet et à comprendre son fonctionnement. Comme nous pouvons le voir sur la photo en page de couverture, le radiomètre de Crookes est une ampoule qui contient quatre petites ailettes, dont l'une des faces est réfléchissante et l'autre noire, le tout tenant en équilibre sur une aiguille ; l'intérieur de l'ampoule est imposé à un vide partiel. Lorsque l'on expose le radiomètre à la lumière (c'est-à-dire à un éclairage), les ailettes se mettent à tourner.

Ce dispositif fut inventé en 1873 par William Crookes, à qui nous devons notamment la découverte de l'élément Thallium en 1861 mais aussi le tube de Crookes aux alentours des années 1870 qui sert à déterminer la nature des rayons cathodiques (Plus d'informations sur la vie et les travaux de Crookes en annexe 1). Crookes a créé le radiomètre pour détecter la pression de radiation de la lumière. Le but initial d'un radiomètre est de mesurer un éclairage, c'est-à-dire l'intensité d'un rayonnement lumineux. De ce fait, il est légitime de se poser la question suivante : est-ce l'éclairage qui met le radiomètre en mouvement ? Notre projet fût ainsi guidé par cette problématique.

Nos objectifs pour ce projet étaient : comprendre le fonctionnement du radiomètre en se documentant, parvenir à une modélisation théorique des phénomènes qui mettent le radiomètre en mouvement, et enfin mettre au point une expérience afin de d'évaluer la vitesse de rotation du radiomètre en fonction de son éclairage et valider ou non notre modélisation.

2. METHODOLOGIE / ORGANISATION DU TRAVAIL

Afin que la préparation de notre projet se déroule sans encombre au fil des mois, nous étions conscients qu'il nous fallait respecter une organisation du travail précise et efficace. Pour cela, nous nous sommes tout d'abord imposé un objectif dès la première séance, celui de répondre à la problématique suivante : " Que fait fonctionner le radiomètre de Crookes et comment ? ". La répartition du travail tout au long de ces mois de préparation avait alors pour but de répondre à cette question.

Durant les trois premières séances, nous nous sommes concentrés ensemble sur la compréhension globale du sujet, en cherchant en profondeur des informations sur les divers mécanismes qui semblaient apparaître dans le fonctionnement du radiomètre de Crookes. Nous nous sommes réparti la tâche et chacun préparait un résumé de ses recherches avant la séance de la semaine pour les confronter aux recherches des autres, dans le but d'avoir les informations les plus sûres possible. Ce travail d'information était selon nous essentiel avant de se lancer dans le corps du projet car il nous a permis d'avoir une idée claire de ce que nous allions garder ou non dans le projet final.

Ainsi, après ces premières séances, nous avons une meilleure appréhension de ce qu'était le radiomètre de Crookes et nous avons un problème précis à résoudre. Nous avons alors réparti les différentes tâches selon les envies de chacun et afin que la quantité de travail entre membres soit équivalente. Dès lors, nous nous sommes divisés en 2 sous-groupes principaux : le premier, composé de Julien, Jules et Faouzi, s'occupait de la modélisation du problème, en prenant une situation initiale quelconque pour décrire la manière dont évolue le radiomètre au cours du temps, selon les hypothèses que nous avons imposées. Le deuxième sous-groupe était composé de Charlotte, Garance et Léo, et avait pour but de mettre en place une expérience afin de trouver les potentielles relations entre l'éclairement et la vitesse de rotation du radiomètre, mais aussi de comparer les résultats expérimentaux à ceux obtenus par le biais du modèle, ce nous permet d'infirmer ou de confirmer les différentes hypothèses que le premier sous-groupe a pris en compte lors de la modélisation. Au sein de chaque sous-groupe, les membres se répartissaient les tâches par séance, afin que chaque semaine il puisse y avoir une mise en commun avec les autres membres pour que chacun soit au courant des avancées dans le projet. Nous présentions également chaque semaine notre travail au professeur, afin qu'il nous corrige et qu'il nous guide éventuellement dans la suite du projet.

Nous avons aussi fait le choix de réserver les deux dernières séances à la rédaction du rapport et la préparation de notre oral. Nous avons jugé qu'il était nécessaire d'accorder un temps important à ces tâches même si cela nous enlevait deux séances pour l'expérience et la modélisation.

Lors de ces séances monsieur Yon nous a aidé à structurer notre rapport de sorte que ce dernier soit clair et apporte toutes les informations au lecteur qui ne connaît pas forcément le radiomètre de Crookes.

Grâce à cette séance nous avons dû rédiger notre rapport presque entièrement, ce qui fût agréable pour la suite puisqu'il nous restait seulement à apporter des modifications sur un texte déjà rédigé. Lors de la deuxième séance, monsieur Yon nous a aidé à améliorer notre poster et nous a également transmis des conseils pour notre oral.

En somme, nous avons su nous fixer des objectifs précis assez tôt pour avoir une idée claire du travail à fournir, et de la quantité de travail qu'impliquait chaque tâche dans laquelle nous nous investissions. Cela nous a permis de se répartir le travail efficacement sans créer de déséquilibre entre les membres du groupe. Le tout sans oublier la communication de nos diverses avancées lors du projet, qui était selon nous un point très important. Toutes ces directives que nous nous sommes imposées ont créé une ambiance de travail sérieuse et agréable tout au long du projet.

3. TRAVAIL REALISE ET RESULTATS

Si, comme l'énonçait Crookes, la pression de la lumière mettait en mouvement les ailettes, les faces réfléchissantes devraient pousser les faces noires. En effet, les faces noires absorbent la lumière, tandis que cette dernière se réfléchit sur les faces argentées.

Cependant, lorsqu'on expose le radiomètre à la lumière, il se met à tourner dans le sens inverse ! Nous avons ainsi cherché à comprendre pourquoi cette première intuition ne correspond pas à la réalité.

Dans cette partie nous exposerons tout le travail de modélisation et d'expérience réalisé autour du radiomètre de Crookes. Nous commencerons par déterminer une équation du mouvement de rotation du radiomètre avant de présenter l'expérience réalisée et les résultats obtenus. Puis nous essayerons de mettre en lien la théorie et la pratique et de discuter sur la validité ou non du modèle obtenu.

Avant toute chose, il nous faut préciser les hypothèses faites dans le cas de notre étude. En effet, un radiomètre a initialement pour but de mesurer l'intensité du flux d'un rayonnement électromagnétique. Ainsi, nous avons décidé de considérer qu'il n'y avait **que des effets purement radiatifs**. De plus, nous avons également fait **l'hypothèse d'un vide total** à l'intérieur de l'ampoule, ce qui était censé être le cas selon Crookes.

3.1. Détermination de l'équation du mouvement

L'objectif de cette partie est d'étudier les différents phénomènes physiques à l'origine de la rotation du radiomètre. Dans la suite de l'étude, nous allons supposer que le vide à l'intérieur de celui-ci est parfait et ainsi ne considérer que les effets purement radiatifs s'appliquant sur le radiomètre. Pour ce faire, nous allons réaliser une étude complète de ces phénomènes physiques afin d'aboutir à une équation de mouvement du système en fonction de plusieurs paramètres mesurables ou calculables.

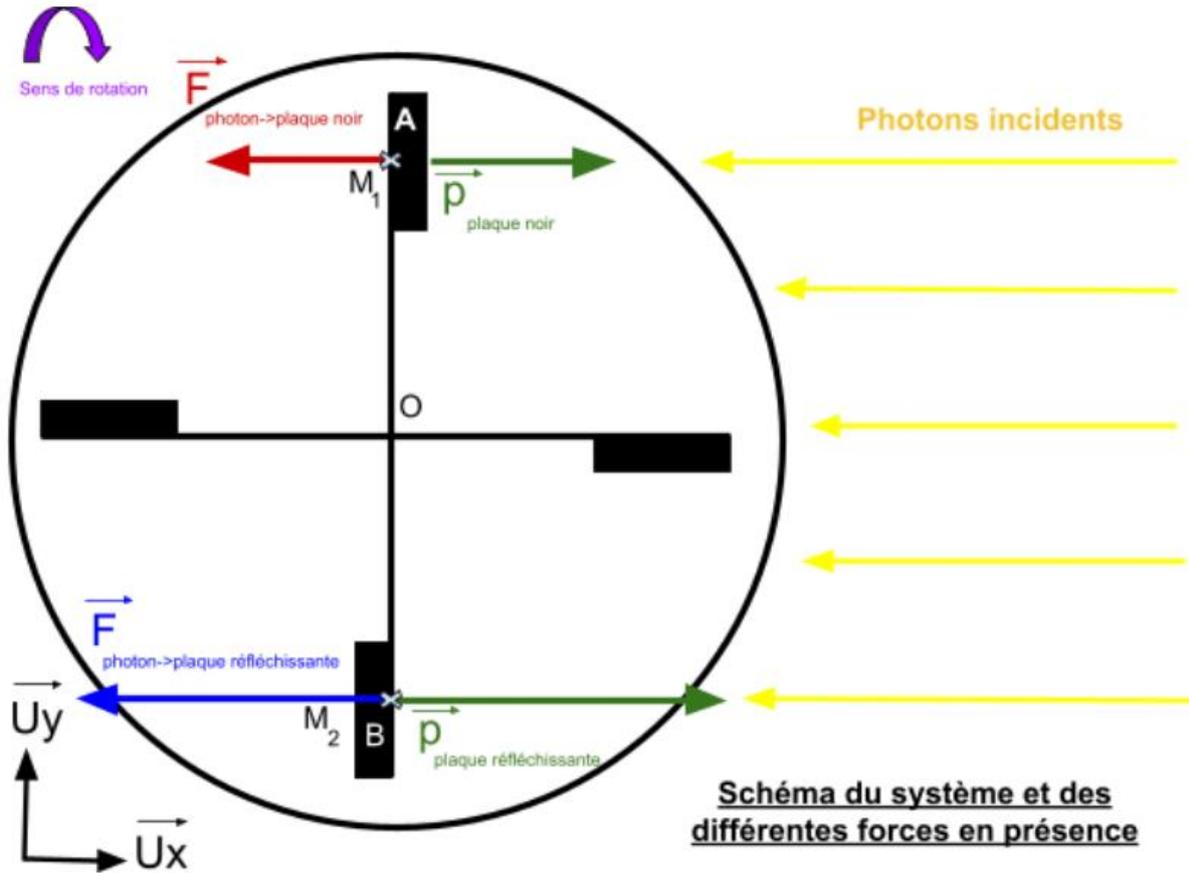


figure 1 : Schéma du système radiomètre et des forces qui s'appliquent

3.1.1. Bilan des photons reçus par les plaques

L'une des forces à l'origine de la rotation du radiomètre est celle générée par les photons lumineux qui interagissent avec ses plaques. Commençons par définir notre système. Nous considérons, ici, les deux plaques verticales, notées A et B sur le schéma. Nous allons d'abord réaliser l'étude sur la plaque noire (plaque A), puis la plaque réfléchissante (plaque B). En effet, nous allons considérer que les autres plaques ne sont pas éclairées.

Observons la démarche visant à exprimer le moment associé à la force créée par les photons reçus par les plaques avec un seul photon pour commencer. Nous savons que la quantité de mouvement d'un photon est donnée par la formule suivante :

$$\vec{p}_{1\text{photon}} = \frac{h\nu}{c} \vec{u}_x$$

Où $h = 6,626\ 070\ 15 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ est la constante de Planck, ν la fréquence du photon (en s^{-1}) et $c = 299\ 792\ 458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est la célérité de la lumière dans le vide.

On rappelle que la variation de quantité de mouvement d'un élément est donnée par la différence entre la quantité de mouvement final et la quantité de mouvement initial, c'est-à-dire :

$$\vec{\Delta p}_{\text{photon}} = p_{\text{photon final}} \vec{u}_x - p_{\text{photon initial}} (-\vec{u}_x)$$

Dans notre cas, on observe **trois cas distincts** : le photon est absorbé par la plaque noire ($p_{\text{photon final}} = 0$), il rebondit sur la plaque réfléchissante ($p_{1\text{photon}} = \frac{h\nu}{c}$) où il est émis par la plaque réfléchissante (ce dernier cas sera traité ultérieurement).

Nous commençons par étudier les photons absorbés et réfléchis. La force s'appliquant sur la plaque pour un photon est donnée par la formule générale suivante :

$$\vec{F}_{\text{plaque} \rightarrow \text{photon}} = \frac{\overrightarrow{\Delta p_{1,\text{photon}}}}{dt} = \frac{p_{\text{photon final}} - p_{\text{photon initial}}}{dt} \vec{u}_x$$

Cependant, dans notre étude nous n'avons pas un seul photon qui agit sur les plaques mais un nombre N. Nous allons donc déterminer le nombre de photons qui interagissent avec la plaque sur un temps dt , nous l'appellerons dN . Pour ce faire, nous partons de la valeur de l'éclairement reçu par les plaques, que nous divisons par l'énergie d'un photon comme suit :

$$dN_{\text{photons}} = \frac{dE_{\text{reçu}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{E \cdot S}{h\nu} dt$$

Où E est l'éclairement en $W \cdot m^{-2}$ et S la surface en m^2

Alors la force vue précédemment devient :

$$\vec{F}_{\text{plaque} \rightarrow \text{photon}} = \frac{\overrightarrow{\Delta p_{1,\text{photon}}}}{dt} dN_{\text{photons}}$$

Cas de la plaque noire, les photons sont absorbés :

$$\vec{F}_{\text{plaque} \rightarrow \text{photon}} = [p_{\text{photon,final}} \vec{u}_x - p_{\text{photon,initial}} (-\vec{u}_x)] \times dN_{\text{photon}} = \frac{E \times S}{c} dt \vec{u}_x$$

Cas de la plaque réfléchissante, les photons ne sont pas absorbés, ils rebondissent. On a alors :

$$\overrightarrow{\Delta p}_{\text{photons} \rightarrow \text{plaque réfléchissante}} = 2 \times \overrightarrow{\Delta p}_{\text{photons} \rightarrow \text{plaque noir}} = 2 \frac{E \times S}{c} dt \vec{u}_x$$

Par le principe d'action réaction, on a finalement :

$$\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque noire}} = -\vec{F}_{\text{plaque noire} \rightarrow \text{photon}} = -\frac{E \times S}{c} \vec{u}_x$$

$$\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque réfléchissante}} = -\vec{F}_{\text{plaque réfléchissante} \rightarrow \text{photon}} = -2 \frac{E \times S}{c} \vec{u}_x$$

Passons au calcul du moment de ces deux forces pour le système constitué des deux plaques

$$\vec{M}_O = \overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque noire}} + \overrightarrow{OM_2} \wedge \vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque réfléchissante}}$$

avec $\overrightarrow{OM_1} = (0; l; 0)$ et $\overrightarrow{OM_2} = (0; -l; 0)$

$$\begin{aligned} \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque}}) &= \overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{\text{photons} \rightarrow \text{plaque noir}} + \overrightarrow{OM_2} \wedge \vec{F}_{\text{photons} \rightarrow \text{plaque réfléchissante}} \\ &= l \left(\frac{E \times S}{c} - 2 \frac{E \times S}{c} \right) \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\boxed{\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{photon} \rightarrow \text{plaque}}) = -l \frac{E \times S}{c} \vec{u}_z}$$

3.1.2. Emission et absorption thermique

Nous allons maintenant nous intéresser aux phénomènes d'émission et d'absorption thermique. Dans l'hypothèse où les plaques sont immobiles, l'expression de l'énergie reçue par la plaque est la suivante :

$$dE_{\text{émis}} = \varepsilon \sigma T^4 S dt$$

Où $dE_{\text{émis}}$ est associé à l'énergie générée par les photons émis dans un temps dt (en W), ε l'émissivité de la plaque, σ la constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$), T la température de la plaque en K et S la surface de la plaque en m^2 .

En réitérant la méthode précédente, *détaillée annexe 2 (6.2.1)*, on obtient :

$$\vec{F}_{\text{émission}} = - \frac{d\vec{p}_{\text{totale}}}{dt} = - \frac{\varepsilon \sigma T^4 S dt}{c} \vec{u}_x$$

Et

$$\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{émission}}) = \overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{\text{émission plaque sup}} + \overrightarrow{OM_2} \wedge \vec{F}_{\text{émission plaque inf}}$$

$$\boxed{\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{émission}}) = 2l \frac{\varepsilon \sigma T^4 S}{c} \vec{u}_z}$$

Avant de faire le bilan de toutes les forces, il est nécessaire d'exprimer l'action mécanique des effets radiatifs d'absorption du milieu ambiant. Pour cela, nous avons que

$$dE_{\text{absorption}} = \varepsilon \sigma T_0^4 S dt$$

Avec T_0 est la température ambiante en K .

Cette énergie représente l'énergie générée par les photons provenant du milieu ambiant absorbée par la plaque dans un temps dt . On utilise la même méthodologie pour trouver la force et le moment initié par cette force. *Détails en annexe 2 (6.2.1),*

$$\vec{F}_{absorption} = \frac{d\vec{p}_{totale}}{dt} = \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S}{c} \vec{u}_x$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_{absorption}) = \vec{OM}_1 \wedge \vec{F}_{\text{émission sup}} + \vec{OM}_2 \wedge \vec{F}_{\text{émission inf}}$$

$$\vec{M}_O(\vec{F}_{absorption}) = 2l \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S}{c} \vec{u}_z$$

3.1.3. Force de frottement

L'observation du système nous indique que la vitesse atteint un équilibre après un certain temps d'éclairement. Il est donc raisonnable de penser qu'une force de frottement physique au niveau de la pointe des pales s'applique. Afin d'exprimer celle-ci, on se place dans un repère cylindrique de centre 0 et d'axe \vec{u}_z pointé vers nous. On cherche dans un premier temps l'expression de la vitesse du système dans cette base :

$$\vec{OA} = l \vec{u}_r \text{ et } \vec{V}(A) = l\omega \vec{u}_\theta \text{ où } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

On a donc pour expression de la force de frottement (\vec{f}) :

$$\vec{f} = -\lambda l \omega \vec{u}_\theta$$

Le calcul du moment est similaire aux précédents :

$$\vec{M}_O(\vec{f}) = \vec{OA} \wedge \vec{f}_a + \vec{OB} \wedge \vec{f}_b$$

$$\vec{M}_O(\vec{f}) = -2l^2 \lambda \omega \vec{u}_z$$

3.1.4. Détermination de l'expression de la température (bilan thermique)

Afin de résoudre l'équation différentielle qui va découler du théorème du moment cinétique, nous devons exprimer la température du système. Pour cela, on considère le matériau à l'état stationnaire puisque l'on s'intéresse à l'instant où la vitesse angulaire du radiomètre est constante. On rappelle la formule générale pour le bilan thermique :

$$production = \text{échanges} + \text{stockage}$$

Le terme "production" désigne la production thermique. Ici cette dernière est nulle car il s'agit d'un milieu thermiquement neutre. Comme les plaques sont à l'état stationnaire (de par leurs propriétés thermiques) le stockage est nul également. Ce qui nous donne :

$$\text{échanges} = 0$$

La démarche complète de raisonnement du bilan thermique sera détaillée en annexe 2 (6.2.2), celle-ci nous permet d'aboutir à l'expression suivante de la température :

$$T = \left(\frac{E}{\sigma} + T_0^4\right)^{1/4}$$

3.1.5. Détermination de l'équation du moment et équation du mouvement

Nous allons utiliser le théorème du moment cinétique, appliqué en un point O afin d'obtenir l'équation différentielle du mouvement qui régit le système. *Les détails du calcul seront apportés en annexe (6.2.3).* On a :

$$\vec{\sigma}_O = \vec{OA} \wedge m\vec{V}(A) + \vec{OB} \wedge m\vec{V}(B) = 2ml^2\omega \vec{u}_z$$

On rappelle ici le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{\sigma}_O}{dt} = \overrightarrow{\Sigma M_O(\vec{F})}$$

En appliquant celui-ci à notre système, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{m}\omega = \frac{E \times S}{2mcl}$$

Dont la solution est :

$$\omega = \frac{E \times S}{2c\lambda} (1 - e^{-\frac{\lambda}{m}t})$$

3.1.6. Proposition d'amélioration du bilan

Dans cette partie, nous allons chercher à affiner nos hypothèses de calcul. En effet, nous avons jusqu'à présent considéré que les plaques étaient soumises à un éclairage continu et uniforme. Nous allons essayer d'exprimer l'éclairage moyen subis par les plaques afin de rendre le modèle plus proche de la réalité. Considérons que les plaques sont en mouvement et non plus fixes et notons de l'énergie reçue sur l'intervalle de temps dt .

$$de = ES' dt = E' S dt$$

Où E est l'éclairage constant et E' est l'éclairage reçu en fonction de l'angle θ

On a alors :

$$E' = E \frac{S'}{S} = E \sin(\theta)$$

Comme énoncé précédemment, nous cherchons l'éclairage moyen d'une face :

$$\underline{E'} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi E \sin(\theta) d\theta = -\frac{E}{\pi} [\cos(\theta)]_0^\pi = \frac{2E}{\pi}$$

On obtient alors en remplaçant dans l'expression trouvée précédemment :

$$\omega = \frac{E \times S}{\pi c\lambda} (1 - e^{-\frac{\lambda}{m}t}) E'$$

3.1.7. Modélisation des résultats

Nous avons modélisé grâce à l'outil Scilab l'évolution au cours du temps de la vitesse angulaire du radiomètre (*code en annexe 2 (6.2.4)*). Nous sommes passés par cet outil car nous nous sommes demandé si le frottement réel agissait tel que nous l'avions modélisé auparavant c'est-à-dire modélisé par la force :

$$\vec{f} = -\lambda l \omega \vec{u}_\theta$$

Ou s'il correspondait plutôt à un frottement dit quadratique, de la forme :

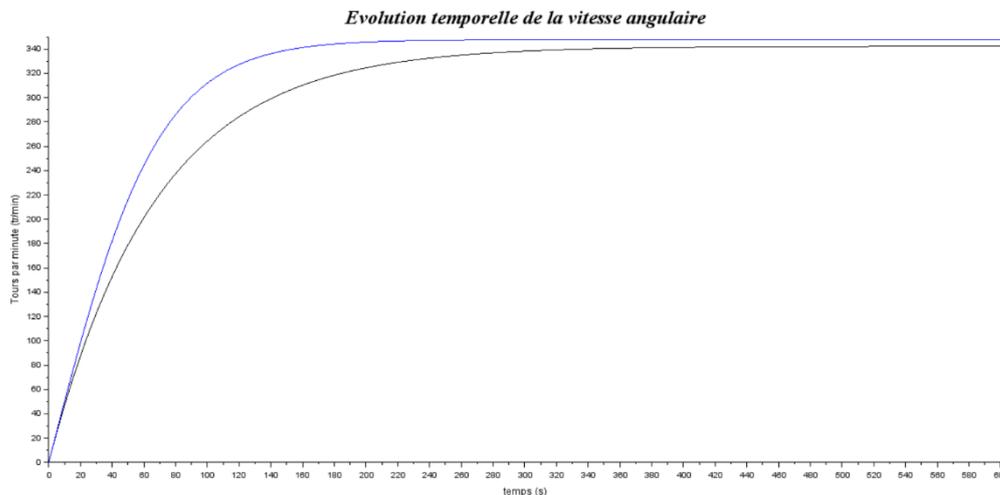
$$\vec{f}_2 = -\lambda_2 l \omega^2 \vec{u}_\theta.$$

En reprenant le même raisonnement que dans la section (3.1.5) en remplaçant \vec{f} par \vec{f}_2 , nous obtenons alors une équation différentielle de la forme :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{m} \omega^2 = \frac{E \times S}{2mcl}$$

Pour résoudre cette équation, nous avons utilisé le logiciel Scilab. Sur notre modélisation nous avons dû fixer certaines constantes : l'éclairement a été fixé à 100 W.m^{-2} , la surface S à 1 cm^2 et la longueur l à $0,02 \text{ cm}$. Nous avons ensuite fait varier les paramètres de la masse et les coefficients de frottement pour obtenir des vitesses de rotation et des courbes cohérentes. Nous nous sommes basés sur les résultats expérimentaux, lorsque l'éclairement est à 100 W.m^{-2} la vitesse en tours par minute doit se rapprocher des 350 tr.min^{-1} (références prises sur l'expérience n°3). Voici la courbe obtenue :

figure 2 : Evolution temporelle de la vitesse angulaire simulée sur Scilab



En bleu, on observe la courbe avec un frottement quadratique, en noir celle avec un frottement linéaire. Cette simulation est basée sur un temps de 10 minutes, c'est-à-dire le temps nécessaire pour obtenir une vitesse de rotation constante.

Nous obtenons comme valeur de coefficient de frottement : (*Détail en annexe 2*)

$$\lambda_1 = 1,48 \cdot 10^{-9} \text{ et } \lambda_2 = 4 \cdot 10^{-11} \text{ avec une masse } m \text{ de } 0,1 \text{ mg.}$$

La valeur de la masse ne semble pas cohérente, puisque trop faible, on s'attendait plutôt à un ordre de grandeur proche du gramme. Il est possible que cette imprécision provienne de nos hypothèses émises pour cette étude. Mais cela peut également laisser penser que le radiomètre ne subit pas uniquement des effets purement radiatifs.

3.2. Expérience et son lien avec la modélisation

3.2.1. Mise en œuvre de l'expérience

Dans le but de confirmer ou non le modèle établi précédemment, nous avons souhaité réaliser une expérience sur la vitesse de rotation du radiomètre. Nous avons ainsi décidé de déterminer la vitesse de rotation atteinte en fonction d'un éclairage donné. Il nous sera ainsi possible de comparer les résultats obtenus avec la formule de vitesse obtenue précédemment lorsque t tend vers l'infini (c'est à dire en régime stationnaire). Soit :

$$\omega = \frac{E \times S}{\pi c l \lambda}$$

Une fonction linéaire de l'éclairement. Nous nous doutions cependant que la formule n'était pas complètement juste car en faisant tendre l'éclairement vers l'infini, le radiomètre devrait s'emballer à l'infini. Or dans la réalité, il semble qu'il y ait un palier pour lequel la fréquence de rotation devient constante pour tout éclairage.

L'expérience réalisée est la suivante :

Objectif : Mesurer la vitesse de rotation des plaques en fonction de l'éclairement reçu par le radiomètre.

Matériel :

- Le radiomètre de Crookes
- Une photodiode
- Un oscilloscope
- Une lampe
- Un générateur de courant continu
- Une lentille convergente
- Un laser monochromatique
- Un luxmètre

Déroulement de l'expérience :

Tout d'abord, le radiomètre était éclairé par la lampe. De là, les plaques se mettaient à tourner. Un laser fixe était alors dirigé vers une seule plaque. Son rayon était ainsi réfléchi sur cette dernière vers la photodiode, celle-ci ayant pour but de capter le rayon réfléchi. Comme les plaques tournaient, chaque rayon capté par la photodiode correspondait à une nouvelle plaque. Ainsi, 4 rayons captés correspondaient à un tour complet du radiomètre. Afin que la photodiode reçoive correctement le rayon réfléchi, il nous a fallu l'ajouter devant une lentille convergente.

La photodiode était reliée à l'oscilloscope (alimenté par le générateur de courant continu), nous pouvions ainsi récupérer la fréquence de rotation du radiomètre sur le logiciel Synchronie. Pour cela nous avons utilisé l'analyse de Fourier. L'idée de cette méthode est de transformer un signal en fréquences. Le logiciel synchronie effectue l'analyse et ressort un spectre de fréquence. On récupère la valeur du spectre la plus haute : il s'agit de la fréquence de rotation du radiomètre. Les autres raies correspondent à du « bruit » comme les rayons qui peuvent se réfléchir sur les parois du radiomètre puis arriver sur la photodiode. *Voir en annexe 3 les signaux périodiques et les spectres de fréquence (6.3).*

Nous pouvons également mesurer l'éclairement grâce au luxmètre et le faire varier. Pour le montage de cette expérience, il fallait faire attention à ce que la photodiode ne reçoive pas l'éclairement de la lampe.

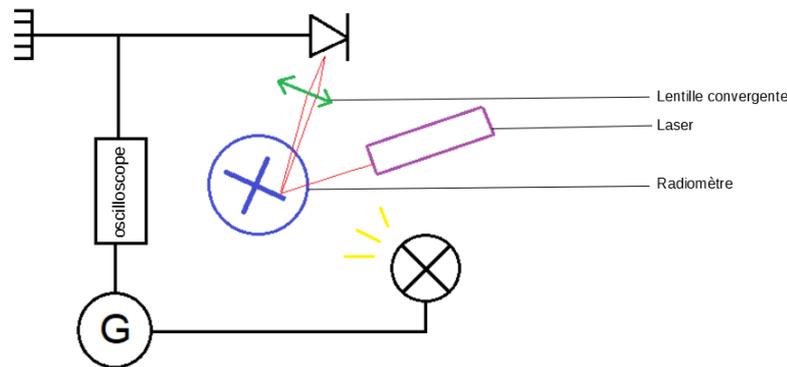


figure 3 : Schéma du montage expérimental

Veillez trouver les photos du montage et du matériel en annexe 3. Une vidéo de l'expérience est disponible au lien suivant : <https://app.videos.fr/v/1bf4ee78-49e3-412e-8de7-226c107fb17d/>

Les courbes obtenues correspondaient donc aux fréquences de rotation (en Hz) en fonction de l'éclairement (en $W \cdot m^{-2}$). D'après notre modèle théorique, nous nous attendions à observer un palier à partir duquel la fréquence de rotation deviendrait constante pour tout éclairement, soit la vitesse maximale de rotation du radiomètre.

Résultats :

L'expérience fut réalisée quatre fois. L'objectif était de confirmer ou non un modèle, pour cela nous voulions faire une étude de répétabilité. Les premier et deuxième modèles semblaient donner une vitesse linéaire en fonction de l'éclairement, cependant, sur les troisième et quatrième essais nous observons bien un palier.

Tout d'abord, voici un exemple de signaux périodiques obtenus ainsi que l'analyse de Fourier effectuée dessus. (D'autres signaux et spectres sont à retrouver en annexe 3)

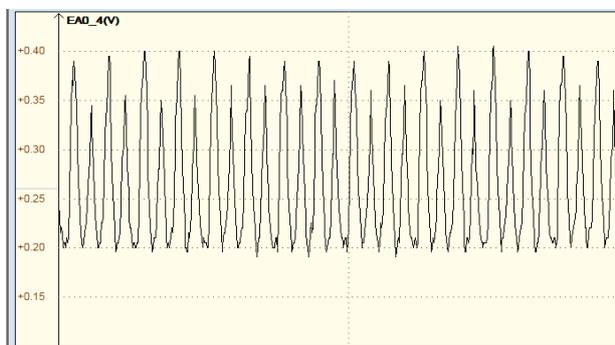


figure 4 : Signaux captés par la photodiode expérience n°3 pour un éclairement de $64 W \cdot m^{-2}$



figure 5 : Analyse de Fourier pour le même éclairement et la même expérience que la figure 2

Ensuite, voici un exemple de valeurs obtenues lors de l'essai n°3 :

Mesures du 11/05				
Eclairement en W/m ²	Fréquence de rotation en Hz (pour 1/4 de tour)	Fréquence en Hz (pour un tour)	Vitesse angulaire en rad/s	Vitesse angulaire en tour/min
4	1,506	0,3765	2,37	22,59
7	3,31	0,8275	5,20	49,65
12	5,572	1,393	8,75	83,58
18	9,013	2,25325	14,16	135,20
24	11,81	2,9525	18,55	177,15
30	13,42	3,355	21,08	201,30
43	17,82	4,455	27,99	267,30
56	19,62	4,905	30,82	294,30
69	20	5	31,42	300,00
84	21,22	5,305	33,33	318,30
100	22,4	5,6	35,19	336,00
120	25,82	6,455	40,56	387,30
141	27,82	6,955	43,70	417,30
162	29,62	7,405	46,53	444,30
183	30,42	7,605	47,78	456,30
196	31,22	7,805	49,04	468,30

figure 6 : Tableau de valeurs de fréquence et d'éclairement pour l'expérience 3

Enfin, voici les courbes obtenues lors des deux dernières expériences (les tableaux de valeurs ainsi que les courbes des deux premiers essais sont à retrouver en annexe) :

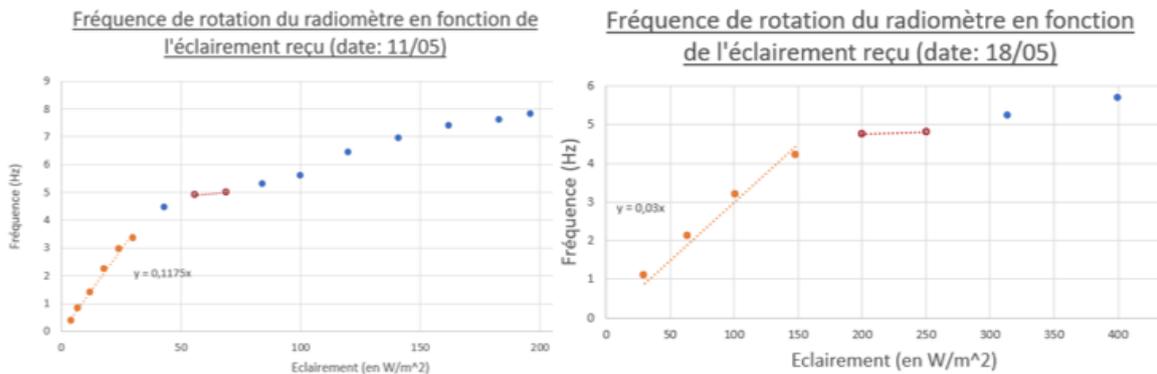


figure 7 : Courbes de la fréquence de rotation du radiomètre en fonction de l'éclairement

Les deux courbes obtenues ont une allure similaire. Tout d'abord, nous pouvons observer une première partie linéaire (en orange sur les graphiques). Ce qui semble ainsi correspondre au modèle :

$$\omega = \frac{E \times S}{\pi c l \lambda}$$

Ensuite la courbe commence à s'affaisser. Nous remarquons que dans les deux cas il y a un intervalle d'éclairement (entre 20 et 50 W) où la fréquence semble constante (en rouge). Puis la fréquence continue d'augmenter mais de moins en moins. Ainsi nous observons bien un plateau où la vitesse augmente de moins en moins. Nous n'avons cependant pas réussi à obtenir la vitesse maximale.

Remarques : Sur les valeurs des éclairements et des fréquences, nous ne pouvons pas comparer les essais car à chaque fois la disposition et les conditions d'expériences étaient légèrement différentes. Ce qui pouvait changer était : la distance entre la lampe et le radiomètre, d'où des valeurs de fréquence différentes et la distance entre la lampe et le luxmètre, d'où des valeurs d'éclairement différentes. Ainsi, ce que nous pouvions comparer était seulement les allures des courbes et non les valeurs obtenues. Aussi, nous avons réalisé que lors des trois premières expériences, nous n'effectuions pas le même temps d'attente

entre deux acquisitions, ce qui aurait pu peut-être fausser quelque peu les résultats si le régime stationnaire n'était pas atteint à chaque fois. De plus, nous pouvons observer sur les spectres que les amplitudes des fréquences varient une fois sur deux : nous avons remarqué que les ailettes du radiomètre étaient légèrement tordues, ainsi l'endroit sur la photodiode où allait le rayon était légèrement décalé une fois sur deux.

Conclusion : Il est assez difficile de conclure de manière précise étant donné les conditions expérimentales. Cependant, nous pouvons quand même être amenés à penser que le modèle linéaire, soit le modèle prenant en compte uniquement les phénomènes radiatifs, correspond aux faibles éclaircissements. Seulement, à partir d'un certain éclaircissement, il est clair que d'autres phénomènes entrent en jeu.

3.3. Théories et explications actuelles

Les recherches que nous avons été amenés à effectuer étaient basées sur des hypothèses de départ. En effet, nous avons considéré que les seules forces s'exerçant sur les ailettes du radiomètre étaient des forces purement radiatives. N'y a-t-il pas d'autres forces qui s'appliquent ? D'après le modèle obtenu ainsi que les résultats de l'expérience, il semble bien y avoir d'autres phénomènes. De plus, certains rayonnements ne font pas tourner le radiomètre, comme les rayons ultraviolets. A l'inverse il est très sensible aux rayonnements infrarouges. Par exemple, il tourne lorsqu'un fer à repasser, qui n'émet pas de lumière visible mais beaucoup de rayonnement infrarouge, est à proximité.

A l'évidence, notre modèle est un modèle très simplifié, où de nombreux facteurs ont été négligés. Nous avons fait ce choix pour plusieurs raisons : nous trouvons intéressant le fait de travailler sur l'aspect radiatif et ce travail était à notre portée. De plus, les explications des autres phénomènes susceptibles de faire tourner le radiomètre sont rares et d'un niveau très complexe, il nous manquait des bases de connaissances. Les explications trouvées sur des sites internet ne sont que très partielles et ne permettent pas de réellement comprendre le mécanisme. Cependant, toutes évoquent d'autres forces que les forces radiatives. Le radiomètre tournerait grâce à des forces de pression dues à des molécules de gaz à l'intérieur de l'ampoule. Le radiomètre serait en effet sous vide partiel et non total.

Nous avons réussi à trouver un article intitulé "Radiometric phenomena : From the 19th to the 21st century" retraçant l'histoire du radiomètre et des découvertes faites autour. (<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0042207X12000723>). Actuellement, il a été montré que la rotation du radiomètre était liée à 3 forces :

1- Les forces radiométriques, celles que nous avons étudiées. C'est Albert Einstein qui démontra que les forces exercées sur les deux faces des ailettes ne sont pas égales

2- Les forces de "cisaillement" (shear force) dues au fluage thermique mais qui ferait tourner le radiomètre dans le sens inverse. La présence de ces forces fut démontrée par Osborne Reynolds.

3- Les forces "sur les bords", dues également au fluage thermique.

Le fluage thermique est un régime d'écoulement transitoire où le flux se déplace des surfaces froides vers les surfaces chaudes. Le fluage thermique serait responsable d'une différence de pression sur les bords des ailettes, ce qui serait à l'origine du mouvement. La contribution de ces trois forces dépendrait du ratio hauteur/épaisseur des ailettes ainsi que du nombre de Knudsen (un nombre adimensionnel permettant de déterminer le régime d'écoulement d'un fluide et faisant intervenir la température, la pression, le diamètre de la molécule et une longueur caractéristique).

Ce qui est intéressant derrière tout cela, c'est que ces dernières explications ne sont pas du tout attendues. Le radiomètre étant censé être sous vide presque parfait, il est très étonnant d'apprendre qu'une différence de pression soit à l'origine du mouvement des ailettes.

De plus, le modèle que nous avons établi semble être cohérent avec les observations expérimentales. Cela nous permet de réaliser qu'il faut être prudent et ne pas toujours se fier à ce qui est le plus intuitif.

4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Conclusions sur le travail réalisé

Ce projet fût passionnant pour tous les membres du groupe. Nous avons été un peu perturbés, au début, par le nombre de directions possibles à prendre pour l'étude de ce dispositif. Mais une fois lancés nous avons pris du plaisir à réfléchir, développer des hypothèses et faire des expériences. De plus, nous avons dû élaborer une réflexion comme le ferait un chercheur puisqu'il n'existait aucune étude précise des phénomènes qui mettent en rotation le radiomètre. Nous avons d'abord formulé des hypothèses nous permettant de faciliter grandement nos calculs même si nous nous éloignons de la réalité. Puis nous avons affiné nos hypothèses pour pouvoir nous rapprocher de notre expérience et de la réalité. Bien que cette dernière soit trop complexe pour pouvoir décrire précisément les phénomènes qui se passent.

Nous sommes fiers du parcours accompli durant ce projet. En effet, nous avons réussi à obtenir avec des outils mathématiques à notre portée une partie de l'explication des phénomènes qui mettent en rotation le radiomètre.

Conclusions sur l'apport personnel de cet E.C. projet

Ce projet nous a permis de développer de nombreuses qualités et compétences. En effet, il a fallu construire une réflexion à partir de rien, de la répartition du travail à la finalisation du rapport.

Ce projet a été très formateur notamment sur la conduite d'un projet. Ce qui nous sera sûrement très utile dans notre futur en tant qu'ingénieur. En effet, il nous a fallu répartir le travail équitablement en essayant de respecter les affinités de chacun.

Nous nous sommes également rapprochés d'un travail de chercheur. Ce qui nous a permis de développer notre réflexion physicienne et notre sens critique.

Perspectives pour la poursuite de ce projet

Le sujet de ce projet est très vaste et nous nous sommes concentrés uniquement sur la partie radiative. Même en se restreignant sur l'étude des phénomènes, nous avons dû émettre des hypothèses afin de simplifier le problème. Ces dernières peuvent être affinées pour se rapprocher de la réalité. Il est aussi possible de traiter des forces évoquées dans le document scientifique "Radiometric phenomena : From the 19th to the 21st century" qui explique et traite deux forces dont nous ne tenons guère rigueur dans notre travail.

5. BIBLIOGRAPHIE

[1] Cours sur les effets de rayonnement qui s'appliquent sur les faces noires et réfléchissantes :

https://stringfixer.com/fr/Radiation_pressure (valide à la date du 23/05/2022).

[2] Wikipédia Radiomètre de Crookes :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Radiom%C3%A8tre_de_Crookes#:~:text=Le%20radiom%C3%A8tre%20de%20Crookes%20consiste,fum%C3%A9%20et%20l'autre%20argent%C3%A9e.
(Valide à la date du 06/03/2022).

[3] Wiki sciences amusantes sur le Radiomètre de Crookes :

https://wiki.scienceamusante.net/index.php?title=Le_radiom%C3%A8tre_de_Crookes

[4] Vidéo sciences amusantes expériences sur le Radiomètre :

<https://www.youtube.com/watch?v=CNuuDoq7DE0> (Date: 2008)

[5] Article Radiometric phenomena: From the 19th to the 21st century de Andrew Ketsdever, Natalia Gimelshein, Sergey Gimelshein, Nathaniel Selden:

[Radiometric phenomena: From the 19th to the 21st century - ScienceDirect](#)

[6] Wikipédia William Crookes :

[William Crookes — Wikipédia \(wikipedia.org\)](#)

[7] Article parlant brièvement de William Crookes :

<https://www.futura-sciences.com/sciences/personnalites/chimie-william-crookes-904/>

[8] Vidéo expliquant le fonctionnement des tubes cathodiques :

[\(335\) Comment fonctionne un Tube Cathodique ? - YouTube](#)

[9] Wikipédia Tube de Crookes :

[Tube de Crookes — Wikipédia \(wikipedia.org\)](#)

[10] Article expliquant ce qu'est un compteur à scintillation :

[Qu'est-ce qu'un compteur à scintillation ? - Spiegato](#)

[11] Wikipédia sur la Society for Psychical Research:

[Society for Psychical Research — Wikipédia \(wikipedia.org\)](#)

[12] Wikipédia Radiomètre:

[Radiomètre — Wikipédia \(wikipedia.org\)](#)

[13] Wikipédia Pression de rayonnement :

[Pression de rayonnement — Wikipédia \(wikipedia.org\)](#)

6. ANNEXES

6.1. Annexe 1 : un regard historique

Courte biographie de William Crookes, créateur de cet appareil

William Crookes était un chimiste et physicien britannique. Né à Londres le 17 juin 1832, il est mort à Londres le 4 avril 1919. Il est célèbre pour la découverte du thallium (élément chimique du tableau périodique des éléments) en 1861, ainsi que celle du Protactinium en 1900. Nous lui devons également la découverte des tubes cathodiques ou "tubes de télévision" (technologie contenue dans les anciennes télévisions permettant de générer une image sur un écran en envoyant un flux d'électrons convertis en photons). Ses travaux ont traité de nombreux domaines différents allant de la spectroscopie à la chimie.

William Crookes reçut plusieurs récompenses : la Royal Medal en 1875, la médaille Davy en 1888, la médaille Copley en 1904.

A partir de 1856, Crookes dédie tout son temps à ses travaux de recherche dans un laboratoire privé à Londres, grâce à un héritage qu'il a obtenu de la part de son père

Il fonde en 1859 le journal *Chemical News*, qu'il dirigera pendant 47 ans.

Entre les années 1869 et 1875, le physicien invente également le Tube de Crookes avec l'aide d'autres physiciens. Ce dernier sert au savant Wilhelm Röntgen à découvrir les rayons X en 1895. Il est également à l'origine de la technologie contenue dans le tube cathodique.

C'est en 1873 qu'il conçoit le Radiomètre de Crookes, dans le but d'étudier des phénomènes qui l'ont intrigué lors de ses travaux sur le thallium. Cependant, le comportement de l'appareil n'est pas celui qu'il attendait et il ne parviendra pas à l'expliquer correctement.

Au début du XXe siècle, il s'intéresse à la radioactivité. Il y fait quelques découvertes et met au point les prémices de la méthode du comptage par scintillation (méthode servant à détecter et mesurer les émissions d'éléments radioactifs) ainsi que le spinthariscopie servant lui à mettre en évidence des traces de radium.

Enfin, passé 60 ans, il étudie les phénomènes paranormaux (ceux se produisant en présence de médiums par exemple) et tente de les comprendre, par exemple par le biais d'études scientifiques. De 1896 à 1899 il devient même président de l'association *Society for Psychical Research* dont le but est l'étude scientifique des phénomènes décrits comme paranormaux.

Une rétrospective sur le radiomètre de Crookes

« Un radiomètre est un instrument qui permet de mesurer l'intensité du flux de rayonnement électromagnétique, dans différents domaines de longueurs d'onde, tels que l'ultraviolet, la lumière visible et l'infrarouge. » Wikipédia

On parle de spectroradiomètre dans le cas où la mesure est effectuée en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

Le radiomètre de Crookes n'est pas un radiomètre à proprement parler, car son but premier n'est pas de mesurer un flux électromagnétique. William Crookes l'a créé en 1875 afin de démontrer une théorie selon laquelle la lumière posséderait une force de poussée à l'impact, ce qui semblait impossible car les photons n'ont pas de masse.

Crookes s'attendait donc à ce que la lumière qui rebondit sur les pâles réfléchissantes pousse ces dernières et mette en rotation l'hélice, le vide partiel dans l'ampoule devait aider ce phénomène en réduisant les frottements avec le gaz contenu à l'intérieur.

Cependant le résultat ne fut pas celui escompté, l'hélice s'est bien mise à tourner, mais dans le sens inverse. Le radiomètre de Crookes a donc échoué à démontrer la théorie pour laquelle il avait été créé. Cette théorie fut cependant déclarée correcte au début du XXe siècle grâce aux travaux de Ernest Nichols et Gordon Hull sur le radiomètre de Nichols et non au radiomètre de Crookes. Ce dernier ne tomba pas pour autant dans l'oubli, sauvé par son comportement étrange et amusant, mais surtout mystérieux car nombreux scientifiques se sont arraché les cheveux afin de l'expliquer.

L'ironie de cet objet est que l'idée de Crookes était correcte et aurait dû fonctionner ; cependant les technologies de l'époque ne lui ont pas permis de faire un vide complet dans l'ampoule, elles n'ont pu y faire qu'un vide partiel. C'est principalement ces conditions spécifiques de gaz sous basse pression qui créent la rotation que l'on observe.

Aujourd'hui, en appliquant un vide parfait au sein de l'ampoule, ce dernier tourne bien dans le sens initialement prévu sous l'effet de la pression de la lumière.

6.2. Annexe 2 : Calculs et codes détaillés de la modélisation

6.2.1. Détail du calcul du moment d'émission et d'absorption (3.1.2)

Soit $\vec{\Delta p}_{1\text{photon}}$ la différence de quantité de mouvement d'un photon émis entre avant et après son émission, on a

$$\vec{\Delta p}_{1\text{photon}} = \vec{\Delta p}_{\text{phoyon,final}} - \vec{\Delta p}_{\text{photon,initial}}$$

Or $\vec{p}_{\text{initial}} = \vec{0}$ car à l'état initial le photon n'est pas encore émis, ainsi

$$\vec{\Delta p}_{1\text{photon}} = \vec{\Delta p}_{\text{phoyon,final}}$$

$$\Leftrightarrow \vec{\Delta p}_{1\text{photon}} = \frac{h\nu}{c} \vec{u}_x$$

On s'intéresse maintenant à la quantité de mouvement totale de tous les photons émis \vec{p}_{totale} (en $kg.m.s^{-1}$) au cours d'une durée infinitésimale dt , en considérant que tous les photons émis sont dans l'infrarouge on a :

$$dN_{\text{photons}} = \frac{dE_{\text{emis}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{\varepsilon\sigma T^4 S dt}{h\nu_{IR}}$$

$$d\vec{p}_{\text{Emission}} = dN_{\text{photons}} \times \vec{\Delta p}_{1\text{photon}} = \frac{h\nu_{IR}}{c} \times \frac{\varepsilon\sigma T^4 S dt}{h\nu_{IR}} = \frac{\varepsilon\sigma T^4 S dt}{c} \vec{u}_x$$

Et comme précédemment, il vient que (par application de l'action et réaction) :

$$\vec{F}_{Emission} = \frac{-d\vec{p}_{totale}}{dt} = -\frac{\varepsilon\sigma T^4 S dt}{c} \vec{u}_x$$

Reste à calculer le moment de cette force pour les deux plaques :

$$\vec{M}_O(emission) = \overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{emission\ plaque\ sup} + \overrightarrow{OM_2} \wedge \vec{F}_{emission\ plaque\ inf} = 2l \frac{\varepsilon\sigma T^4 S}{c} \vec{u}_z$$

Pour la force d'absorption, on a $\vec{p}_{final} = \vec{0}$ car il n'y a que de l'absorption dans cette force.

$$\overrightarrow{\Delta p}_{1photon} = \vec{p}_{photon,initial}$$

$$dN_{photons} = \frac{dE_{absorption}}{E_{photon}} = \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S dt}{h\nu_{visible}}$$

$$d\vec{p}_{absorption} = dN_{photons} \times \overrightarrow{\Delta p}_{1photon} = \frac{h\nu_{visible}}{c} \times \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S dt}{h\nu_{visible}} = \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S dt}{c} \vec{u}_x$$

On obtient alors :

$$\vec{F}_{Absorption} = \frac{d\vec{p}_{totale}}{dt} = \frac{\varepsilon\sigma T^4 S dt}{c} \vec{u}_x$$

$$\vec{M}_{Oabsorption} = \overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{emission\ sup} + \overrightarrow{OM_2} \wedge \vec{F}_{emission\ inf} = -2l \frac{\varepsilon\sigma T_0^4 S}{c} \vec{u}_z$$

6.2.2. Bilan thermique complet (3.1.4)

La formule générale pour le bilan thermique est :

$$production = \text{échanges} + \text{stockage}$$

Le terme "production" désigne la production thermique. Ici cette dernière est nulle car il s'agit d'un milieu thermiquement neutre. La production thermique est nulle et comme les plaques sont à l'état stationnaire (par leurs propriétés thermiques) le stockage est nul aussi. Ce qui nous donne :

$$\text{échanges} = 0$$

Ainsi :

$$\Phi_{\text{échangés}} = \iint_{S_n} \vec{\varphi}_n \cdot \vec{n} dS_n + \iint_{S_b} \vec{\varphi}_b \cdot \vec{n} dS_b = 0$$

- φ_n correspond aux densités de flux de rayonnement des plaques noires et φ_b des plaques brillantes.
- S la surface des plaques, S_b désignant la surface réfléchissante de la plaque et S_n la surface noire de la plaque ($S = S_b = S_n$)

De plus,

$$\iint_{S_n} \vec{\varphi}_n \cdot \vec{n} dS_n = \varepsilon_n \sigma T_n^4 S - \alpha_n \sigma T_0^4 S$$

Et

$$\iint_{S_b} \vec{\varphi}_b \cdot \vec{n} dS_b = \varepsilon_b \sigma T_b^4 S - \alpha_b \sigma T_0^4 S$$

Avec

- ε_n et ε_b l'émissivité des plaques noires et brillantes (sans unité)
- α_n et α_b l'absorptivité des plaques noires et brillantes (sans unité)
- σ la constante de Boltzmann : $\sigma = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
- T_n et T_b la température des côtés brillants ou noirs des plaques
- T_0 la température au sein du radiomètre

Enfin, on ajoute un rayonnement reçu, négatif dans le bilan thermique.

$\varphi = \alpha ES$, où α est l'absorptivité de la plaque, E l'éclairement et S la surface de la plaque.

- Pour la face noire, $\alpha_n = 1$ comme vu précédemment
- Pour la face brillante, $\alpha_b = 0$

Nous avons donc :

$$0 = \varepsilon_n \sigma T_n^4 S - \alpha_n \sigma T_0^4 S + \varepsilon_b \sigma T_b^4 S - \alpha_b \sigma T_0^4 S - \alpha_n ES$$

Or on considère que $\varepsilon_b = 0$, l'émissivité des plaques brillantes tend vers 0 car elle réfléchit les photons. Or si un corps n'émet pas, elle n'absorbe pas non plus, par conséquent : $\alpha_b = 0$.

Il s'agit là de **la loi de Kirchhoff** : à l'équilibre thermodynamique l'émissivité est égale à l'absorptivité.

De plus $\varepsilon_n = 1$ car on assimile les plaques noires à des corps noirs. Ainsi, d'après la loi de Kirchhoff : $\alpha_n = 1$

Finalement en simplifiant :

$$0 = \sigma T_n^4 - \sigma T_0^4 S - E \times S$$

$$\text{Soit } T = \left(\frac{E}{\sigma} + T_0^4 \right)^{1/4}$$

6.2.3. Détails application du théorème du moment cinétique (3.1.5)

Théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \overrightarrow{\Sigma M_0(\vec{F})}$$

$$\Leftrightarrow 2ml^2 \frac{d\omega}{dt} \vec{u}_z = -\frac{lES}{c} \vec{u}_z + \frac{2l\sigma T^4 S}{c} \vec{u}_z - 2l^2 \lambda \omega \vec{u}_z - 2l \frac{\varepsilon \sigma T_0^4 S}{c} \vec{u}_z$$

En simplifiant l'expression et en projetant selon l'axe \vec{u}_z , on aboutit à :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{E \times S}{2ml} + \frac{\sigma T_0^4 S}{mcl} - \frac{\lambda}{m} \omega$$

Le terme en T_0 devrait disparaître avec la force d'absorption.

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{E \times S}{2ml} + \frac{\sigma S(T^4 - T_0^4)}{mcl} - \frac{\lambda}{m} \omega$$

Sauf que nous avons noté précédemment :

$$T = \left(\frac{E}{\sigma} + T_0^4\right)^{1/4}$$

On obtient alors :

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{E \times S}{2ml} + \frac{\sigma S\left(\frac{E}{\sigma} + T_0^4 - T_0^4\right)}{mcl} - \frac{\lambda}{m} \omega$$

Le système se résout l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{m} \omega = \frac{E \times S}{2mcl}$$

Il faut commencer par résoudre la solution homogène :

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{\lambda}{m} \omega = 0$$

$$\int_0^\omega \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\lambda}{m} \int_0^t dt$$

$$\ln(\omega) = -\frac{\lambda}{m} t + C \text{ avec } C \text{ une constante d'intégration}$$

On a finalement : $\omega = A$

Passons à la solution particulière :

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \text{ alors on a}$$

$$\omega = \frac{E \times S}{2c\lambda}$$

Nous avons comme solution pour ω :

$$\omega = Ae^{-\frac{\lambda}{m}t} + \frac{E \times S}{2c\lambda}$$

Nous cherchons à déterminer A, nous posons que à $t=0$, $\omega = 0$

$$-\frac{E \times S}{2c\lambda} = A$$

Nous avons enfin résolu notre équation différentielle :

$$\omega = \frac{E \times S}{2c\lambda} (1 - e^{-\frac{\lambda}{m}t})$$

6.2.4. Code Scilab détaillé (3.1.7)

```

1
2 clear
3 function dZ = derivation1(t,Z)
4 dZ(1)=(E*S)/(%pi*m*c^1)-(lambda*Z(1)/m);
5 endfunction
6 function dZ = derivation2(t,Z)
7 dZ(1)=(E*S)/(%pi*m*c^1)-(lambda2*Z(1)^2/m);
8 endfunction
9
10 //données du problème
11 E=100; //éclairement (W/m^2)
12 S=0.001; //surface de la plaque (m^2)
13 m=0.0000001; //masse du système (kg)
14 c=300000000; //célérité de la lumière (m/s)
15 l=0.02; //longueur entre le point O et M (m)
16 lambda=0.0000000148; //coefficient de frottement pour un frottement linéaire
17 lambda2=0.000000000040; //coefficient de frottement pour un frottement quadratique
18 Duree=60*10; //durée de l'analyse soit 10 min
19 Npoints=20000; //nombre de points pour l'affichage
20
21 T0=0; //instant initial
22 Z0=0; //vecteur Z à l'instant initial
23 Temps=[0:Duree/(Npoints-1):Duree]; //vecteur indiquant les sorties temporelles pour l'affichage
24
25 EvoZ1=ode(Z0,T0,Temps,derivation1);
26 EvoZ2=ode(Z0,T0,Temps,derivation2);
27 clf;plot2d(Temps,[EvoZ1 EvoZ2]*60/(2*pi));
28 xtitle('Evolution temporelle de la vitesse angulaire','temps (s)','Tours par minute');
29 xlabel('temps (s)',-font_size,-2)
30 ylabel('Tours par minute (tr/min)',-font_size,-2)
31 a=get('current_axes');
32 t=a.title;
33 t.foreground=5;
34 t.font_size=5;
35 t.font_style=5;
36 t.text="Evolution temporelle de la vitesse angulaire";
37
38

```

figure 8 : Code de la simulation Scilab

6.3 Annexe 3 : Schéma, tableaux de valeurs et courbes de l'expérience (3.2.1)



figure 9 : Photo légendée de l'expérience



figure 10 : Photos de l'installation de l'expérience

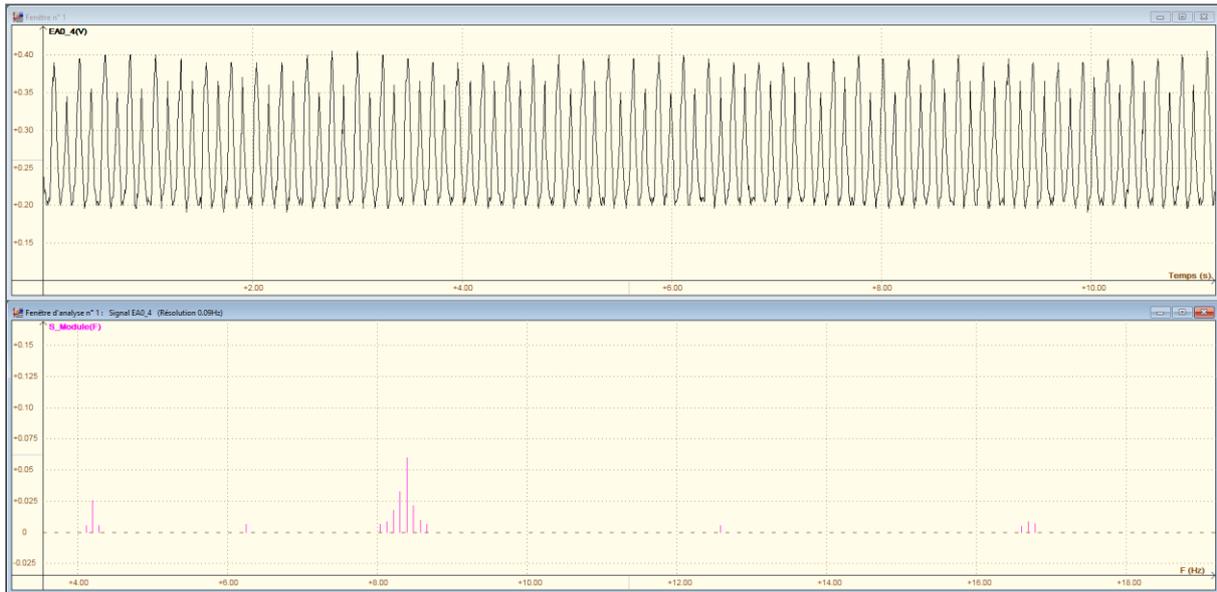


figure 11 : Acquisition du signal ainsi et analyse de Fourier sur le logiciel Synchronie pour un éclairage de 64 W/m² (expérience du 18/05)

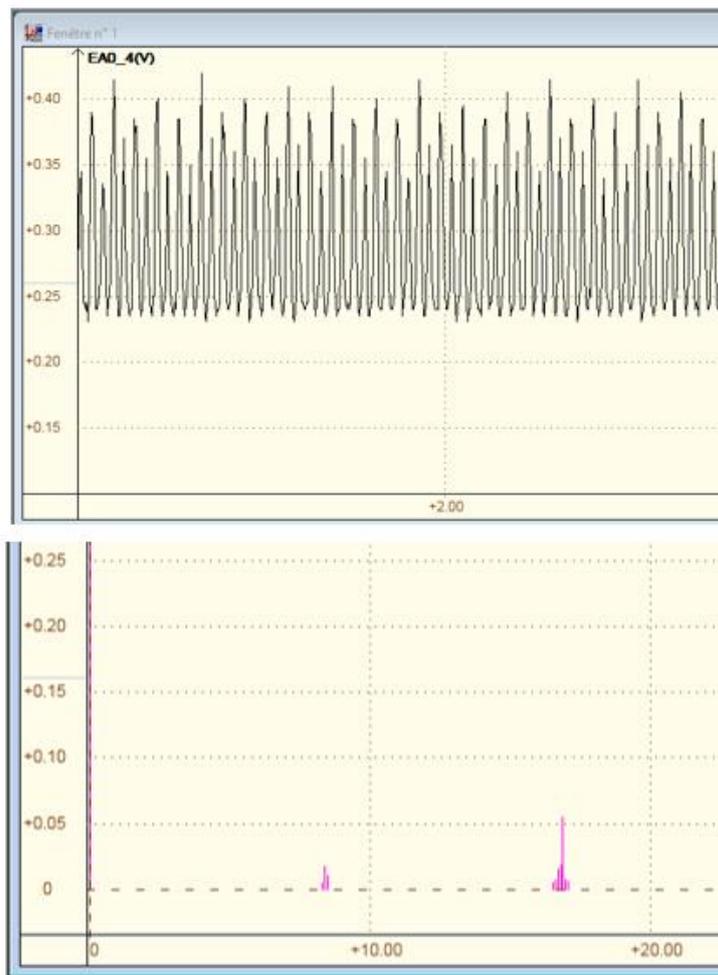


figure 12 : Acquisition du signal et analyse de Fourier sur le logiciel Synchronie pour un éclairage de 148 W/m² (expérience du 18/05)

Mesures du 27/04		
Eclairement en W/m ²	Fréquence de rotation en Hz (pour 1/4 de tour)	Fréquence en Hz (pour un tour)
92	2	0,5
201	3,75	0,9375
279	5,501	1,37525
353	6,745	1,68625
495	9	2,25

figure 13 : Résultats obtenus lors de la première expérience

Fréquence de rotation du
radiomètre en fonction de
l'éclairement reçu (date: 27/04)

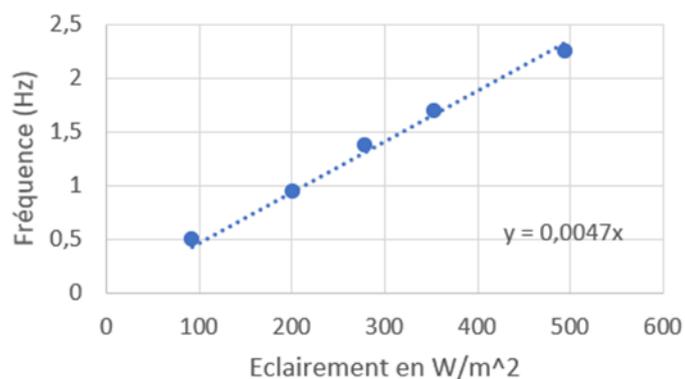


figure 14 : Courbe associée

Mesures du 04/05		
Eclairement en W/m ²	Fréquence de rotation en Hz (pour 1/4 de tour)	Fréquence en Hz (pour un tour)
6	0,166	0,0415
14	0,817	0,20425
25	1,552	0,388
38	2,534	0,6335
59	3,276	0,819
92	4,147	1,03675
111	5,572	1,393
141	6,569	1,64225
169	7,152	1,788
194	8,502	2,1255
217	9,252	2,313
244	10,51	2,6275
275	11,75	2,9375
298	12	3
337	13,25	3,3125
365	13,75	3,4375
392	14,51	3,6275
416	15	3,75
433	15,26	3,815
457	16,01	4,0025
486	16,5	4,125
506	17,01	4,2525
533	17,5	4,375
549	18,25	4,5625

figure 15 : Résultats obtenus lors de la deuxième expérience

Fréquence de rotation du radiomètre en fonction de l'éclairement reçu (date: 04/05)

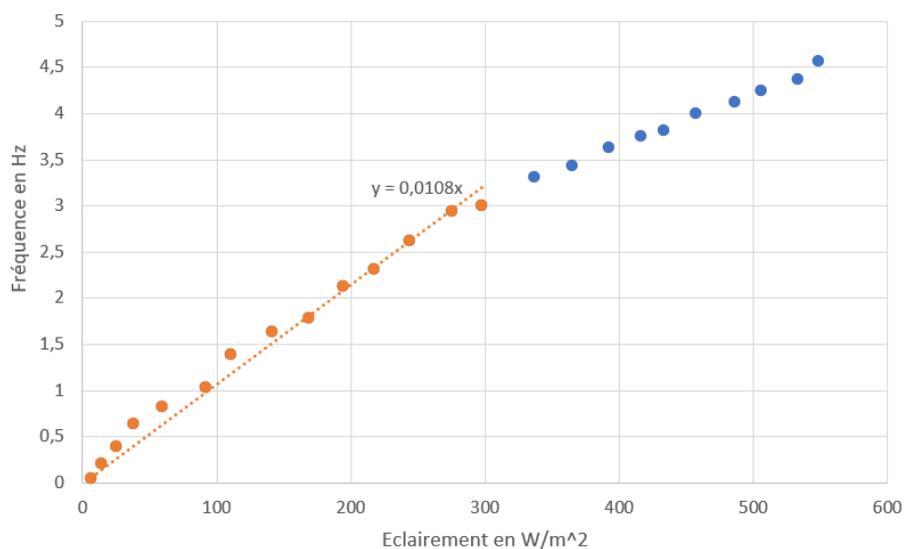
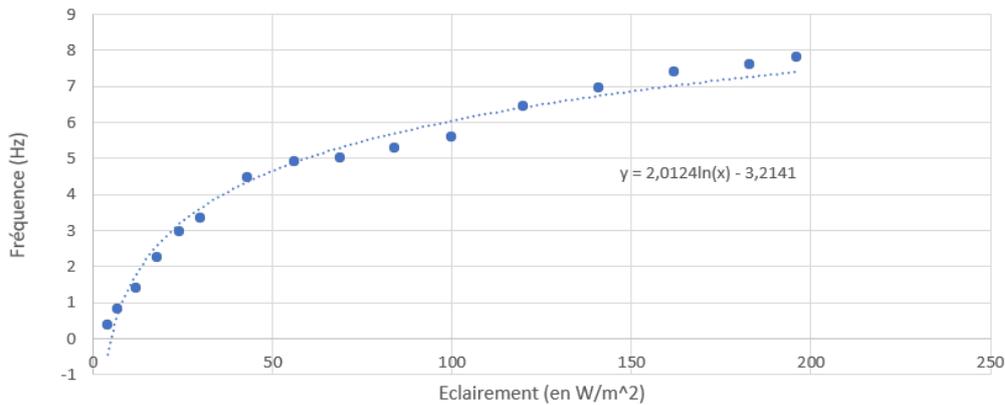


figure 16 : Courbe associée

Mesures du 11/05					
Eclairement en W/m ²	Fréquence de rotation en Hz (pour 1/4 de tour)	Fréquence en Hz (pour un tour)	Vitesse angulaire en rad/s	Vitesse angulaire en tour/min	
4	1,506	0,3765	2,37	22,59	
7	3,31	0,8275	5,20	49,65	
12	5,572	1,393	8,75	83,58	
18	9,013	2,25325	14,16	135,20	
24	11,81	2,9525	18,55	177,15	
30	13,42	3,355	21,08	201,30	
43	17,82	4,455	27,99	267,30	
56	19,62	4,905	30,82	294,30	
69	20	5	31,42	300,00	
84	21,22	5,305	33,33	318,30	
100	22,4	5,6	35,19	336,00	
120	25,82	6,455	40,56	387,30	
141	27,82	6,955	43,70	417,30	
162	29,62	7,405	46,53	444,30	
183	30,42	7,605	47,78	456,30	
196	31,22	7,805	49,04	468,30	

figure 17 : Résultats obtenus lors de la troisième expérience

Fréquence de rotation du radiomètre en fonction de l'éclairement reçu (date: 11/05)



Fréquence de rotation du radiomètre en fonction de l'éclairement reçu (date: 11/05)

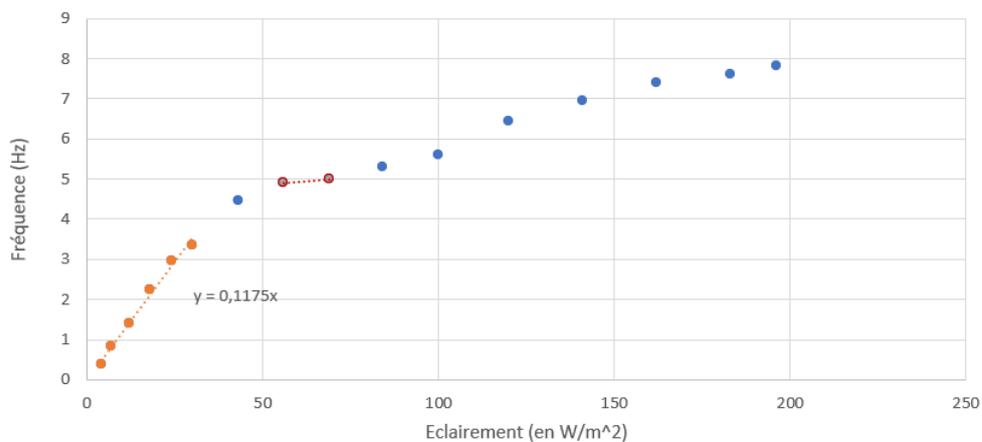


figure 18 : Courbes associées

Mesures du 18/05				
Eclairement en W/m ²	Fréquence de reflexion en Hz	Fréquence de rotation en Hz	Vitesse angulaire en rad/s	Vitesse angulaire en tour/min
30	4,39	1,0975	6,90	65,85
64	8,395	2,09875	13,19	125,93
101	12,69	3,1725	19,93	190,35
148	16,86	4,215	26,48	252,90
200	19,01	4,7525	29,86	285,15
251	19,2	4,8	30,16	288,00
314	20,89	5,2225	32,81	313,35
400	22,68	5,67	35,63	340,20

figure 19 : Résultats obtenus lors de la quatrième expérience

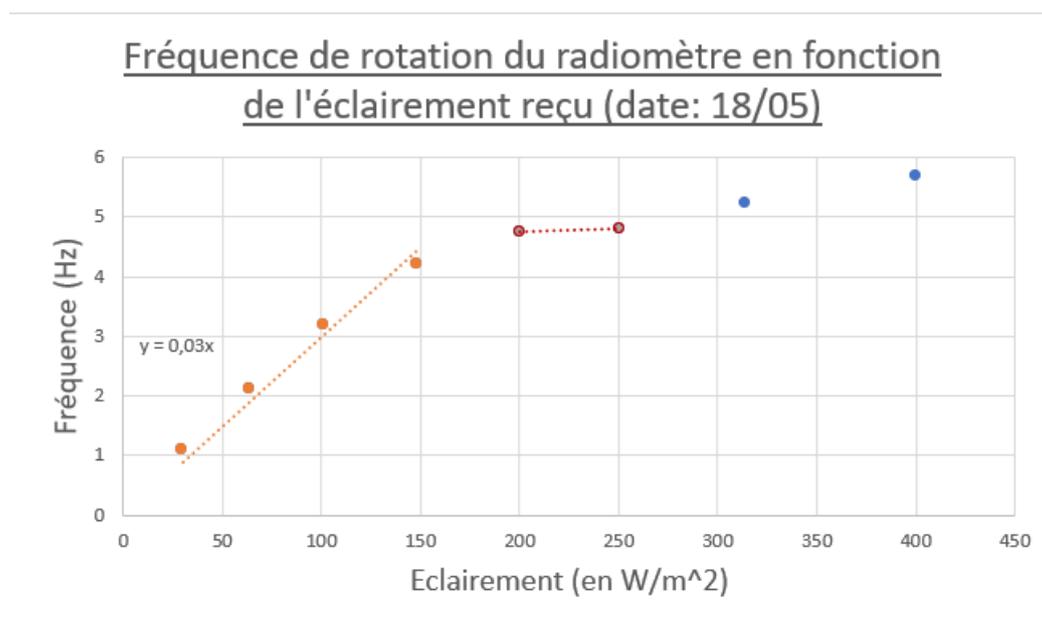


figure 20 : Courbe associée

6.4 Annexe 4 : Quelques vidéos du radiomètre

Accélération du radiomètre :

<https://app.videos.fr/v/efd3c8db-998a-46d2-b11d-220bcbbfc96e/>

Grande vitesse de rotation :

<https://app.videos.fr/v/4ff6537e-0af3-41f5-b6cb-c7ba952d3230/>

Vitesse de rotation moyenne :

<https://app.videos.fr/v/de84e197-c24c-41b2-b406-74e1d0f93ab8/>