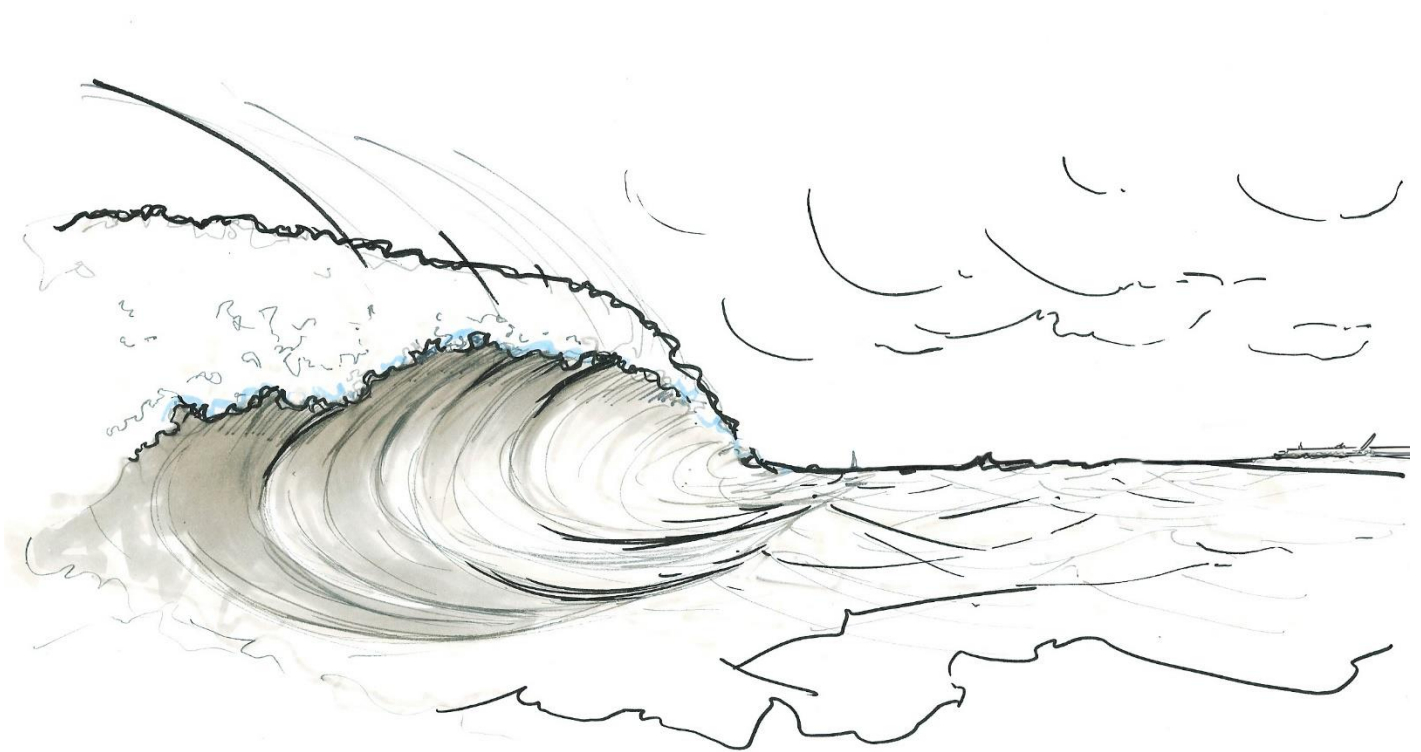


HOULE ET VAGUES**Etudiants :****Rim LAMDIRA****Camille TABONI****Luisa LEMERLE****Victor HOUISSE****Armand RENARD****Mohammed ELHASSOUNI****Enseignant-responsable du projet :****Samuel PAILLAT**

Cette page est laissée intentionnellement vierge.

Date de remise du rapport : **12/06/2021**

Référence du projet : **STPI/P6/2021 – 46**

Intitulé du projet : ***Houle et Vagues***

Type de projet :

Bibliographie, modélisation

Objectifs du projet :

- **Caractériser et comprendre le phénomène de houle**
- **Déterminer l'origine physique de la houle et des vagues**
- **Explorer les domaines de l'exploitation de l'énergie des vagues**

Mots-clefs du projet :

- **Ondes**
- **Modélisation**
- **Houle**
- **Energie**

TABLE DES MATIERES

1.	Introduction	6
2.	Methodologie / Organisation du travail	6
3.	Travail réalise et resultats	7
3.1.	Caractériser et comprendre le phénomène de houle	7
3.1.1.	Caractéristiques ondulatoires de la houle	7
3.1.2.	Déferlement et phénomènes de houle particulier	10
3.2.	Déterminer l'origine physique de la houle et des vagues	13
3.3.	Expérience et modélisations.....	18
3.3.2.	Expérience	18
3.3.3.	Modélisations	19
3.4.	Utilisation de l'énergie des vagues	20
3.4.2.	Bref historique	20
3.4.3.	Equation d'énergie	20
3.4.4.	Les différents types d'installations	21
3.4.5.	Enjeux.....	22
4.	Conclusions et perspectives.....	24
5.	Bibliographie	25
6.	Annexes.....	26
6.1.	Code Python	26
6.2.	Démonstration de l'équation d'onde	27
6.3.	Modélisation tsunami FLUENT (3D)	30
6.4.	Energie houlomotrice	30
6.4.2.	Installations houlomotrices	30
6.4.3.	Données sur l'utilisation de l'énergie houlomotrice	31

NOTATIONS, ACRONYMES

- **Houle** : Mouvement ondulatoire de grande amplitude, régulier, qui agite la surface de la mer en y formant des ondes dont les crêtes s'arrondissent sans déferler.
- **Vague** : Onde forcée produite par effet de friction du vent à la surface de la mer ou d'un lac – Larousse
- **Milieu dispersif** : milieu dans lequel la vitesse de phase dépend de la pulsation. Deux ondes se propageant dans un milieu dispersif possédant une fréquence différente, ne se propageront pas à la même vitesse.
- **Milieu non dispersif** : célérité indépendante de sa fréquence.
- **Onde mécanique** : propagation d'une perturbation dans un milieu élastique, sans transport de matière mais avec transport d'énergie.
- **Onde transversale (#longitudinale)** : la direction de la perturbation est perpendiculaire à la direction de la propagation.
- **L'énergie houlomotrice** (ou énergie des vagues) désigne la production d'énergie électrique à partir de la houle, c'est-à-dire à partir de vagues successives nées de l'effet du vent à la surface de la mer et parfois propagées sur de très longues distances.¹ Il est à noter que l'énergie marémotrice ne fait pas partie des énergies houlomotrices.
- **Fouling** : Encrassement d'une surface, dû à la formation de dépôts, dans notre cas de dépôts organiques marins.

¹ D'après : <https://www.connaissancedesenergies.org/fiche-pedagogique/energie-houlomotrice-ou-energie-des-vagues> (valide à la date du 05/05/2021).

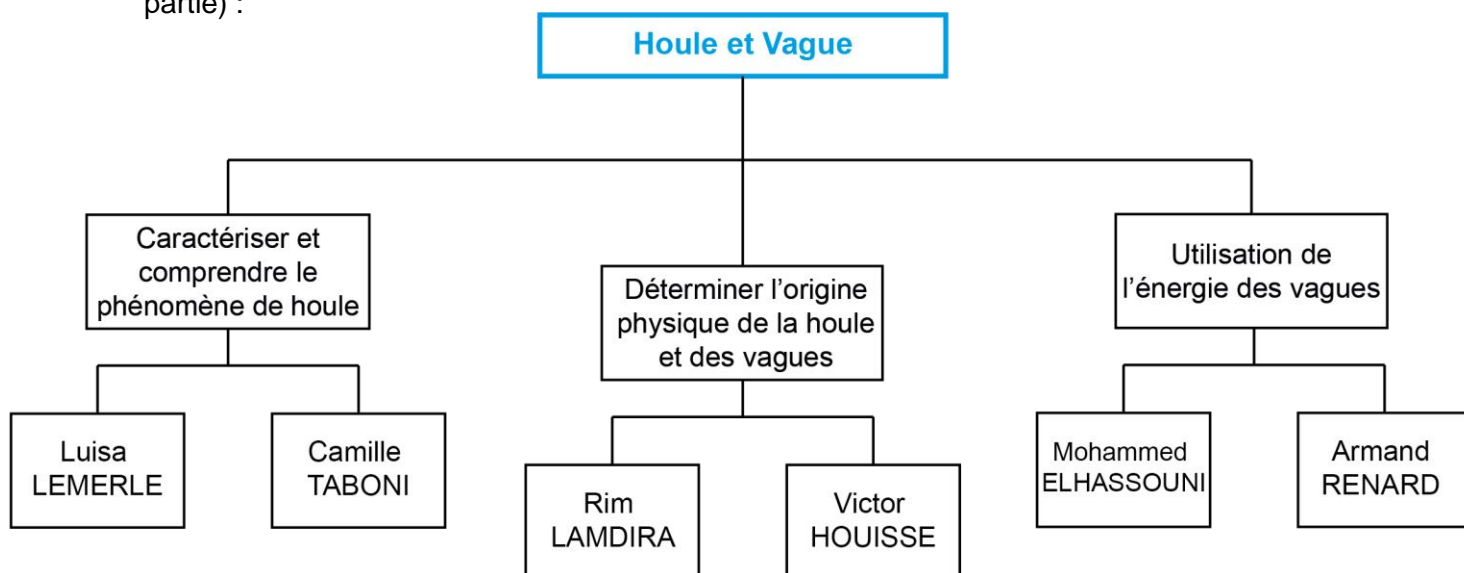
1. INTRODUCTION

Dans le cadre de l'EC de P6, nous avons été amenés à réaliser un projet en groupe afin d'étudier tous les phénomènes et enjeux liés à la houle et aux vagues. Avant de s'intéresser au sujet en lui-même, il est important de comprendre la différence entre vague et houle. La houle est un mouvement ondulatoire de grande amplitude, régulier, qui agite la surface de la mer en y formant des ondes dont les crêtes s'arrondissent sans déferler. Tandis que la vague est l'onde forcée produite par effet de friction du vent à la surface de la mer ou d'un lac.

C'est un sujet très vaste, ainsi, après s'être documentés sur le sujet, trois grands axes de travail se sont distingués. En premier lieu, nous nous sommes intéressés à déterminer l'origine physique de la houle et des vagues. Puis, dans un second temps, nous avons essayé de caractériser et comprendre le phénomène de houle. Finalement, nous nous sommes documentés sur la façon dont on pouvait utiliser l'énergie transmise par les vagues. Nous avons tenté de reproduire les phénomènes de vague et de houles de différentes manières au travers d'une expérience et de simulations numériques.

2. METHODOLOGIE / ORGANISATION DU TRAVAIL

- Google drive, Pack Office et OneDrive pour la réalisation des rendus écrits
- ICEM CFD, Fluent, Spyder, Python, Blender, CFD Post
- Approche global du sujet puis répartition en sous-groupes d'étude (un binôme pour chaque partie) :



Binôme Caractériser et comprendre le phénomène de houle : Luisa et Camille ont étudié toutes les caractéristiques liées à la houle en définissant tous les paramètres ondulatoires de celle-ci. Puis en se basant sur le modèle d'Airy, elles ont interprété l'équation d'onde et la relation de dispersion. Enfin, elles ont étudié le cas précis du tsunami et le phénomène du déferlement.

Binôme Déterminer l'origine physique de la houle et des vagues :

Rim et Victor ont d'abord cherché à comprendre et déterminer les paramètres qui rentraient en jeu lors de la formation de la Houle, ce travail relevait uniquement de la documentation. Ensuite, l'intérêt pour nous était d'établir des relations entre ces paramètres et de trouver les équations physiques qui régissaient ces phénomènes.

Binôme utilisation de l'énergie des vagues : Reda et Armand ont étudié tous les domaines liés à l'énergie créée par les vagues (histoire, technologies, enjeux). Cette partie était relativement courte. Ils se sont donc occupés des simulations de houle sur Fluent, partie qui a pris du temps car la prise en main du logiciel n'est pas aisée.

L'expérience a été faite par tout le groupe.

3. TRAVAIL REALISE ET RESULTATS

3.1. Caractériser et comprendre le phénomène de houle

3.1.1. Caractéristiques ondulatoires de la houle

La vague est le déferlement de la houle quand celle-ci rencontre un obstacle (fond, rocher...). C'est là que réside la différence entre houle et vague.² Ce déferlement sera d'autant plus violent que la remontée des fonds est brutale. L'onde de houle est mécanique et transversale.

3.1.1.1. Caractéristiques principales de la houle

Les paramètres ondulatoires de la houle sont :

- H : Hauteur (dénivellation maximale entre une crête et un creux successif)
- L/λ : Longueur d'onde (distance séparant deux crêtes successives)
- T : La période (temps qui sépare le passage de deux crêtes successives en un point fixe)
- a/η : Amplitude (égale à la moitié de la hauteur)
- g/ε_c : Cambrure (rapport H/L)
- c : Célérité (la vitesse moyenne de propagation des crêtes, i.e. L/T)
- d/h : Profondeur (la profondeur au repos)
- ε_H : Hauteur relative(rapport H/a)
- ε_λ : Longueur d'onde relative (rapport L/a)
- ε_U : Paramètre d'Ursell $\varepsilon_U = \varepsilon_c \cdot \varepsilon_\lambda^3$

²<https://www.universalis.fr/encyclopedie/ocean-et-mers-eaux-marines-mouvements/2-houles-et-vagues/>

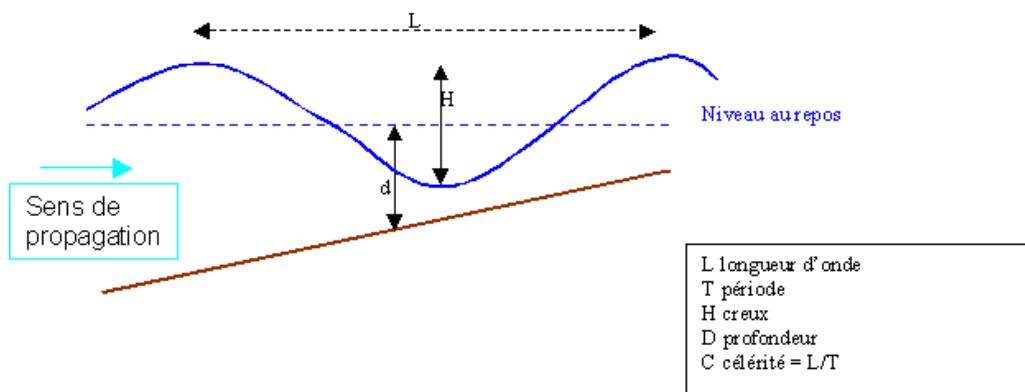


Figure 1 Schéma d'une houle avec ses paramètres ondulatoires

Tableau de données d'une houle moyenne :³

Paramètre	Nom	Ordre de grandeur (houle moyenne)
H	Hauteur	Quelques mètres
L/λ	Longueur d'onde	10 à 100m
T	Période	3 à 20s
a/η	Amplitude	/
g	Cambrure	14%
c	Célérité	0,5 à 30 m/s
d/h	Profondeur	/

3.1.1.2. Différents modèles théoriques de la houle

Il existe de nombreux modèles de houle théoriques (d'Airy, sinusoïdale, c-noïdale, Stokes...)⁴.

Le choix d'un modèle de houle théorique dépend des paramètres (profondeur, période ...) de la houle étudiée.

Cependant ces modèles ont leurs limites. En effet, la houle réelle n'est pas monochromatique, c'est-à-dire définie par une seule période. Elle se propage aussi selon plusieurs directions plus ou moins proches. La représentation dite régulière de la houle n'est donc pas toujours réaliste. Il faut donc pour plus de précisions parfois utiliser une représentation irrégulière de la houle que l'on appelle encore houle aléatoire ou houle réelle.

Nous nous intéresserons pour la suite au modèle d'Airy.

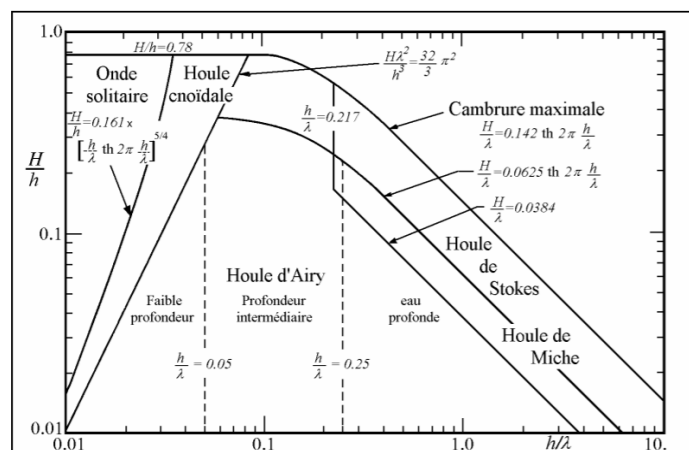


Figure 2: Domaines d'applications des différentes théories de houle en fonctions de la profondeur et de la longueur d'onde relatives d'après P.D Komar, complétée pour la houle de R.Miche d'après J.Larras

³ D'après <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9899/travaux/optsee/hym/home02/pa04.htm>

⁴ <https://scs-ingenerie.pagesperso-orange.fr/cours/houlesSimples/Houles02.ModelesHoules.pdf>

3.1.1.3. Equation d'onde théorique (modèle d'Airy) et relations liées à la houle

Le modèle d'Airy (1844) est un modèle linéaire de houle applicable à toute profondeur (faible, intermédiaire, grande) mais pour des amplitudes faibles, c'est-à-dire pour $a.k \ll 2$. Ici k est le nombre d'onde vérifiant $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, a représente l'amplitude de la houle et h la profondeur de la mer. Pour ce modèle on considère que $0,025 < \frac{h}{\lambda} < 0,5$ et que l'eau est profonde quand $\frac{h}{\lambda} > 0,5$ et peu profonde quand $\frac{h}{\lambda} < 0,025$.⁵

Pour appliquer ce modèle les hypothèses suivantes ont été établies :

- Fluide parfait, incompressible, pesant et irrationnel
- Tension superficielle négligée
- Amplitude et cambrure doivent être très inférieures devant la longueur d'onde et la profondeur

Relation de dispersion : Elle permet notamment de prédire le comportement des vagues lorsque celles-ci s'approchent du littoral.

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)}$$

Grâce à cette relation de dispersion (ainsi que les équations de Navier-Stokes et la conservation de la masse) nous pouvons prouver que :

– L'onde est **non – dispersive** si $k \cdot h_0 \ll 1$ alors $\tan(k \cdot h_0) \approx k \cdot h_0$

On a alors: $\omega^2 = g \cdot k^2 \cdot h_0 \Leftrightarrow c = \sqrt{g \cdot h_0}$

Dans le cas non-dispersif nous pouvons trouver une version simplifiée de l'équation d'onde (voir paragraphe 6.2 en annexe)

– L'onde est **dispersive** si $k \cdot h_0 \gg 1$ alors $\tan(k \cdot h_0) \approx 1$

On a alors: $\omega^2 = g \cdot k \Leftrightarrow c = \sqrt{\frac{g}{k}}$

Interprétation :

- Au large ($k \cdot h_0 \gg 1$), l'onde de houle est dispersive. Les vagues de très grande longueur d'onde se déplacent donc plus vite (ce qui explique notamment la propagation des tsunamis (voir partie 3.1.2.1)).

- Près des côtes, à faible profondeur ($k \cdot h_0 \ll 1$), la houle est non dispersive (ce qui explique le phénomène de déferlement à l'approche des côtes voir 5.1.3.1.).

⁵ D'après <https://scs-ingenierie.pagesperso-orange.fr/cours/houlesSimples/Houles03.Airy.pdf> (page 1 et 19)

3.1.2. Déferlement et phénomènes de houle particulier

3.1.2.1. Les tsunamis

Les tsunamis sont le plus souvent d'origine géologique. Ils surviennent généralement à la suite d'un séisme sous-marin ou côtier ayant eu lieu à faible profondeur et étant d'une magnitude supérieure à 6,5. (Ils peuvent aussi survenir à la suite d'un glissement de terrain ou d'une explosion volcanique).⁶ A partir d'une magnitude 8 le tsunami engendré peut être très dévastateur.

Figure 3 : Schéma de la formation d'un tsunami

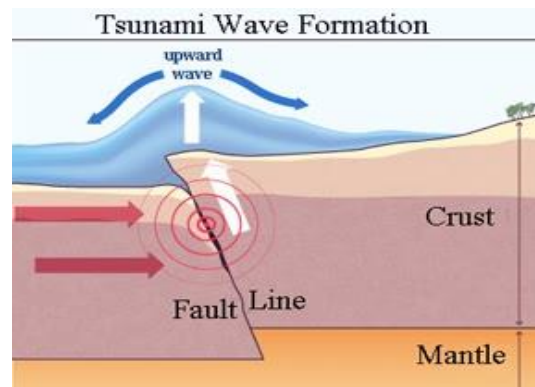
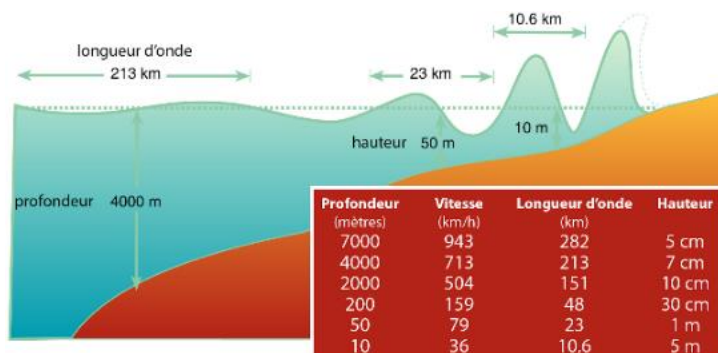


Figure 4 : Evolution des paramètres ondulatoires du tsunami à l'approche de la côte



Ce qui différencie un tsunami d'une grosse vague est la longueur d'onde. En effet, la longueur d'onde d'un tsunami s'exprime en centaines de kilomètres. Sa période est très longue, de l'ordre de la dizaine de minutes.

L'onde du tsunami se propage à une vitesse comprise entre 500 et 800 km/h.⁷ Lorsque la profondeur de l'eau diminue, à l'approche des côtes, l'avant de la vague ralentit (quelques dizaines de km/h). La faible profondeur implique une onde de houle non-dispersive, c'est-à-dire que la vitesse dépend de la profondeur (nous avons montré précédemment en analysant la relation de dispersion qu'à faible profondeur $c = \sqrt{g \cdot h}$). Donc comme à l'approche de la côte la profondeur diminue, la vitesse diminue aussi. La différence de vitesse entre l'avant et l'arrière de la vague a pour conséquence un phénomène de compression car l'arrière de l'onde rattrape l'avant. La longueur d'onde diminue donc à cause de cette compression. La quantité d'eau mise en mouvement est conservée ainsi le fait que l'onde ait été resserrée dans le plan horizontal implique qu'elle prenne de l'amplitude dans le plan vertical.⁸ C'est pourquoi l'amplitude augmente et peut atteindre quelque 30 mètres.

Enfin, le tsunami déferle et provoque alors des dégâts plus ou moins importants aux abords des côtes. Mais qu'est-ce que le déferlement ?

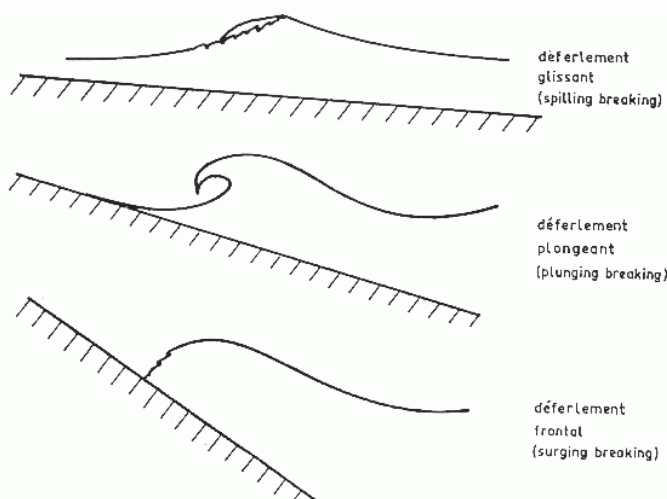
3.1.2.2. Le déferlement

Le déferlement est un phénomène lié à la houle. Il survient au niveau de la côte lorsque la profondeur diminue entraînant ainsi la réduction de la longueur d'onde.

⁶ <https://www.caloes.ca.gov/EarthquakeTsunamiVolcanoProgramsSite/Pages/Tsunami-About.aspx>

⁷ <https://www.futura-sciences.com/planete/definitions/geographie-tsunami-418/>

⁸ <https://www.fondation-lamap.org/fr/page/20230/mise-en-situation-dinvestigation-tsunamis>



Il existe différents types de déferlement comme le montre le schéma ci-dessus. Ils dépendent de la pente de la plage.⁹

- Déferlement glissant : il survient lorsque la pente est faible et que la houle incidente possède une forte cambrure, il est généralement peu visible. Il se caractérise par une onde qui reste quasiment symétrique ainsi que d'eau bouillonnante au niveau de la crête.

Figure 5: Les différents types de déferlement

- Déferlement plongeant : il a lieu quand la pente est plus forte et la houle incidente possède une plus faible cambrure, il survient plus proche de la côte et plus brutalement que le déferlement glissant. Lorsque la crête retombe cela forme un tourbillon et un tube d'air. Ce sont les vagues typiques que les surfeurs prennent.
- Déferlement frontal : il survient quand la pente est fortement inclinée et à quelques mètres du rivage. Le soudain changement de profondeur fait "gonfler" la houle qui atteint très rapidement sa cambrure limite. L'instabilité se répercute sur tout le front de la vague qui s'écroule. Le déferlement a lieu lorsque la vague atteint une cambrure limite.

Conditions du déferlement¹⁰:

Afin de trouver le point de déferlement, on fait deux hypothèses :

- La vague qui déferle est la plus haute possible
- Le déferlement a lieu lorsque la vitesse orbitale maximale des particules d'eau est égale à celle de la vague

Ainsi avec ces hypothèses, Stokes (1880) obtient que la crête de la vague la plus haute possède un angle de 120°.

En eau profonde, Michell a montré que la valeur théorique maximale de la cambrure pour cette même valeur angulaire est de 14% :

$\left[\frac{H_0}{\lambda_0}\right]_{max} = 0,142$, avec H_0 la hauteur crête à creux et λ_0 la longueur d'onde de la vague en eau profonde

La cambrure maximale en eau peu profonde se définit, quant à elle, avec l'expression suivante

: $\left[\frac{H_B}{\lambda_B}\right]_{max} = 0,142th\left(\frac{2\pi h_B}{\lambda_B}\right)$ Avec λ_B : longueur d'onde au point de déferlement.

On observe qu'ici la cambrure dépend aussi de la profondeur contrairement au cas en eau profonde. On constate alors que lorsqu'on fait tendre la tangente hyperbolique vers 1 (soit

⁹ <https://archimer.ifremer.fr/doc/1974/publication-5428.pdf> page 124-125

¹⁰ <https://scs-ingenierie.pagesperso-orange.fr/cours/EtatsdeMer/Etamer04.Déferlement.pdf> page 4, 5, 12, 13

quand la profondeur tend vers l'infini) on retrouve la cambrure limite 0.142 ce qui est bien cohérent.

Si on s'intéresse maintenant à la hauteur maximale des vagues qui déferlent en faible profondeur, on observe que cette hauteur est seulement contrôlée par la profondeur. Ainsi, en eau peu profonde, on peut simplifier la formule de Michell. En effet $\frac{h_B}{\lambda_B} \ll 1$ ce qui permet d'obtenir le résultat suivant : $\left[\frac{H_B}{h_B}\right]_{max} = 0,892$ Avec H_B la hauteur de la vague au point de déferlement et h_B la profondeur.

Suite à de nombreuses observations, des scientifiques ont montré que les différents types de déferlement sont ainsi fonctions de la pente de la plage mais aussi de la cambrure des vagues en eau profonde.

L'estimation des conditions de déferlement s'est alors faite à partir du paramètre d'Iribaren-Battjes soit le rapport entre la pente et la racine carrée de la cambrure de la houle on obtient alors deux expressions une pour le paramètre en eau profonde et une pour le paramètre au point de déferlement soit :

$$\xi_0 = \frac{\tan \beta}{\sqrt{H_0/\lambda_0}} \text{ et } \xi_B = \frac{\tan \beta}{\sqrt{H_B/\lambda_0}}$$

β : la pente de la plage

Interprétation : Si on fixe la valeur de la racine carrée de la cambrure et qu'on fait varier le degré de la pente, on observe que plus le degré est important plus le paramètre ξ sera élevé et inversement. Ainsi, la valeur du paramètre permet d'identifier le type de déferlements (glissant, plongeant, frontal).

Par exemple, on prend une pente de 11° , une hauteur de 2 mètres et une longueur d'onde de 25 mètres. D'après la pente choisie nous devrions avoir un déferlement plongeant.

En appliquant la formule avec ces données on obtient $\xi_B = 0.6$ ce qui correspond bien au type de déferlement prédit ($0.4 < \xi_B < 2$ pour un déferlement plongeant)

Enfin, grâce à la relation de dispersion, on observe que lorsque la hauteur d'eau diminue, la vitesse diminue. Ainsi, les particules situées au sommet de la vague ont une plus grande vitesse que celles au creux, ce qui amène au déferlement de la vague.

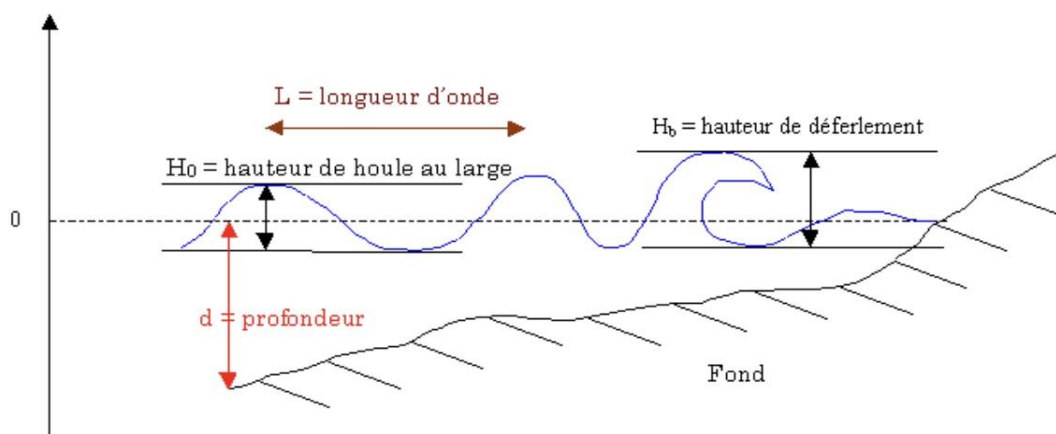
Mais pour que tous ces phénomènes se produisent, il faut déjà que la houle et les vagues se créent. C'est pourquoi, nous allons maintenant étudier leur origine physique.

3.2. Déterminer l'origine physique de la houle et des vagues

Lorsque le vent souffle sur une mer calme, le frottement de l'air crée de petites rides puis des vaguelettes et enfin des vagues. Cette transformation a lieu au fur et à mesure que la vitesse du vent augmente.

La forme des vagues dépend essentiellement de la typologie des fonds marins à proximité de la côte, ce sont eux qui transforment le mouvement horizontal de la houle en mouvement vertical des vagues : Lorsque le fond est plat et en pente douce, les vagues créées sont elles aussi plates et douces. Un fond abrupt, quant à lui, donnera lieu à la formation de vagues creuses et puissantes.

Ainsi dans la partie qui suit nous allons nous intéresser à l'origine physique de la houle et des vagues. Plus précisément nous étudierons de façon détaillée les différentes étapes de création de la houle et les phénomènes physiques qui y sont impliqués.



Dans un premier temps, afin de réellement saisir les enjeux du comportement de l'onde mécanique de la houle, il nous a semblé important de déterminer les paramètres influents sur les caractéristiques de cette onde. Ainsi les principaux facteurs qui rentrent en jeu lors de la formation de la houle sont :

- *La zone de Fetch* : C'est la distance en mer parcourue par un même vent sur un plan d'eau sans obstacle. On peut dire du Fetch que c'est la zone d'élan permettant au vent de lever une mer. Ainsi plus le vent soufflera longtemps et sur une grande distance, plus la zone du Fetch sera importante.
- L'intensité du vent sur le Fetch
- Le temps pendant lequel le vent souffle

Des relations émanent donc entre ces facteurs et les grandeurs de la houle. Ces relations ont ouvert la porte aux réponses de certains de nos questionnements. Par exemple, pourquoi il n'y a-t-il pas de houles sur les petits lacs ? En effet, nous remarquons que sur un petit lac, même si le vent souffle très fort, il n'y aura pas d'apparition de vague, due à une longueur de Fetch trop faible. De plus, si le vent ne souffle pas assez longtemps, il n'aura pas le temps de donner assez d'énergie à la surface de l'eau pour créer des vagues.

En revanche, au milieu de l'océan, ce même vent donnera naissance à une houle remplie d'énergie.

Un autre paramètre rentrant en jeu est l'état de la surface de l'eau à l'état initial, mais dans la suite de notre étude nous allons la supposer au repos.

- On remarque que si la vitesse du vent augmente sur le Fetch alors la longueur d'onde, la période et l'amplitude de l'onde caractérisant la houle augmentent. Ceci peut être expliqué par la relation de dispersion généralisée pour ainsi en déduire une relation entre les vitesses des fluides et leurs longueurs d'onde :
Commençons par mettre en place quelques hypothèses nécessaires à la démonstration de la relation de dispersion :
 - o On considère deux couches fluides superposées
- Pareillement, si la longueur du Fetch augmente, l'amplitude de la houle augmente. Tout comme la durée pendant laquelle le vent souffle. Cependant, c'est la vitesse du vent qui caractérise sa longueur d'onde et sa période. On obtient un ordre d'idée avec le tableau de correspondance suivant :

A vitesse de vent constante, pour une vitesse moyenne en mer.

Fetch	Amplitude de la houle
32 Km	1 mètre
160 Km	5 mètres
483 Km	10 mètres

Durée du vent	Amplitude de la houle
3 heures	1 mètre
6 heures	2 mètres
12 heures	4 mètres
20 heures	8 mètres
24heures	10 mètres

Etapes de formation de la houle :

La création de houle se déroule en 3 grandes étapes :

Tout d'abord, le vent souffle sur une surface d'eau plane et provoque simplement de petites perturbations, qui vont onduler dans une direction d'angle 70-80° par rapport à la direction du vent avec une certaine vitesse. Ensuite, la surface de l'eau n'étant plus lisse, le vent a plus de prise et transmet plus d'énergie à cette surface qui deviendra très agitée mais chaotique, on ne distingue pas encore des formes régulières. Le vent surélève l'eau en la poussant, ce qui crée un creux à la place. Cependant, l'eau qui monte s'affaisse sous son poids pour combler les creux (dus à la pression hydrostatique), entraînant un mouvement d'oscillation autour d'une position horizontale. Ce phénomène aura tendance à s'amplifier lorsque le vent souffle pendant longtemps sur un long fetch. Les petites perturbations initiales vont s'entrechoquer de plus en plus, se transmettre de l'énergie et donner une direction globale des ondulations en arc de cercle dans le sens du vent.

Notre attention s'est ensuite portée vers la forme de la houle. Pourquoi ce fluide tend à former un cisaillement graduel et donc une rotation--- Ce phénomène peut être expliqué par les instabilités de Kelvin-Helmholtz. En effet, cette instabilité est un mouvement ondulatoire

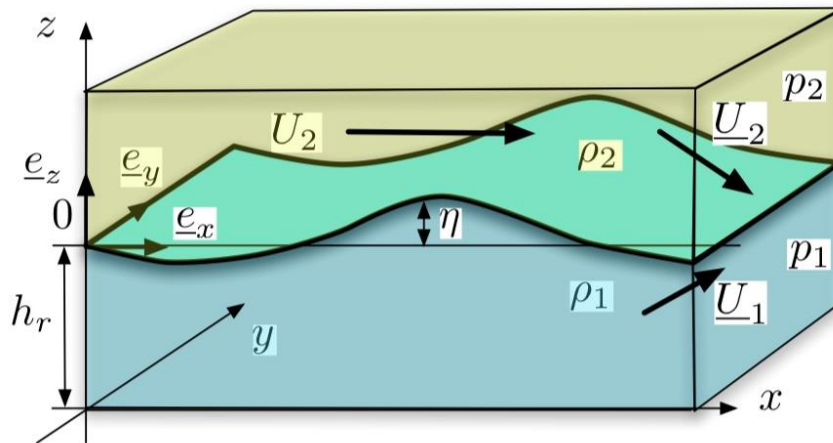
résultant de la superposition de deux fluides thermiquement stables se déplaçant à différentes vitesses à leur surface de contact.

Lorsque le vent souffle suffisamment fort sur la surface de l’océan, on observe la croissance des vagues. Cette instabilité, due au cisaillement du champ de vitesses, est appelée “instabilité de Kelvin-Helmholtz”.

Pour mieux comprendre ce phénomène il est important d’introduire la relation de dispersion généralisée :

Considérons deux couches fluides superposées de masses volumiques différentes. On suppose que la couche supérieure, d’extension infinie, est animée d’une vitesse moyenne constante. Il peut se développer des instabilités ou simplement des oscillations de la surface libre autour d’un état d’équilibre.

Nous supposons ici que les fluides sont parfaits et incompressibles et notons ρ_1 et ρ_2 les masses volumiques des fluides respectivement situés en bas et en haut.



La dynamique est modélisée par les équations d’Euler incompressibles :

$$\text{div}(U_2) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U_2}{\partial t} + U_2 \cdot \text{grad} U_2 = \frac{-1}{\rho_2} \cdot \text{grad} p_2 - g e_z$$

$$\text{div}(U_1) = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial U_1}{\partial t} + U_1 \cdot \text{grad} U_1 = \frac{-1}{\rho_1} * \text{grad} p_1 - g e_z$$

Les solutions sont cherchées sous la forme complexe d’équation d’onde :

Avec s le paramètre des instabilités. Plus il est grand, plus il y a d’instabilités. S’il est négatif ou nul alors il n’y a pas d’instabilités.

$$\varphi_2 = \Phi_2(z) e^{ik_x x + ik_y y + st}$$

$$\eta = \eta_m e^{ik_x x + ik_y y + st}$$

$$\varphi_1 = \Phi_1(z) e^{ik_x x + ik_y y + st}$$

Après calcul des solutions, on injecte ces formes de solution dans les équations de départ et on obtient la relation de dispersion suivante (dans l’hypothèse où la profondeur est infinie) :

$$\rho_2 [gk - (s + ik_x U_2)^2] = \rho_1 (gk + s^2)$$

Finalement, on montre que pour qu'il y ait des débuts d'instabilité, il est nécessaire et suffisant que :

$$U_2^2 \geq g \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2} (\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\rho_1 \rho_2 k_x^2}$$

En effet cette condition indique que le discriminant du second degré est positif et l'on montre que les racines sont imaginaires pures s'il est négatif.

Si $\rho_1 = \rho_2$ cette condition est toujours satisfaite et l'écoulement cisailé est instable.

Si ρ_1 est plus grand que ρ_2 (couche lourde en bas), on voit donc que l'écoulement n'est instable que si U_2 est suffisamment grand ou k_x suffisamment grand.

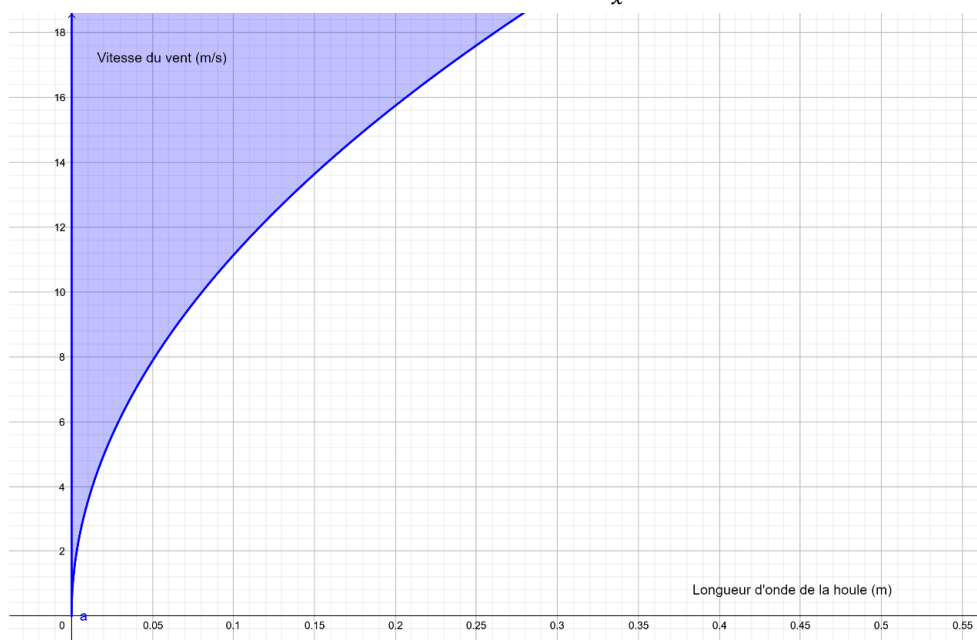
On est en présence de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. On voit que les modes de petites longueurs d'onde en x sont les plus instables. Une modélisation plus physique consiste alors à prendre la viscosité ou la tension de la surface qui ont pour effet d'amortir les oscillations en dissipant l'énergie aux petites échelles au profit d'échelles instables de taille fine.

Ainsi si l'on fait l'hypothèse que la houle est infiniment grande selon k_y c'est-à-dire que $k_y \rightarrow 0$ Lorsque plus la vague est grande en translation.

Si l'on prend $\rho_2 = 1,292 \text{ kg.m}^{-3}$ masse volumique de l'air et $\rho_1 = 1025 \text{ kg.m}^{-3}$ masse volumique de l'eau salée

On obtient la condition suivante selon k_x

$$U_2 \geq \frac{88.21}{\sqrt{k_x}}$$

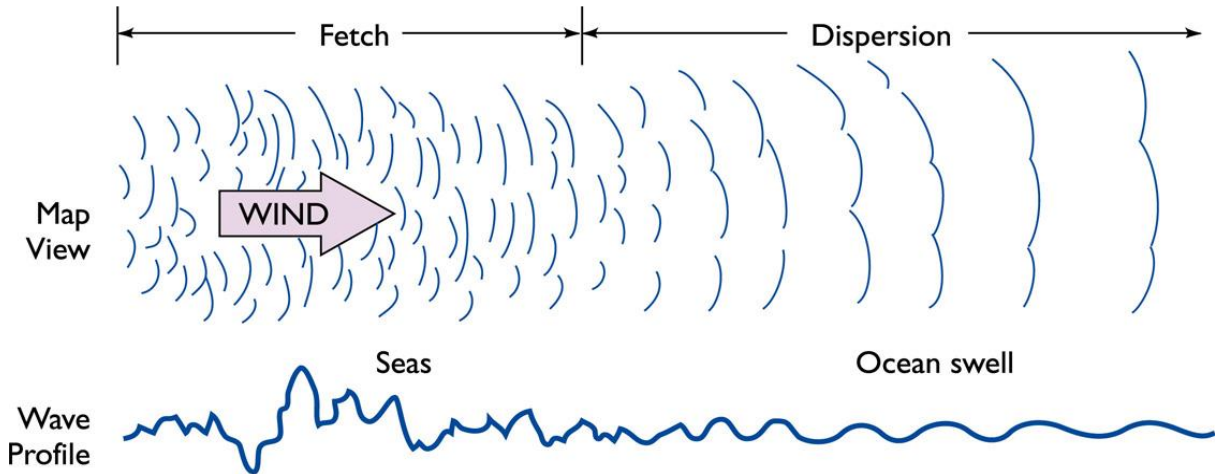


Axe X : Axe Y
= 1 :50

On observe donc qu'il y a instabilité si la condition sur le vent est satisfaite (partie bleue de la courbe) c'est-à-dire si $y \geq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot y$ varie en $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

- Une fois que le vent s'arrête de souffler, que la surface de l'océan a emmagasiné beaucoup d'énergie transmise par le vent, les vagues deviennent plus régulières, plus organisées, pour devenir de la houle. Cela s'explique par le fait que les toutes petites oscillations s'évanouissent et sont englobées par les oscillations plus grosses, et que les houles de périodes différentes se séparent : la houle ayant la plus grande longueur d'onde distance la houle ayant une plus petite longueur d'onde, car elle a plus d'énergie et donc plus de vitesse.

Ces relations sont expliquées par la relation de dispersion (3.1.1.3. Equation d'onde théorique (modèle d'Airy) et relations liées à la houle).



(a) DEEP-WATER WAVE TRANSFORMATIONS

3.3. Expérience et modélisations

3.3.2. Expérience

Nous avons essayé de trouver des expériences permettant de reproduire des vagues à notre échelle afin d'étudier l'instabilité de Kelvin-Helmholtz entre deux phases de viscosités différentes.

Matériel : Bocal rectangulaire de faible largeur, huile, eau, colorant.

Procédure : Nous avons coloré l'eau en bleu (phase inférieure) que nous avons versée dans le bocal puis nous avons rajouté l'huile.

Observation : Nous pouvons voir des vaguelettes se former mais l'évolution est plutôt chaotique (bulles, propagation dans toutes les directions, amplitude disproportionnée).

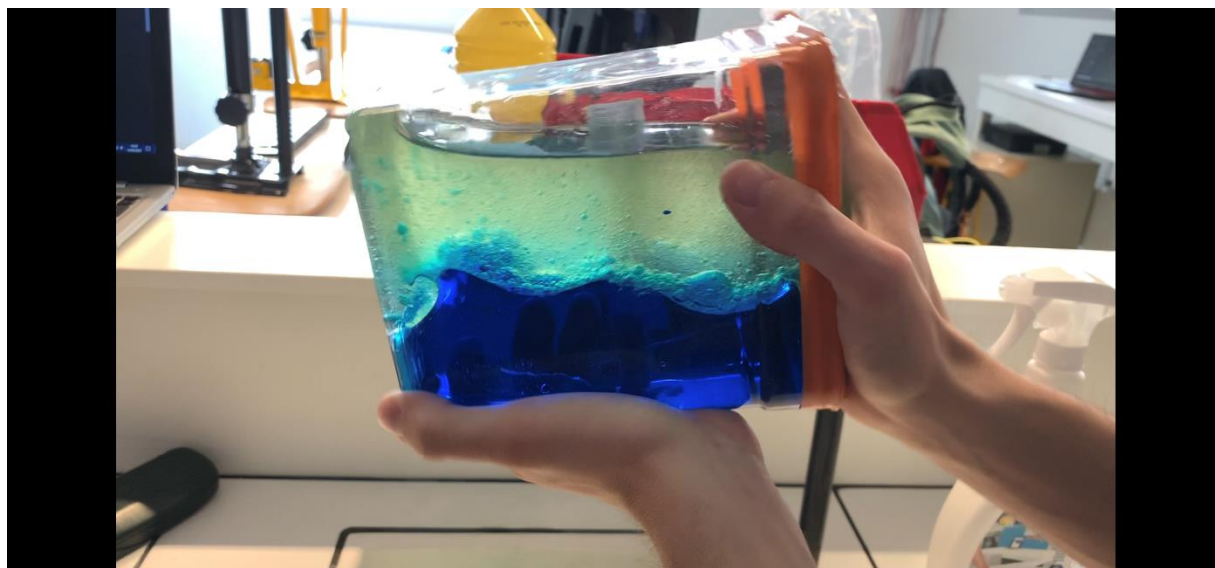


Figure 6 - Extrait de la vidéo de notre expérience¹¹

Améliorations possibles :

- Nous nous sommes rendu compte que le bocal était trop large pour obtenir des vagues nettes. Il aurait fallu un bocal plus mince (notamment pour observer la propagation dans une seule direction). Nous n'avons pas trouvé de bocal dans le commerce pouvant améliorer les conditions de l'expérience.
- Nous avons utilisé de l'huile de cuisson qui a causé des problèmes d'émulsion pendant l'expérience. Nous aurions pu prendre une autre huile (type huile pour bébé transparente) pour modifier la viscosité à l'interface eau-huile.

Nous avons préféré passer sur fluent pour simuler un phénomène de houle (avec la possibilité de travailler sur plusieurs paramètres intéressants).

¹¹ Vidéo complète : https://drive.google.com/file/d/1u7_lv6xcarS4h-dV_HTs7I3NfU_lqENO/view?usp=sharing

3.3.3. Modélisations



Dans un premier temps, nous avons essayé de modéliser des vagues sur Blender (animation 3D) mais le logiciel n'était pas optimisé pour réaliser ce genre d'animations.

Nous avons travaillé par la suite sur Fluent. Nous avons suivi des tutoriels¹² pour recréer les conditions réelles de formation de la houle. Après avoir créé un maillage sur le logiciel ICEM CFD, nous avons pu l'importer sur fluent et procéder aux nombreux réglages directement dans Fluent. Nous sommes arrivés à obtenir des résultats. Avec les données récoltées, il a été possible de réaliser un extrait vidéo de la simulation avec le logiciel CFD Post.

Notre modèle nous permet de modifier certains paramètres de la simulation comme la vitesse du vent qui souffle à la surface de l'eau.

On a choisi : $h = 2\text{m}$ et $\lambda = 40\text{m}$, ces 2 paramètres vérifient bien le critère de déferlement énoncé dans la partie Modèle : $h/\lambda = 0.05 < 0.142$ (voir 3.1.2.2. Le déferlement)

- Première simulation¹³ :

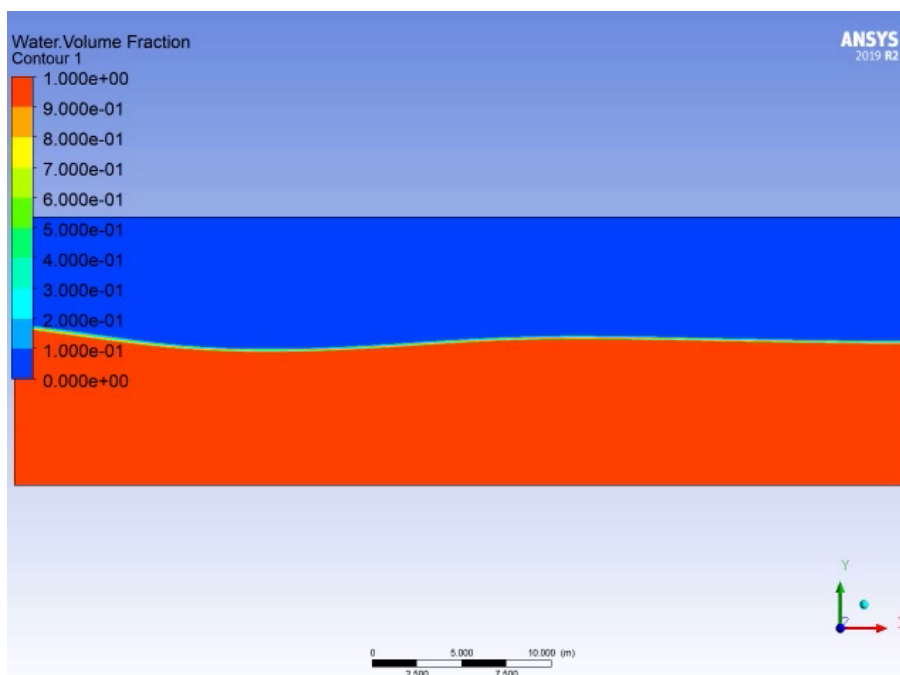


Figure 7 – Vent à 30 m/s, 100 itérations, 0.1 s en pas temporel

- Deuxième simulation :

Error: floating point exception

Error Object: #f

¹² Tutoriel : <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/projnum/book/export/html/3136> (valide à la date du 28/05/2021).

¹³ Vidéo de la simulation disponible ici : <https://drive.google.com/drive/folders/1ZR24mRJDgJ-kq0W5slvixMZ9GkuK405x?usp=sharing>

On obtient un point de divergence au bout de la 20^{ème} itération. La simulation se stoppe car le modèle est devenu instable (les hypothèses de la houle d'Airy ne conviennent plus).

Nous avons mis du temps à prendre en main le logiciel et voir comment il fonctionnait, mais c'est un bon exercice d'adaptation. Le temps d'exécution des calculs pour arriver à un court extrait de quelques dixièmes de seconde est très long (de deux heures à une journée entière) malgré l'optimisation faite en amont. L'utilisation de ce logiciel nous resservira très certainement dans les prochaines années, c'était donc une découverte intéressante pour nous.

3.4. Utilisation de l'énergie des vagues

3.4.2. *Bref historique*

Dès les années 1800, les premières idées d'appareils utilisant l'énergie houlomotrice émergent. Ainsi, le premier brevet connu utilisant l'énergie des vagues a été déposé à Paris en 1799 par la famille Girard.

L'invention de Stephen Salter, surnommé le Batteur de Salter ou « canard de Salter » (image en annexe), démontra en 1974 qu'il était théoriquement possible de convertir 90 % de l'énergie d'une vague en énergie mécanique. Avec l'avènement du pétrole, l'énergie houlomotrice tombe dans l'oubli à la fin XXe siècle.

Cette technologie refait parler d'elle dans les années 2000, à mesure que les questions climatiques poussaient à l'utilisation d'énergies renouvelables. Mais les échecs s'enchaînent :

- En 2003, lancement d'une plateforme appelée Searev, développée conjointement par l'École centrale de Nantes et l'École normale supérieure de Cachan. En 2014, l'entreprise qui se proposait d'industrialiser le concept est radiée¹⁴.
- En 2008 au Portugal, la ferme à vagues d'Aguçadoura n'a été exploitée que deux mois. L'entreprise à son origine, Pelamis, a finalement fait faillite fin 2014¹⁵.
- En 2019, devant Le Croisic, IHES (Integrated Harvesting Energy System) piloté par Geps Techno et qui associe six partenaires français teste un prototype de récupération d'énergie houlomotrice et (pour 20% photovoltaïques).

3.4.3. *Equation d'énergie*

On cherche à établir une équation nous donnant l'énergie produite par une vague (à la manière du vecteur de Poynting). On essaie alors de trouver une relation nous donnant la puissance en fonction de plusieurs variables.

Nous reprenons ici les travaux sur « La récupération de l'énergie de la houle, partie 1 : caractérisation de la ressource et bases de l'hydrodynamique »¹⁶

On distingue deux cas :

- Une houle régulière, appelée houle d'Airy, composée d'une seule fréquence.
- Une houle réelle, irrégulière et aléatoire. (Plusieurs directions, plusieurs fréquences).

¹⁴ <https://www.societe.com/societe/oceanswing-798099800.html> OCEANSWING radiée le 13-11-2014

¹⁵ <https://www.bbc.com/news/uk-scotland-scotland-business-30560980> BBC News, 20 décembre 2014.

¹⁶ <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00676184/document> (valide à la date du 27/05/2021).

- **Houle régulière**

En utilisant la relation de dispersion : $kg=\omega^2$, on arrive à déterminer la puissance moyenne transportée par mètre de vague, plus couramment appelé puissance linéique.

On arrive à $P \approx H^2T$ en kW.m⁻¹

Avec ρ la masse volumique de l'eau de mer, g la constante de gravité au niveau de la mer, A l'amplitude de la vague, T la période de la vague et H la hauteur crête à creux de la vague.

On remarque que la puissance reçue est **proportionnelle au carré de l'amplitude et à la période de la vague**. De ce fait, plus la houle est lente plus l'énergie transportée est grande.

- **Houle irrégulière**

En réalité le phénomène de houle est complexe, et nécessite plusieurs outils mathématiques afin de comprendre son fonctionnement (enregistrements sur plusieurs heures, spectre de houle, spectre de Pierson-Moskowitz).

Pour faciliter les calculs, on peut considérer une houle irrégulière comme une superposition de houles régulières.

Ainsi la puissance linéique devient : $P \approx 0,4H_s^2T_1$ en kW.m⁻¹

Avec H_s la hauteur ressentie de la vague et T_1 la période de pic du spectre de Pierson-Moskowitz pour laquelle le spectre est maximum.

On constate donc une perte de 60% de puissance linéique par rapport à une houle théorique régulière. Cette perte d'énergie est donc à prendre en considération lors de l'élaboration d'installations houlomotrices.

Echelle de Beaufort	4	5	6	8
Vitesse du vent en km/h ¹⁷	20 à 28	29 à 38	39 à 49	62 à 74
H_s (m)	1	2	3	5.5
T_1 (s)	6	8	10	14
P (kW/m)	2.4	12.8	36	170

3.4.4. **Les différents types d'installations**

La chaîne flottante articulée (Pelamis) :

La chaîne flottante articulée ou « serpent de mer » est à ce jour le moyen le plus connu et le plus maîtrisé pour exploiter l'énergie des vagues. Ce dispositif est fondé sur l'utilisation de longs flotteurs placés dans le sens du vent et perpendiculaires aux vagues. Ces derniers sont maintenus dans leurs positions grâce à des câbles connectés au fond marin. L'oscillation des flotteurs permet la compression de l'huile dans un système hydraulique qui entraîne ensuite la rotation d'une turbine et d'un alternateur. Le défaut de cette installation est son manque de

¹⁷ D'après : https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89chelle_de_Beaufort (valide à la date du 09/06/2021)

résistance face aux conditions météorologiques défavorables en plein océan. (Photo en annexe : Installations houlomotrices)

Cette installation a une espérance de vie d'environ 15 ans, elle nécessite très peu de maintenance et est considérée inoffensive pour l'environnement : on estime qu'avec la pollution de l'atmosphère due aux transports et la fabrication, un Pelamis rejette seulement 40g de CO₂ pour 1kW/h. D'ailleurs, une partie est rejetée au fond de l'océan lorsque son cycle d'utilisation est fini, ce qui va créer des récifs artificiels bons pour le développement de la faune et la flore marine

Installation ¹⁸	Ferme de 10 Pelamis	Usine nucléaire	10 éoliennes de 70m
Production annuelle	65,7 GWh	1.9.10 ⁷ GWh	40 GWh

La paroi oscillante immergée :

Le fonctionnement de la paroi oscillante consiste à installer une structure entièrement immergée et composée d'une paroi plane fixée sur une articulation centrale. La paroi oscille en fonction des mouvements de l'eau créés par les vagues et actionne grâce à ce mouvement une turbine qui permet de faire tourner un alternateur.

L'installation immergée ne contient pas d'électronique, de système de contrôle ni quoi que ce soit d'autre qui peut s'abîmer avec la présence d'eau. Autre avantage du système : si la mer devient vraiment trop agitée, la paroi s'immerge complètement durant le passage des grandes vagues. Un modèle testé au large des îles Orcades en Ecosse a ainsi très bien fonctionné durant plusieurs mois sous des vagues d'une hauteur moyenne de 5,3 m, et résisté à des vagues de 9 m. L'idée d'utiliser une centrale hydroélectrique terrestre est intéressante car elle est beaucoup plus simple à entretenir.

D'une largeur de 26 m, le dispositif testé depuis le 14 février avait produit 10 MWh en 144 h de fonctionnement lorsqu'il est entré en maintenance. Le 19 avril, il a produit 1 MWh en seulement 5 h¹⁹. Un des défauts de cette installation est la difficulté d'immersion de la structure selon les conditions météorologiques ainsi que le coût d'installation de ce type de structure.

3.4.5. **Enjeux**

Nous sommes actuellement dans une période charnière pour notre société, où la transition vers des énergies propres et renouvelables est nécessaire pour assurer les besoins des générations futures. Dès lors, l'étude du potentiel énergétique des vagues a toute sa pertinence et permet de donner un ordre d'idée sur sa potentielle utilisation à l'échelle mondiale

« Le Conseil mondial de l'énergie a évalué à **10% le potentiel théorique de la demande annuelle mondiale d'électricité pouvant être couverte grâce à l'énergie houlomotrice.**

¹⁸ D'après <http://tpe-pelamis1.e-monsite.com/search/site/?q=paroi+oscillante+immerg%C3%A9e> (valide à la date du 02/06/2021).

¹⁹<https://www.futura-sciences.com/planete/actualites/developpement-durable-greentech-oyster-electricite-verte-vient-vagues-47663/>

En France métropolitaine, le potentiel de production est estimé à 40 TWh/an, principalement sur la façade atlantique (avec une puissance installée de 10 à 15 GW) »²⁰. Cela correspond à la puissance équivalente de 4 à 5 réacteurs nucléaire. Cela équivaut à une ligne continue de Pelamis le long de la côte Atlantique (2400 km de côtes).

Néanmoins, le déploiement d'installation à énergie houlomotrice se heurte à différents problèmes.

D'abord, la puissance moyenne disponible sur les côtes n'est pas uniforme selon la région du monde ou le type d'océan. Ainsi, nous pouvons remarquer qu'il y a un fort potentiel de puissance houlomotrice sur les côtes anglo-saxonnes (60 kW/m), tandis que la puissance des vagues est beaucoup moins en mer Méditerranée (5 kW/m). En France, la façade atlantique reçoit des vagues de grande énergie, environ 40 kW/m (*voir carte en annexe*).

D'autres désagréments liés au monde marin complexifient la mise en place d'installations houlomotrices :

- Corrosion des parties métalliques
- Phénomène d'encrassement par les matières organiques de la mer (**fouling**)
- Phénomènes météorologiques puissants : tempêtes, force des vagues
- Accessibilité des installations et raccordement électrique marin

Pour l'accessibilité, des systèmes directement posés sur la côte ne poseraient pas de problème technique. Il s'agit plutôt des installations en haute mer qui peuvent nécessiter des moyens techniques additionnels augmentant le coût général de l'installation, et par conséquent le prix du kilowattheure

Sur le long terme, il est primordial que le coût de production descende en dessous de 100 €/MWh (contre 200 à 300 €/MWh aujourd'hui)²¹ pour être compétitif avec les autres moyens de production électrique :

- Entre 60€ et 110€ /MWh pour une centrale nucléaire
- Entre 15€ et 20€ /MWh pour l'énergie hydraulique
- Environ 90€/MWh pour l'éolien terrestre
- Environ 150 €/MWh pour les panneaux photovoltaïques²²

A ce jour, les installations houlomotrices restent très marginales (*voir graphique en annexe*) et sont surtout développées sous forme de projets de recherche ou de prototypes.

²⁰ D'après <https://www.connaissancedesenergies.org/energie-houlomotrice-un-prototype-installe-au-large-du-croisic-190828> (valide à la date du 05/05/2021).

²¹ D'après <https://www.ifpenergiesnouvelles.fr/enjeux-et-prospective/decryptages/energies-renouvelables/energie-houlomotrice-surfe-vague> (valide à la date du 05/05/2021).

²² D'après <https://www.happ-e.fr/actualites/comment-ca-marche/cout-production-electricite-france> (valide à la date du 02/06/2021).

4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

En conclusion, nous avons vu que la houle et les vagues étaient régies par des phénomènes physiques dont nous avons compris les causes. L'énergie de la houle peut être mise à profit dans le cadre de la transition énergétique grâce aux systèmes houlomoteurs. Elle est une ressource énergétique renouvelable non négligeable. Sa capacité théorique de puissance fournie est encourageante pour l'avenir. Cependant, il reste encore de nombreux défis à relever. La grande diversité des projets menés ne permet pas de trouver un consensus d'installation houlomotrice universel, comme le sont les éoliennes pour le vent par exemple. Ainsi, le coût de production de l'électricité par énergie houlomotrice reste plus élevé que d'autres technologies comme l'énergie hydraulique. D'autres contraintes liées au milieu marin n'aident pas à son développement comme le risque de collision avec un navire ou la maintenance de telles installations en pleine mer.

Ce projet nous a permis de réutiliser des connaissances acquises en Physique ondulatoire EC (P4.1 et P4.2) et en Mécanique des Fluides (P8). De plus, nous avons pu nous initier à l'utilisation de logiciel de modélisation numérique tel que Fluent, tout comme à la programmation de modèles ondulatoires avec le langage python. Le projet a donc enrichi à la fois notre culture scientifique et technique. De plus, travailler avec des personnes inconnues auparavant nous a fait découvrir le réel travail d'équipe. Nous avons dû vite nous adapter au groupe afin de collaborer le plus rapidement et efficacement possible. Pour cela nous avons utilisé différents outils de mise en commun des recherches tel qu'un drive et le Pack office. Nous nous sommes réparti le travail pour être plus efficace. En dehors des cours nous avons un groupe de discussion pour communiquer notre avancée ou nos problèmes rencontrés.

Enfin, au-delà de l'aspect scientifique, ce projet nous a aussi apporté des compétences importantes telles que le travail de synthèse, la rigueur dans les recherches, l'organisation, la planification des tâches et l'autonomie.

Les énergies houlomotrices sont vraiment une opportunité pour l'avenir et nous le savons depuis longtemps. En effet, dès le XIX^{ème} siècle, l'écrivain et homme politique Victor Hugo disait : « *Utilisez la nature, cette immense auxiliaire dédaignée. [...] Réfléchissez au mouvement des vagues, au flux et reflux, au va-et-vient des marées. Qu'est-ce que l'océan ? Une énorme force perdue. Comme la terre est bête ! Ne pas employer l'océan !* »

Perspectives d'améliorations pour les futurs groupes :

- Trouver une expérience recréant de manière fidèle les ondulations de vague : bocal très long et faiblement large ou bassin d'essais grandeur nature type canal à houle (voir DGA Techniques Hydrodynamiques au Val-de-Reuil)
- Visiter des infrastructures liées à l'énergie houlomotrice, nous avons envoyé un mail à Sylvain GIGLIESI (Busines & Innovation Pôle Renouvelables de [Normandie Energie](#)) pour savoir s'il existe de telles installations ou prototypes en développement en Normandie. Nous n'avons pas eu de réponse.

5. BIBLIOGRAPHIE

- Image de couverture : <https://www.france-energies-marines.org/> (valide à la date du 29/04/2021).
- Lien internet : <https://www.universalis.fr/encyclopedie/ocean-et-mers-eaux-marines-mouvements/2-houles-et-vagues/> (valide à la date du 23/05/2021)
- Lien internet : <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/CD9899/travaux/optsee/hym/nome02/pa04.htm> (valide à la date du 23/05/2021)
- Jean Bougis, « Les ondes périodiques simples », lien internet : <https://scs-ingenierie.pagesperso-orange.fr/cours/houlesSimples/Houles02.ModelesHoules.pdf> (valide à la date du 23/05/2021)
- Jean Bougis, « Les ondes périodiques simples », page 1 et 19, lien internet : <https://scs-ingenierie.pagesperso-orange.fr/cours/houlesSimples/Houles03.Airy.pdf> (valide à la date du 23/05/2021)
- Lien internet : <https://www.caloes.ca.gov/EarthquakeTsunamiVolcanoProgramsSite/Pages/Tsunami-About.aspx> (valide à la date du 23/05/2021)
- Lien internet : <https://www.futura-sciences.com/planete/definitions/geographie-tsunami-418/> (valide à la date du 23/05/2021)
- Lien internet : <https://www.fondation-lamap.org/fr/page/20230/mise-en-situation-dinvestigation-tsunamis> (valide à la date du 23/05/2021)
- Alain CAVANIE, "La houle déferlante et son action », page 124-125 1974, lien internet : <https://archimer.ifremer.fr/doc/1974/publication-5428.pdf> (valide à la date du 23/05/2021)
- Jean Bougis, « Les ondes périodiques simples », page 4, 5, 12,13 lien internet : <https://scs-ingenierie.pagesperso-orange.fr/cours/EtatsdeMer/Etamer04.Deferlement.pdf>
- Aurélien Babarit, Jean-Marc Rousset, Hakim Mouslim, Judicael Aubry, Hamid Ben Ahmed, Bernard Multon. "La récupération de l'énergie de la houle, partie 1 : caractérisation de la ressource et bases de l'hydrodynamique ». La Revue 3 E. I, Société de l'électricité, de l'électronique et des technologies de l'information et de la communication, 2009, pp.17-25. hal-00676184
- Aurélien Babarit, "Introduction to Ocean Wave Energy Conversion". Laboratoire de Mécanique des Fluides (CNRS UMR 6598), Ecole Centrale de Nantes, 2009
- lien internet : <https://total.direct-energie.com/particuliers/parlons-energie/dossiers-energie/energie-renouvelable/comprendre-l-energie-houlomotrice> (valide à la date du 05/05/2021)
- lien internet : <https://baonguyen1994.wordpress.com/introduction-to-wave-energy/ocean-wave-technologies/terminators/salters-nodding-duck/> (valide à la date du 23/05/2021)
- https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89nergie_des_vagues#cite_note-12

6. ANNEXES

6.1. Code Python

Un code simple représentant une particule sur une onde

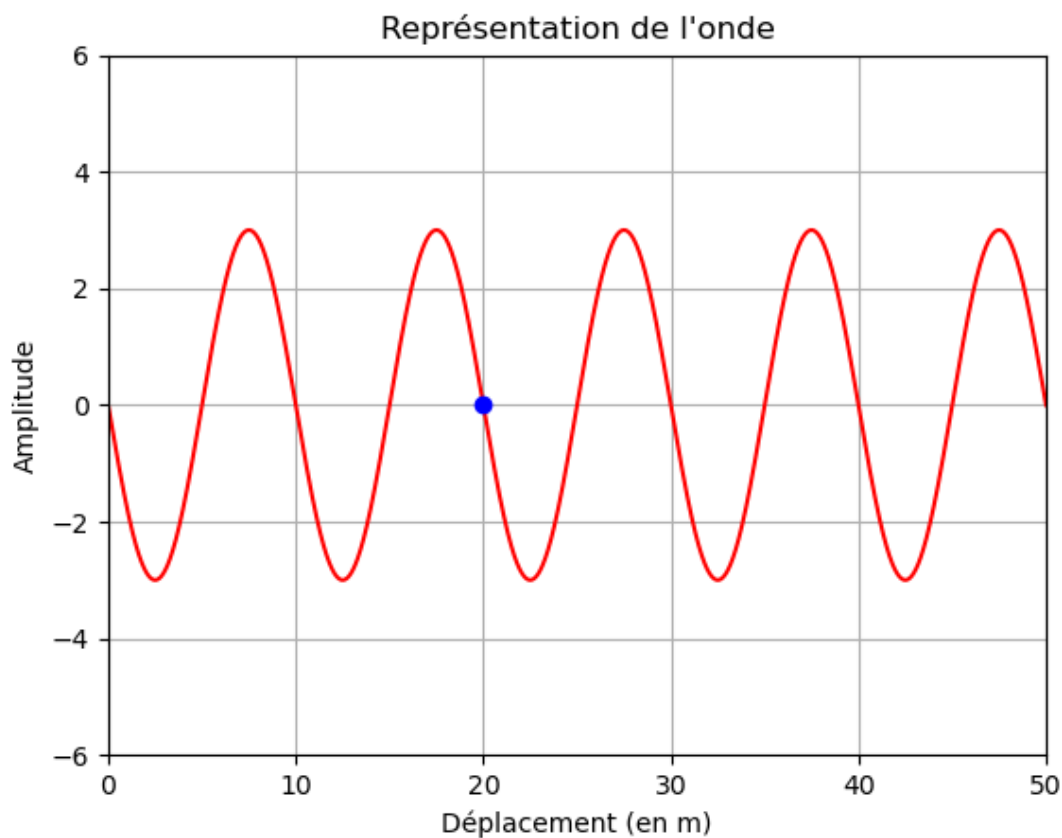
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
#Les fonctions-----
def tracer(x, y, amplitude, x_max, x_point, y_point):
    plt.clf()
    plt.title("Représentation de l'onde")
    plt.xlabel("Déplacement (en m)")
    plt.xlim(0,x_max)
    plt.ylabel("Amplitude")
    plt.ylim(-2*amplitude,2*amplitude)
    plt.grid()
    plt.plot(x, y, color='red')
    plt.plot(x_point,y_point,'bo') #particule en bleu
    plt.pause(0.01)

#Le programme principal-----
A=3 #Amplitude
T=2 # Période
v=5 #vitesse

x_max=50
xP=20 #constant pur l'instant
t=np.linspace(0,10,100)
x=np.linspace(0,x_max,100*x_max)
for i in range(len(t)):
    y = A*np.sin((2*np.pi/T)*(t[i]-x/v))
    yP = A*np.sin((2*np.pi/T)*(t[i]-xP/v))

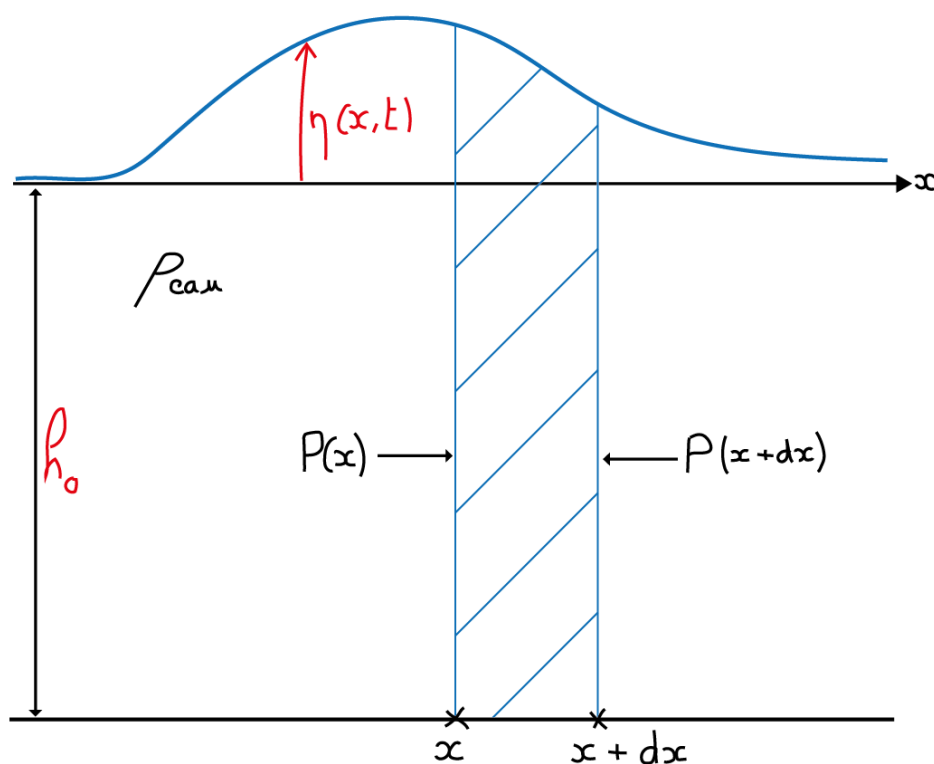
tracer(x,y,A,x_max,xP,yP)
plt.show()
```

Résultat du code :



6.2. Démonstration de l'équation d'onde

Schéma introductif :



Il faut réussir à trouver deux équations qui couplent la vitesse et la hauteur de la vague.

On étudie localement le comportement de la vague, c'est-à-dire son comportement sur une petite tranche de fluide.

On va utiliser le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) pour exprimer :

- La conservation de la quantité de mouvement
- La conservation de la masse

$\rho = m/v$ est la densité du fluide, ici de l'eau de mer. On a aussi : $\vec{v} = v \cdot \vec{u}_x$

Conservation de la quantité de mouvement :

On part de l'équation :

$$m \cdot \vec{a} = \sum \text{Forces extérieures} = \text{Forces de pressions}$$

$$\text{D'où : } \rho \cdot S \cdot dx \times \frac{\partial v}{\partial t} = \rho \cdot g \cdot (h_0 - \eta(x)) \cdot S(x) - \rho \cdot g \cdot (h_0 - (h_0 - \eta(x + dx))) \cdot \frac{S(x + dx)}{S(x)}$$

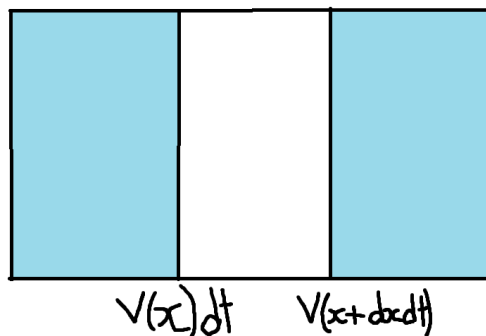
($S(x + dx) \approx S(x)$ car la surface ne varie presque pas)

$$\text{Donc : } \rho \cdot S \cdot dx \times \frac{\partial v}{\partial t} = \rho \cdot g \cdot S(\eta(x) - \eta(x + dx)) = \rho \cdot g \cdot S \left(-\frac{\partial \eta}{\partial x} dx \right)$$

$$\text{Finalement : } \frac{\partial v}{\partial t} = -g \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

Conservation de la masse :

Il faut évaluer la variation de la masse d'eau entre deux moments : t et (t + dt)



$$\begin{aligned} \rho(\eta(t + dt) - \eta(t))dx &= \rho v(x)dt \cdot \eta(h_0 + x) - \rho v(x + dx)dt \cdot \eta(h_0 + (x + dx)) \\ &= \frac{\partial v(h_0 + \eta)}{\partial x} dx dt \quad \text{or } h_0 + \eta \approx h_0 \quad \eta \ll h_0 \end{aligned}$$

Donc finalement :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -h_0 \frac{\partial v}{\partial x}$$

Equation d'onde

On réutilise les deux équations trouvées précédemment :

On dérive l'équation de la conservation du moment par rapport au temps :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -h_0 \frac{\partial v}{\partial x \partial t}$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = g \cdot h_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Donc : $c_0^2 = g \cdot h_0$ avec c_0 la célérité de la vague

Finalement :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

A partir de cette équation, on voit que la dispersion de l'onde ne dépend pas de λ mais de h_0

Cette équation fonctionne pour des h_0 pas très profond (c'est à dire $h < 0,025$ pour le modèle d'Airy)

Homogénéité :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = c_0^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{[\eta]}{[T^2]} \\ [(L \cdot T^{-1})^2] \cdot \frac{[\eta]}{[L^2]} = [L^2 \cdot T^{-2}] \cdot \frac{[\eta]}{[L^2]} = \frac{[\eta]}{[T^2]} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\omega}{k} = c \quad \text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda} \\ c_0^2 = g \cdot h_0 \end{array} \right.$$

On a aussi la relation de dispersion :

$$\omega^2 = g \cdot k \cdot \tanh(kh_0)$$

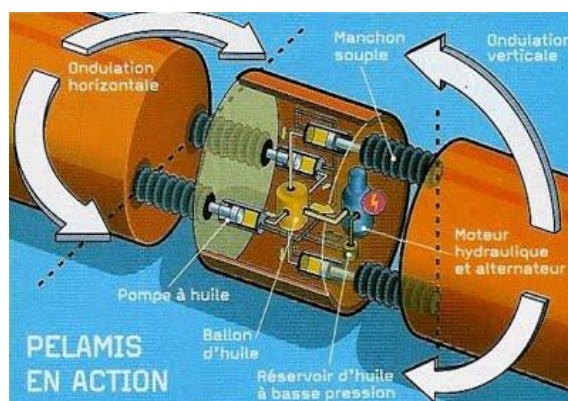
6.3. Modélisation tsunami FLUENT (3D)

Nous avons essayé de suivre un tutoriel (<https://www.youtube.com/watch?v=IDZu9Nw9Pbl>, CFD ANSYS Tutorial - Simulation of a Tsunami using VOF Model | Fluent) pour modéliser le déferlement d'un tsunami à l'arrivée de la côte en 3D. Nous avons réussi à modéliser le « bassin » mais nous n'avons pas les bonnes versions de logiciel ANSYS pour faire le maillage et faire les calculs.

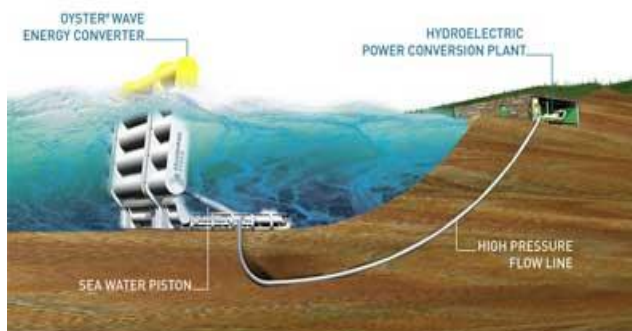
6.4. Energie houlomotrice

6.4.2. Installations houlomotrices

La chaîne flottante articulée (Pelamis) :



La paroi oscillante immergée :



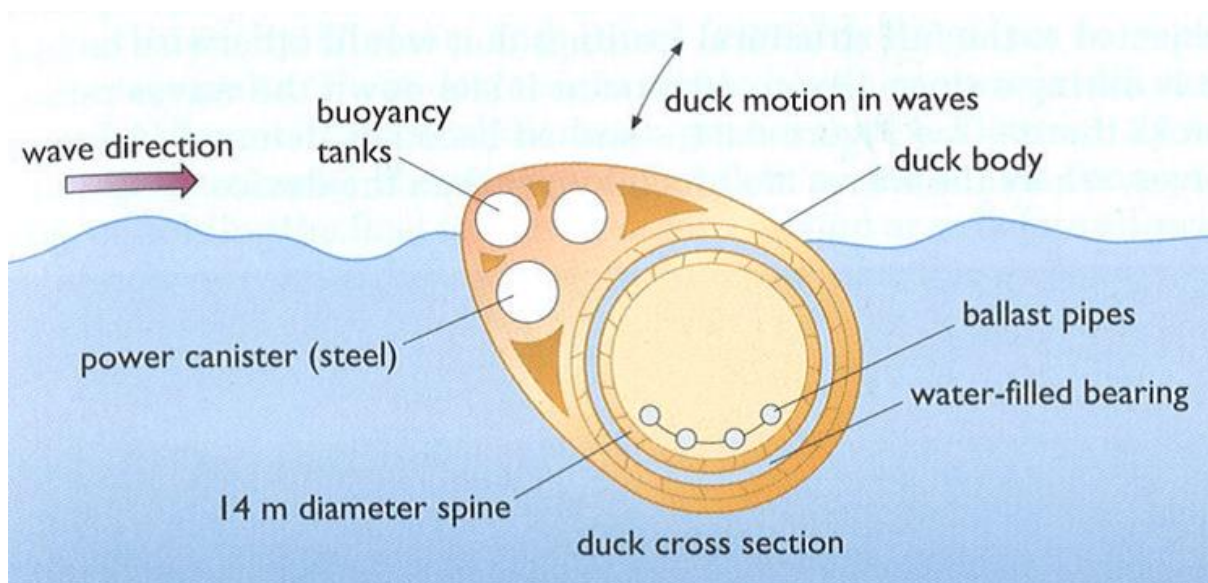
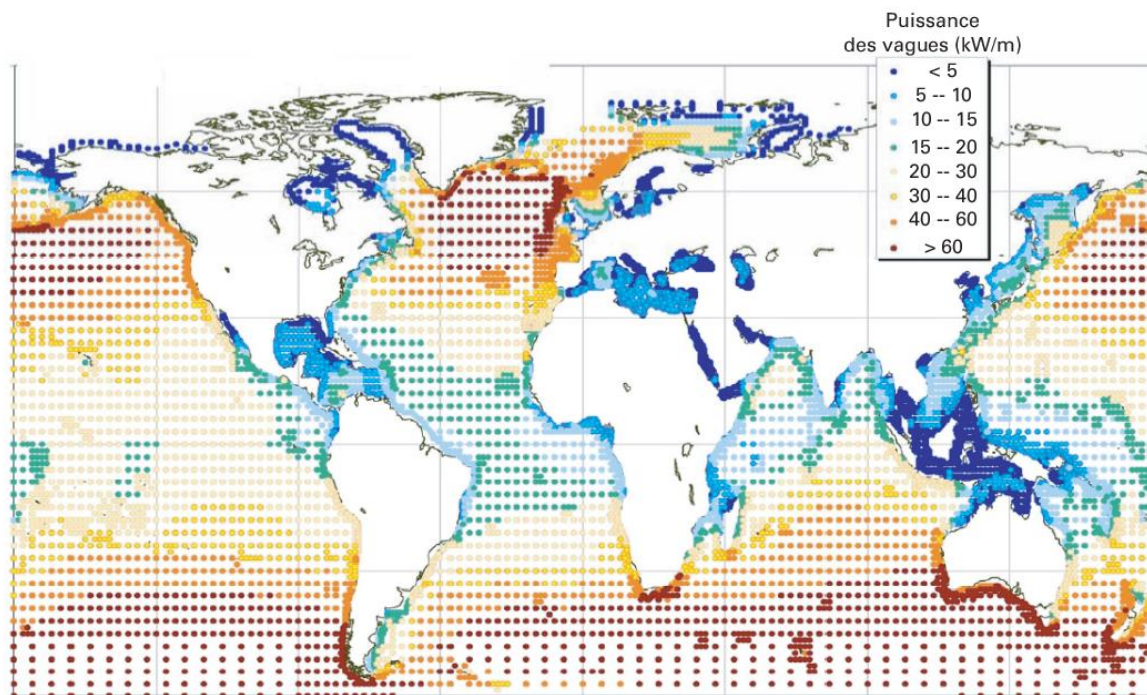


Figure 8 - Le batteur de Salter ou « Canard de Salter »

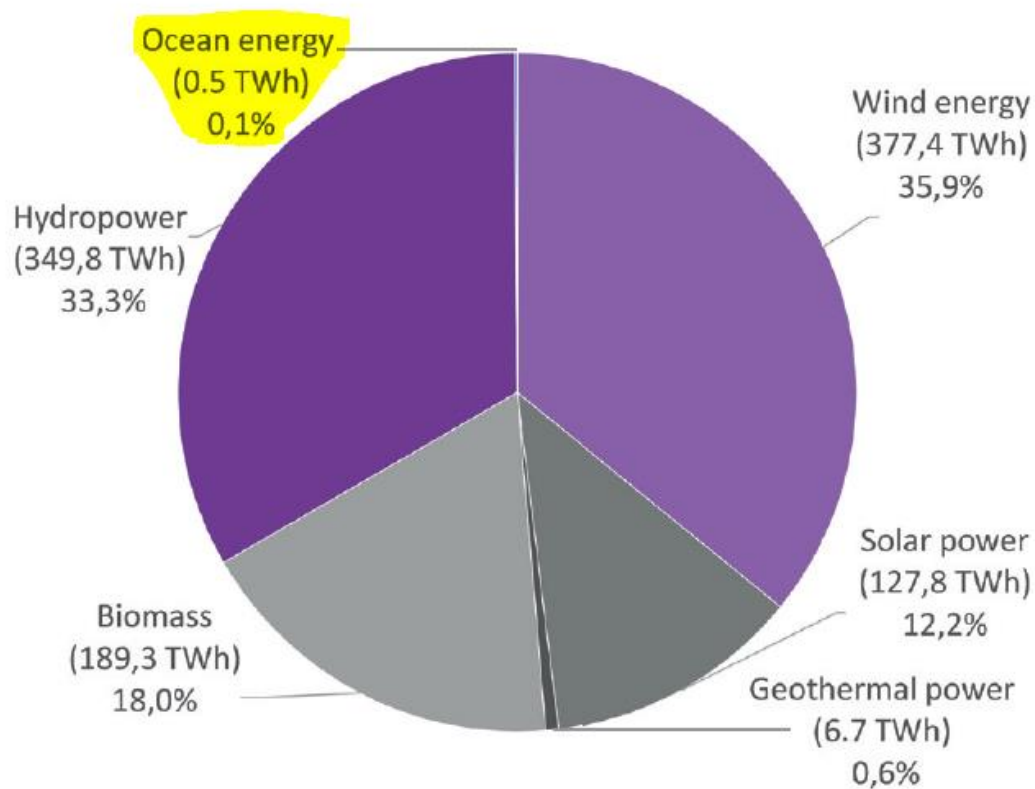
6.4.3. Données sur l'utilisation de l'énergie houlomotrice



(doc. WorldWaves data/OCEANOR/ECMWF)

Figure 9 - Carte mondiale de la ressource en énergie des vagues (puissance moyenne)

Renewable electricity generation (in TWh) and share of overall renewable generation (in %) in 2018 in the EU 28



Source: EurObserv'ER

Figure 10 : Part en TWh des différentes énergies renouvelables dans le mix énergétique Européen (2018)

D'après : *The state of renewable energies in Europe edition 2019, 19th EurObserv'ER Report*

On remarque que seulement **0.1%** de la production d'énergies renouvelables européenne est réalisée par l'énergie des océans (par énergie de l'océan, on entend énergie houlomotrice, marémotrice, hydrolienne (courants marins), thermique, etc...)