

La partie « Préparation » est à faire à la maison avant le TP.
 Vous disposez de 3h pour effectuer ce TP. Cela comprend une série de manipulations et l'écriture d'une synthèse des résultats par binôme à rendre en fin de séance. Un compte rendu par binôme sera remis à l'enseignant de TD pour la séance suivante.
 Ce compte rendu doit être propre, structuré (introduction / dispositif expérimental / analyse des signaux mesurés / Schémas des manipulations / Résultats / conclusion), complet (la lecture de votre compte rendu doit suffire à la compréhension du travail réalisé et permettre au lecteur de refaire les expérimentations de façon autonome) et faire preuve d'un esprit critique et d'analyse (comparaison des résultats, calculs d'erreurs relatives, explication des erreurs). Ce dernier devra être limité à 6 pages manuscrites ou 4 pages dactylographiées.
 Ce travail est noté et contribue à la note de contrôle continu de l'EC.

Contexte

De nombreux systèmes mécaniques ont un comportement naturellement oscillant et peuvent être modélisés par la mise en parallèle ou en série de forces de rappel (ressort), de forces de frottement visqueux. Lorsqu'ils sont excités périodiquement, les oscillations naturelles de ces structures peuvent-être amplifiées au point de conduire à la destruction de la structure (voir photo ci-contre). Ce phénomène est appelé résonance mécanique et ce TP a pour objectif de le mettre en évidence et de l'étudier.

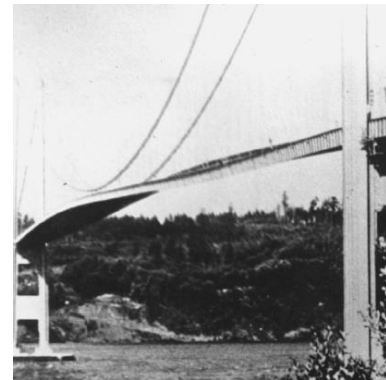


Figure 1 : Phénomène de résonance

Dispositif

Le dispositif utilisé dans ce TP est représenté sur la Figure 2. Le système oscillant est un point matériel de masse m (point M) attaché à un ressort (au point B) de raideur k lui-même excité périodiquement via le point A par un moteur dont on peut modifier la vitesse angulaire de rotation. En plus de son propre poids et de la force de rappel élastique du ressort, la masse peut être exposée à une force de frottement si cette dernière est plongée dans un fluide. Les notations x_A' , x_B' et x_M' correspondent aux positions respectives sur l'axe D des points x_A , x_B et x_M à l'équilibre, c'est à dire en l'absence de tout mouvement.

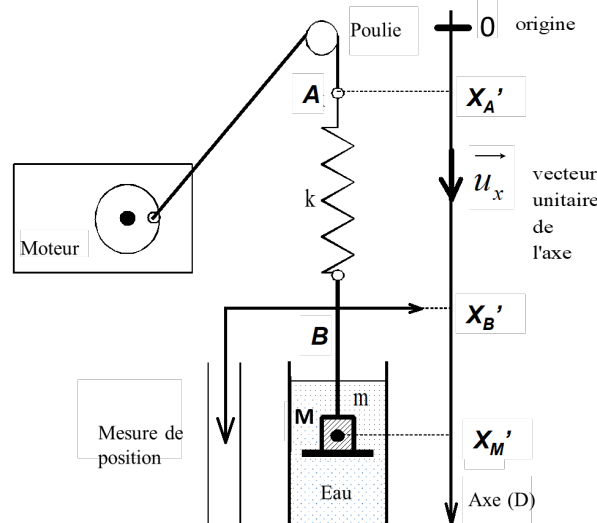


Figure 2 : Illustration de l'oscillateur

La position de la masse et du point d'attache du ressort sont mesurables dans le temps grâce à un dispositif constitué d'une éprouvette contenant une solution de sulfate de cuivre avec des électrodes en cuivre (voir Figure 3). L'électrolyse qui se produit est du type à anode soluble. Il n'y a donc pas création d'une f.e.m. et l'ensemble se comporte comme une résistance pure. La tension entre l'électrode mobile et la masse du circuit est visualisée à l'aide du logiciel LatisPro et donne alors une indication linéaire de la position des points A et B sur l'axe vertical. À l'équilibre cette tension n'est pas nulle.

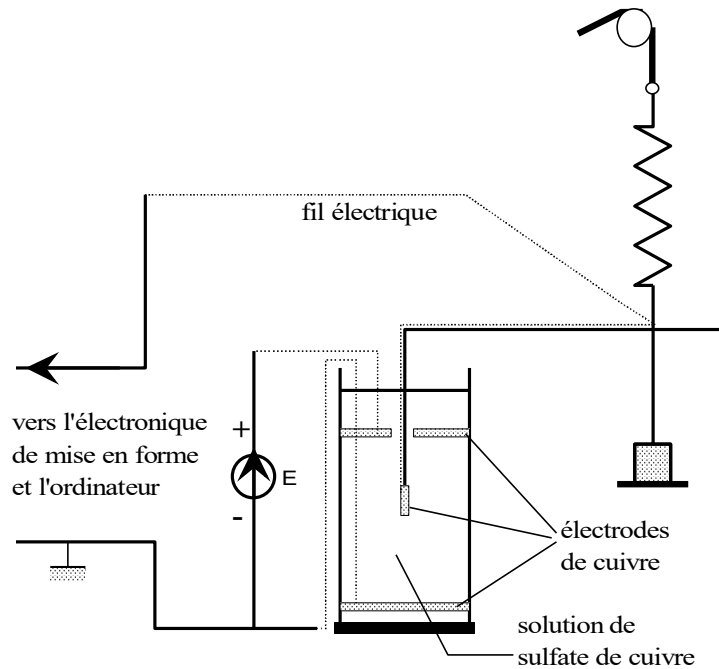


Figure 3 : Dispositif de mesure de déplacement

Préparation (à faire à la maison) en complément de l'exercice 13.

Il a été montré en TD que le mouvement de l'oscillateur est régi par l'équation différentielle suivante avec $x(t)=a(X_A-X_A')$ et $y(t)=a(X_B-X_B')$:

$$\ddot{y}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 x(t)$$

En régime pseudo-périodique, la solution de l'équation sans second membre est de la forme :

$$y_1(t) = \frac{A}{\cos(\varphi)} \cos(\omega_a t + \varphi) e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \quad \text{avec } \tan(\varphi) = -\frac{B}{A} \quad \text{et } \omega_a = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad \text{Équation 1}$$

Solution de l'équation différentielle : Cas du régime transitoire

Le moteur n'est pas en marche : $x_A = x_A'$, ce qui correspond à $x(t) = 0$ (le système n'est pas excité). On considère que pour $t < 0$ le point **B** (et ainsi la masse m) est maintenu déplacé de sa position d'équilibre et qu'à $t = 0$ ce dernier est relâché sans vitesse. Quand les forces de frottement existent et, sans application d'une force excitatrice au système, on peut admettre qu'au bout d'un temps suffisamment long, la position du mobile tendra à nouveau vers sa position d'équilibre $y = 0$ correspondant au régime permanent.

Dans le cas du régime pseudo-périodique, la mesure du signal devrait être de la forme suivante illustrée en Figure 4. Afin de faire correspondre la mesure expérimentale à l'interprétation

théorique, à l'aide des curseurs, on recale l'origine des temps à l'instant où le mobile est libéré et l'origine d'espace coïncidant au signal asymptotique. On cherche à déterminer expérimentalement le facteur de qualité Q . On utilise pour cela la méthode du décrétement logarithmique. Pour cela, on définit sur l'oscillogramme le temps t_N associé au $N^{ième}$ maximum relatif des oscillations et y_N l'amplitude du signal associé.

1. Montrer qu'en traçant $Y(N) = \ln(y_1/y_N)$ en fonction de $X(N) = (t_N - t_1)/2$, une droite est censée apparaître et que le coefficient directeur de cette droite correspond au rapport ω_0/Q .

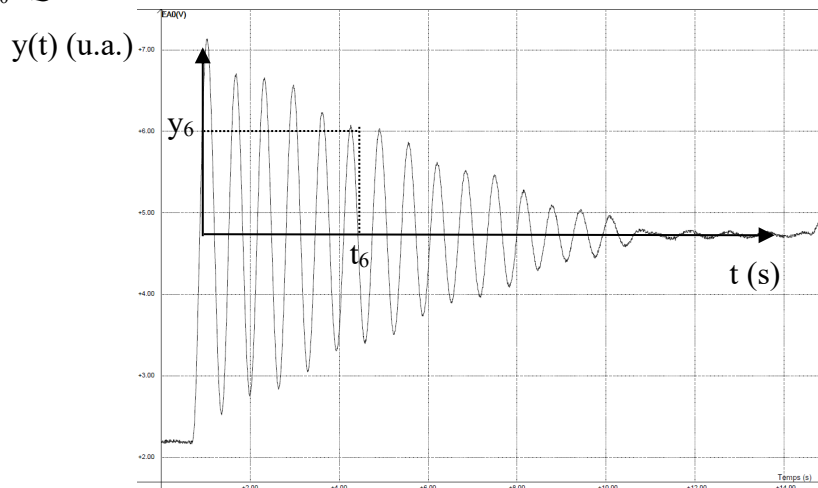


Figure 4 : Application de la méthode du décrétement logarithmique.

Cas du régime sinusoïdal entretenu (forcé)

On a montré en TD que lorsque le moteur est en marche, le système est excité de façon périodique :

$$x(t) = X \cos(\omega t) \quad \text{Équation 2}$$

Où X est l'amplitude de l'oscillation et $\omega = 2\pi f$ est la pulsation de l'excitatrice définie par une fréquence $f = 1/T$. Dans la configuration expérimentale du TP, f peut être modifié, pas X . Cette excitation peut être écrite en notation complexes :

$$\underline{x} = X e^{i\omega t} \text{ avec } x = \text{Re}(\underline{x}) \quad \text{Équation 3}$$

De la même façon, on exprime en régime permanent établi une solution particulière de l'équation différentielle :

$$\underline{y} = Y e^{i(\omega t + \varphi)} \text{ avec } y = \text{Re}(\underline{y}) \quad \text{Équation 4}$$

Nous avons ainsi montré, en conservant la notation complexe, que cette solution particulière vérifie l'équation différentielle et que la relation entre l'excitatrice et la réponse du système peut se définir à l'aide de la fonction de transfert suivante :

$$\underline{H} = \frac{\underline{y}}{\underline{x}} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q}}$$

L'argument de la fonction de transfert permet le calcul du déphasage entre le mouvement de l'excitatrice et celui du mobile. La norme de la fonction de transfert correspond au rapport de l'amplitude du mobile par celle de l'excitatrice, on parle d'amplification du système. Cette norme a été calculée en TD.

2. La résonance du système est obtenue lorsque $\omega = \omega_r$ et correspond à l'amplification maximale des oscillations du point M . Par une étude de fonction, montrer que :

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \text{ ou encore que } Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega_0} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{Équation 5}$$

3. Montrer que l'amplification maximale théorique H_{max} des oscillations à la résonance est :

$$H_{max} = \frac{Q^2}{\sqrt{Q^2 - \frac{1}{4}}} \quad \text{Équation 6}$$

On note que pour $Q \gg 1/2$, $H_{max} = Q$, d'où l'utilité de l'emploi de ce paramètre. On peut déduire de l'Équation 6 (non demandé) l'expression du coefficient de frottement à l'aide de l'amplitude maximale :

$$\mu = \omega_0 m \sqrt{\frac{2}{H_{max}^2 + H_{max} \sqrt{H_{max}^2 - 1}}} \quad \text{Équation 7}$$

Manipulations

Les objectifs des manipulations de ce TP sont d'observer la réponse du système à un déplacement du mobile depuis sa position d'équilibre (cas du régime transitoire) puis à une excitation périodique (cas du régime sinusoïdal entretenu) et d'en déduire dans les deux cas le facteur de qualité (et le coefficient de frottement) du mobile dans de l'air puis dans de l'eau.

Système statique

Ouvrir une feuille vierge dans un tableur (Calc de Libre Office par exemple). On retire le vase de façon à laisser libre la tige métallique sans massette mais avec le disque métallique vissé à son extrémité.

1. Relever à l'aide d'un mètre la position d'équilibre du ressort x_B' .
2. Vous disposez de 4 masses de 50g qui peuvent s'enfiler sur la tige de l'oscillateur. Positionner successivement les différentes masses sur le dispositif et mesurer à chaque fois la nouvelle position d'équilibre.
3. En traçant sur le tableur la figure $m=f(x_B')$ pour $m=0, 50, 100, 150, 200$ g et en faisant une régression linéaire de cette courbe en déduire la raideur du ressort (ne pas oublier son unité). Imprimer cette figure. On en déduira, pour la suite, la pulsation propre du système ω_0 pour $m=150$ g (trois masses enfilées à l'extrémité de la tige). N'oubliez pas de tenir compte la masse de la potence (dispositif complet attaché à l'extrémité du ressort, sans masse) évaluée à 100 g (vous pouvez la mesurer à l'aide de la balance).

Le régime pseudo-périodique

On ne repositionne pas encore le vase rempli d'eau et le moteur reste éteint. On ouvre le fichier LatisPro « *RegimeTransitoire.ltp* ».

4. On place trois masses de 50 g à l'extrémité du système. On déplace et maintient celui-ci hors de sa position d'équilibre (<8 cm) et procédons au démarrage d'un enregistrement (F10). Quelques instants après, on relâche le système sans vitesse initiale et observons sur l'oscillogramme les oscillations associées au régime transitoire. Imprimez et annotez le chronogramme associé.
5. Exploiter cette courbe à l'aide de la méthode du décrément logarithmique dans votre préparation (voir début de ce document). Vous relèverez pour cela les couples t_N et y_N sur l'oscillogramme et les reporterez dans un tableur. Vous effectuerez une modélisation de la figure de la fenêtre N°2. Imprimer et commentez cette figure.

6. Dédurre de la modélisation de cette figure le facteur de qualité du système dans l'air et en déduire une évaluation du coefficient de frottement μ (sans oublier son unité).
7. Placer le vase rempli d'eau de façon à ce que les masses restent toujours totalement immergées. Procéder à un nouvel enregistrement et imprimer le chronogramme. Peut-on appliquer la méthode du décrément logarithmique ? Si oui que devient le facteur de qualité et le coefficient de frottement ?

Régime sinusoïdal entretenu

L'objectif de cette expérience est d'observer l'évolution de l'amplitude des oscillations ainsi que leur décalage de phase en fonction de la fréquence des oscillations induites par le moteur en rotation.

Charger le fichier LatisPro « RegimeForce.ltp ». Placez-vous sur l'affichage des acquisitions (logo sinusoïde verte). On positionne 4 masses ($m=200\text{g}$) sur la tige, maintenues par le disque métallique. L'ensemble est plongé dans le vase rempli d'eau. On allume le générateur de courant, **on modifiera uniquement la tension d'alimentation** (bouton « Voltage ») afin de modifier la vitesse angulaire du moteur **sans jamais dépasser 24V**. On pourra également ajuster la vitesse avec le potentiomètre noir en façade du boîtier d'amplification des signaux.

Mettez en marche le moteur à faible vitesse angulaire. Lancer une acquisition dans LatisPro avec la touche F10. Vous observez deux courbes qui illustrent les oscillations faites par le point X_B' (Courbe Mobile) et par le point X_A' (Courbe Référence). Afficher l'onglet modélisation avec la touche F4. Glisser la courbe « Mobile » présente dans l'onglet de gauche dans le cadran « courbe à analyser ». Vérifier que le modèle à ajuster est de type « Sinus ». Appuyer sur « Calculer le modèle ». Les variables issues de l'ajustement du modèle apparaissent. Relevez les variables de fréquence (F), d'amplitude (Vm) et de phase (Phi). Reportez les dans un tableur. Recommencez l'opération après avoir glissé la courbe « Référence » dans le cadran « courbe à analyser ». Reportez également dans votre tableau l'amplitude (Vm) et la phase (Phi) associées à la courbe de référence. Répéter cette opération pour un nombre important de vitesses angulaires de rotation du moteur.

8. Tracer et discuter l'évolution de l'amplitude des oscillations de la courbe de référence en fonction de la fréquence du moteur. Cette courbe ne devrait-elle pas être constante ? Si oui, quelle valeur de l'amplitude de référence $V_{m,ref}$ retenir ?
9. Normaliser l'amplitude des oscillations du mobile par $V_{m,ref}$ et représenter le résultats en fonction de la fréquence d'oscillation du point X_A' . Commenter la courbe obtenue.
10. Tracer par ailleurs le déphasage se produisant entre les oscillations du mobile X_B' et celles du point X_A' (phase du mobile - celle de la référence). Commenter la courbe de phase obtenue.
11. Relevez sur ces courbes la fréquence de résonance, l'amplification maximale et le déphasage associé.
12. Evaluer à partir de la fréquence de résonance (Équation 5) le facteur de qualité Q et en déduire la valeur du coefficient de frottement du mobile dans de l'eau.
13. Calculer à partir de l'amplitude à la résonance et à l'aide de l'Équation 7 une seconde expression de la valeur du coefficient de frottement dans l'eau. Comparer au résultat trouvé à la question précédente. En déduire de ces deux valeurs une valeur moyenne ainsi qu'une incertitude.
14. En reprenant le facteur de qualité trouvé pour le mobile dans l'air (question 4 de la manipulation), calculer quelle devrait-être la fréquence de résonance et l'amplification maximale associée. Aurait-on pu déterminer le facteur Q dans l'air avec le dispositif mis à disposition, en régime sinusoïdal entretenu ?

Synthèse des résultats

Dans cette partie de votre compte rendu, vous devez reprendre de façon synthétique l'ensemble des phénomènes observés ainsi que l'ensemble des résultats. Discuter et comparer les méthodes utilisées et les résultats obtenus. On proposera finalement une valeur du coefficient de raideur du ressort, un coefficient de frottement du mobile dans l'air puis dans l'eau, calculer le rapport entre les deux résultats.

Conclure : que vous a appris ce TP ?