

**La pression cinétique des gaz**

Elle résulte du choc sur les parois des molécules en agitation thermique.

Dans la démonstration qui suit, on se propose de faire le lien entre grandeurs macroscopiques et grandeurs microscopiques, en exprimant la pression cinétique du gaz (grandeur macroscopique, mesurable à notre échelle), en fonction des grandeurs caractéristiques d'une molécule : sa masse, sa vitesse.

Dans un premier temps (étape 1), nous étudierons les interactions entre une molécule unique et la paroi. Puis (étape 2), considérant que toutes les molécules sont indépendantes, nous en déduirons l'expression de la pression résultant du choc d'un grand nombre  $N$  de molécules.

**• Etape 1**

Considérons une molécule unique enfermée dans une boîte cubique d'arête  $l$ . La molécule, de masse  $m$ , est animée d'une vitesse  $\vec{v}$  quelconque. Comme les chocs sur les parois sont élastiques la valeur  $v$  de sa vitesse n'est pas modifiée lors des rebonds.

Ceux-ci se font selon la même loi que la réflexion d'un rayon lumineux. Par exemple, quand la molécule frappe la paroi de droite, orthogonale à l'axe  $x$ , la coordonnée  $v_x$  devient  $-v_x$ , alors que  $v_y$  et  $v_z$  demeurent inchangées. Quel que soit l'ordre des parois frappées ultérieurement, la durée mise par la particule pour aller de la paroi de droite à la paroi de gauche sera  $\frac{l}{v_x}$ .

Ainsi, la durée entre deux chocs sur la paroi de droite vaut  $\Delta t = \frac{2l}{v_x}$ .

Variation de quantité de mouvement lors du choc sur la paroi de droite :  $\Delta p_x = (-mv_x) - (mv_x) = -2mv_x$

D'après la deuxième loi de Newton, la force moyenne exercée par la paroi sur la molécule vaut :  $\langle F_x \rangle = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$ .

A l'aide des deux résultats précédents :  $\langle F_x \rangle = \frac{-2mv_x}{\frac{2l}{v_x}} = \frac{-mv_x^2}{l}$ .

Or, d'après la troisième loi de Newton, la force moyenne exercée par la molécule sur la paroi vaut  $-\langle F_x \rangle = \frac{+mv_x^2}{l}$ .

Enfin, la pression  $\pi$  sur la paroi due aux chocs d'une molécule unique vaut :  $\pi = \frac{-\langle F_x \rangle}{l^2} = \frac{+mv_x^2}{l^3}$ .

Mais  $l^3$  représente le volume  $V$  de la boîte. D'où  $\pi = \frac{+mv_x^2}{V}$ .

**• Etape 2**

Evaluons à présent la pression  $P$  sur la paroi si la boîte contient un grand nombre  $N$  de molécules toutes indépendantes (gaz parfait) et de vitesses  $\vec{v}_i$  différentes.

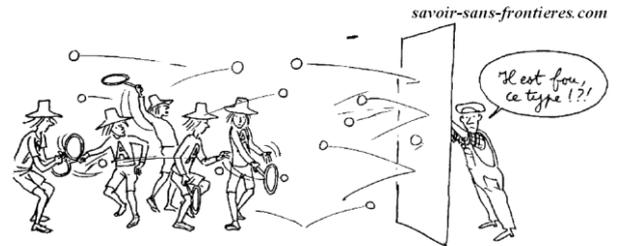
Les contributions de chacune s'ajoutent dans l'expression de  $P$  :  $P = \sum_{i=1}^N \frac{mv_{xi}^2}{V} = \frac{m}{V} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$ .

Faisons à présent le lien entre pression et vitesse quadratique moyenne  $u$ .  $u^2 = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$ .

Analysons la symétrie du système. Pour une molécule unique, les valeurs  $v_x^2, v_y^2, v_z^2$  sont toutes différentes. Mais si on calcule les moyennes de chacune des trois composantes sur un très grand nombre de molécules, et par symétrie, leurs valeurs sont égales :

$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{u^2}{3}$  avec  $\langle v_x^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N v_{xi}^2}{N}$ . D'où  $\sum_{i=1}^N v_{xi}^2 = N \langle v_x^2 \rangle = N \frac{u^2}{3}$ .

En remplaçant dans l'expression de  $P$  :  $PV = \frac{1}{3} N m u^2$



Ce sont les innombrables chocs moléculaires qui se produisent sur une paroi qui créent ce phénomène qu'on nomme **PRESSION**.

