

# Projet de Physique P6

## STPI/P6/2021-19

*Introduction à la mécanique quantique*



**ALAMARGOT Martin**

**LE VIET Hoang**

**PRADELLE Tristan**

**PROOT--LAFONTAINE Ronan**

**Enseignant-responsable : Guillaume DUVAL**



Date de remise du rapport: 18/06/2021

Référence du projet: STPI/P6/2021-19

Intitulé du projet : Introduction à la mécanique quantique

Type de projet: Théorique

Objectifs du projet:

Introduire les fondements de la mécanique quantique

- Comprendre l'histoire et le développement de la mécanique quantique
- Appréhender différentes notions de physique quantique et donner des exemples concrets

Mots-clefs du projet:

Mécanique quantique

Composition de la matière

Dualité onde-corpuscule

**INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE ROUEN**

**Département Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur**

avenue de l'Université - 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray - tél : +33 (0)2 32 95 97 00 - fax : +33 (0)2 32 95 98 60

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>4</b>
<b>Introduction</b>	<b>5</b>
<b>I. La découverte de l'électron par Thomson</b>	<b>6</b>
<b>II. Le modèle atomique de Rutherford</b>	<b>10</b>
Introduction	10
L'expérience de la feuille d'or	11
Calcul de la taille du noyau	13
Vacuité de la matière	13
Le contexte de ces recherches	14
La loi universelle du rayonnement de Kirchhoff	14
La loi de Stefan-Boltzmann	15
Le calcul de la température du Soleil	16
La loi de déplacement de Wien	16
La constante de Planck	17
<b>IV. Les raies de Balmer</b>	<b>19</b>
Le spectre d'émission de l'hydrogène	19
La formule de Ritz-Rydberg	20
<b>V. Le modèle de Bohr</b>	<b>21</b>
Le modèle de l'atome de Bohr et la configuration électronique	21
La relation des raies de Balmer avec le modèle de Bohr	22
<b>VI. L'effet photoélectrique</b>	<b>25</b>
Principe général de l'effet photoélectrique d'Einstein	25
Découverte et faits expérimentaux	25
Pourquoi l'effet photoélectrique est incompatible avec la vision ondulatoire de la lumière?	28
L'interprétation d'Einstein	28
<b>VIII. Les fentes de Young</b>	<b>32</b>
Description de l'expérience	32
Description mathématiques	34
<b>VII. La dualité onde-corpuscule de Louis de Broglie</b>	<b>36</b>
Les "ondes de matière" de Louis de Broglie	36
Vers la dualité onde-corpuscule	37
La relation de cette théorie avec le modèle de Bohr	38
Le principe de complémentarité	38
<b>IX. L'équation de Schrödinger</b>	<b>39</b>
<b>Conclusion</b>	<b>45</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>46</b>
<b>Table des figures</b>	<b>47</b>
<b>Annexe: Frise chronologique</b>	<b>48</b>

## Introduction

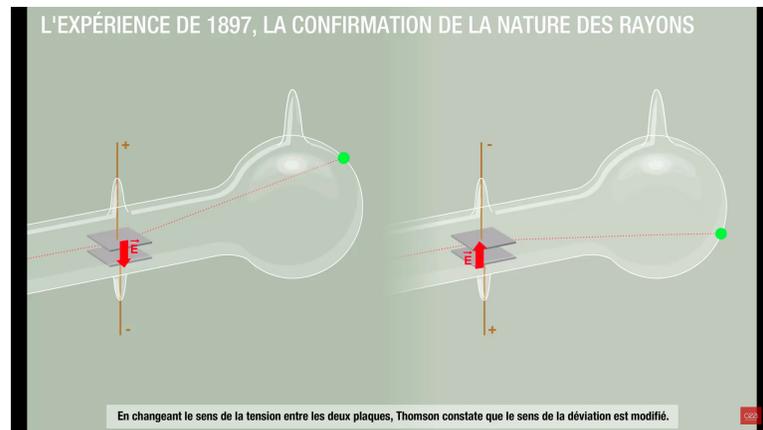
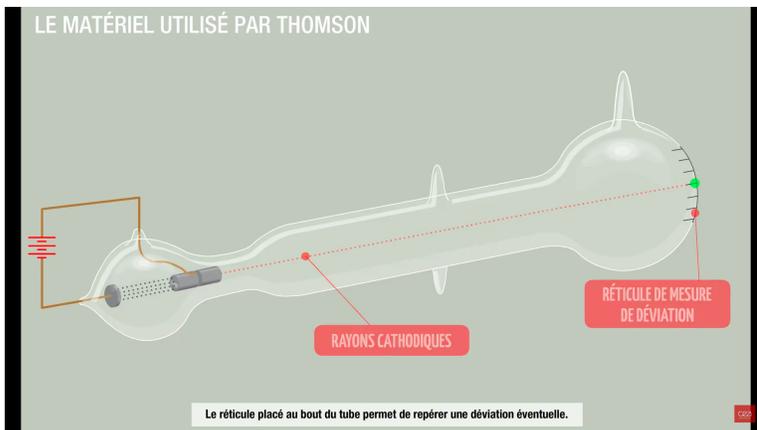
A la fin du XIXe siècle, les physiciens sont presque convaincus que les lois classiques leur permettent d'appréhender le monde physique. Toutefois, certaines rares questions demeurent encore sans réponse. En effet, au début du XXe siècle, la physique est constituée de la mécanique, de l'électromagnétisme et de la thermodynamique. Au sein de l'électromagnétisme, la discipline de l'optique soulève un débat : la nature ambivalente de la lumière. Certains ne voient que l'optique géométrique, représentant les rayons lumineux par des lignes, d'autres ne considèrent que l'optique ondulatoire, où les rayons sont traités comme des ondes. Ce débat va jouer un rôle essentiel dans le développement de la physique quantique. A l'aube du XXe siècle, malgré une vision corpusculaire héritée de Newton, les travaux des physiciens Huygens, Young et Fresnel ont démontré le caractère ondulatoire de la lumière. Par la suite, les équations de Maxwell vont permettre d'expliquer les oscillations de la lumière dues aux champs électriques et magnétiques. On va pouvoir en déduire que la lumière se propage dans une direction fixe rectiligne, à une vitesse déterminée et finie et qu'elle oscille avec une certaine fréquence et longueur d'onde (qui détermine la couleur de la radiation lumineuse), ce qui va permettre d'appréhender les phénomènes de diffraction et d'interférences.

Cependant, les scientifiques vont se rendre compte petit à petit que la physique classique ne permet pas de tout expliquer, et vont ainsi donner naissance à la physique quantique, une physique qui s'occupe, entre autres, de l'infiniment petit. Ainsi, nous allons décrire neuf concepts ou découvertes scientifiques: dans un premier temps, la découverte de l'électron, ensuite le modèle de Rutherford, puis le rayonnement du corps noir. Après cela, nous nous intéresserons aux raies de Balmer, ensuite au modèle de Bohr puis à l'effet photoélectrique. Enfin, nous nous pencherons sur les fentes de Young, ensuite sur la dualité onde-corpuscule de de Broglie et sur l'équation de Schrödinger. Ces neuf concepts ont révolutionné notre vision du monde, fait avancer la science au-delà des lois classiques et permis de mettre en place des applications réelles que nous décrirons également.

# I. La découverte de l'électron par Thomson

A la fin du XIXe siècle, les physiciens et chimistes ne disposent toujours pas d'un modèle de l'atome. Il s'agit alors de la plus petite particule connue, et des phénomènes physiques comme l'électricité, bien que maîtrisés, ne sont pas parfaitement compris au niveau de l'infiniment petit. En 1906, J.J.Thomson reçoit le Prix Nobel pour sa découverte d'une particule de charge négative nommée électron, qu'il a mise en évidence grâce aux expériences qu'il a réalisées en 1897.

Pendant le XIXe siècle, les physiciens allemands Julius Plücker et Johann Wilhelm Hittorf travaillent sur la conductivité électrique des gaz dans des ampoules de verre scellées contenant une cathode et une anode pour induire un courant électrique. En 1869, si le gaz est à basse pression, Hittorf observe l'émission par la cathode vers l'anode d'un faisceau chargé, nommé rayon cathodique, de nature inconnue. Certains pensent à un faisceau de particules, d'autres à une onde électromagnétique. Pendant les années 1870, le chimiste et physicien anglais William Crookes met au point le premier tube à rayons cathodiques, « tube de Crookes », et y dévie par un champ magnétique les rayons cathodiques, prouvant leur charge négative.



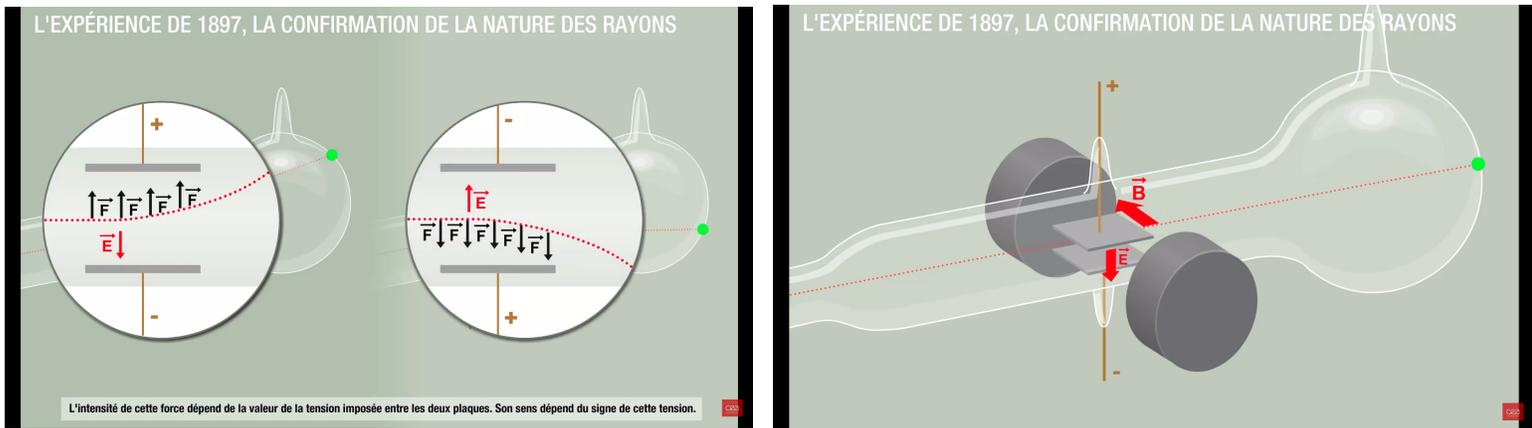
## Expérience des tubes de Crooke

En 1895, Jean Perrin effectue deux expériences « qualitatives » indiquant que ces rayons sont constitués d'un flux de particules chargées négativement. En 1897, Joseph John Thomson va réaliser avec une meilleure maîtrise des paramètres des expériences similaires à celles de Perrin. Il va utiliser un tube de Crookes avec un vide partiel d'environ 100 Pa, soit 1% de la pression atmosphérique. Pour générer les rayons cathodiques, il applique une tension de l'ordre de 10 kV entre la cathode et l'anode,

cette dernière étant percée en son centre pour laisser passer les rayons. A l'autre bout du tube se trouve un réticule de mesure pour détecter avec précision la localisation du rayon.

Tout d'abord, il va chercher à dévier le faisceau grâce à un champ électrique vertical généré par des plaques métalliques soumises à une tension. Le rayon est dévié verticalement, et est attiré par la plaque positive, confirmant ainsi sa charge négative.

Le faisceau se comporte similairement avec un champ magnétique horizontal produit par des électroaimants. Et avec la combinaison des deux champs, de tel sorte qu'ils se compensent, le faisceau n'est pas dévié. Thomson peut alors calculer sa vitesse.



### Expérience de J.J.Thomson

Il va pour se faire utiliser la force de Lorentz, appliquée à toutes particules chargées en mouvement.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Dans le cas où les deux forces se compensent, on a  $\vec{F} = \vec{0}$ . Cela nous donne

$$\vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

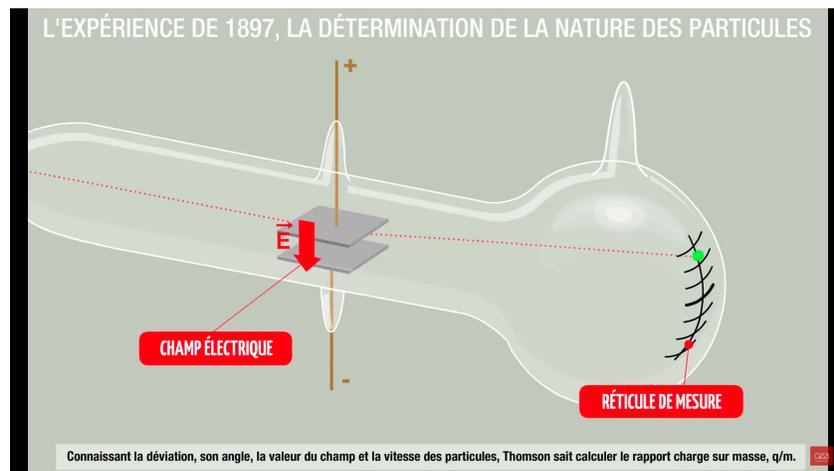
Le repère choisi correspond au schéma précédent, avec la vitesse selon  $\vec{U}_x$ ,  $\vec{E}$  selon  $\vec{U}_y$  et  $\vec{B}$  selon  $\vec{U}_z$ . Le produit vectoriel donne un vecteur selon  $-\vec{U}_y$ , le signe se

simplifié par la suite avec le - déjà présent dans le calcul, puis avec une projection sur l'axe  $\vec{U}_y$ , on obtient

$$v = \frac{E}{B}$$

Ce calcul donne environ 50000 km/s, soit une vitesse bien trop faible pour que ce soit une onde électromagnétique.

Ensuite, avec la connaissance du champ électrique, de l'angle de la déviation et de la vitesse des particules, Thomson calcule le rapport  $q/m$ . Il utilise uniquement un champ électrique pour dévier le faisceau, et grâce au réticule de mesure, connaît précisément l'altitude d'impact du faisceau.



### La détermination de la nature des particules

Il va se servir du principe fondamental de la dynamique de Newton. En effet, le temps de trajet d'une particule dans cette expérience étant très faible, nous pouvons nous considérer dans un référentiel galiléen avec une très bonne approximation. De plus, la vitesse des électrons est d'environ un sixième de celle de la lumière, ainsi les effets relativistes sont négligeables, la mécanique classique fonctionne. Nous allons également négliger la force gravitationnelle devant la force électrique. Nous gardons le même repère que pour le précédent calcul. Ici la seule force est la force électrique donc nous pouvons écrire

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

$$q \vec{E} = m \vec{a}$$

Ainsi l'accélération s'écrit sous la forme

$$\vec{a} = \begin{cases} 0 \\ \frac{q}{m} E \\ 0 \end{cases}$$

Puis par intégration

$$\vec{v} = \begin{cases} V_0 \\ \frac{q}{m} Et \\ 0 \end{cases}$$

A l'origine la vitesse selon  $Ux$  est  $V_0$ , mais est nulle selon les deux autres axes.

On intègre encore par rapport au temps :

$$\vec{OM} = \begin{cases} V_0 t \\ \frac{q}{2m} Et^2 \\ 0 \end{cases}$$

On considère que l'origine du repère est le point où le faisceau commence à passer entre les deux plaques métalliques, donc les constantes d'intégration sont nulles pour la position.

Grâce au réticule, on connaît l'altitude  $y$  selon  $x$ . On va alors remplacer le temps par la variable  $x$  dans notre équation :

$$x(t) = V_0 t \implies t = \frac{x}{V_0}$$

Ainsi notre équation ne possède comme inconnue uniquement le ratio  $q/m$  :

$$y(t) = \frac{qx^2}{2mV_0^2} E \implies \frac{q}{m} = \frac{2yV_0^2}{Ex^2}$$

Celui-ci est environ 2000 fois supérieur à celui de l'ion hydrogène, alors la particule la plus légère connue. Cela vient soit d'une masse très faible, soit d'une charge très élevée. En modifiant la matière de la cathode, et du gaz du tube, il constate une valeur constante du rapport  $q/m$ . Thomson en conclut qu'il a découvert une nouvelle particule, qu'il nommera corpuscule.

Les tubes cathodiques seront plus tard utilisés pour commercialiser en masse les premières télévisions : les télévisions à rayons cathodiques. Leur principe consiste à utiliser un tube cathodique comme précédemment, avec l'extrémité du tube correspondant à l'écran. Celui-ci est recouverte d'une matière phosphorescente, fréquemment à base de terres rares, qui émet de la lumière lorsqu'elle est excitée par le faisceau d'électron. C'est en contrôlant précisément le faisceau avec des bobines magnétiques que l'on parvient à créer une image.

Ainsi, la découverte des électrons va remettre en cause les anciens modèles atomiques, et va mettre le physicien et chimiste Rutherford sur la voie de son propre modèle, et va le faire se questionner sur la vacuité de la matière et sur la taille du noyau de l'atome.

## II. Le modèle atomique de Rutherford

### Introduction

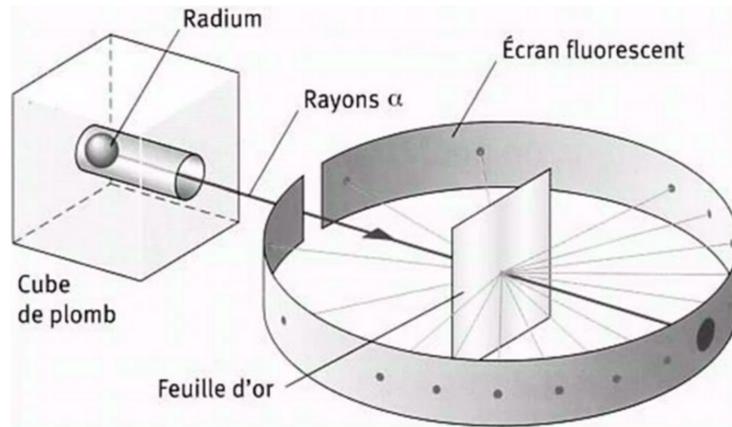
Ernest Rutherford, né en 1871 en Nouvelle-Zélande, et décédé en 1937 en Angleterre, est un physicien et chimiste, considéré comme le père de la physique nucléaire. Il obtint notamment le prix Nobel de chimie en 1908 pour ses travaux sur la désintégration des éléments chimiques. Il travailla beaucoup sur la radioactivité, suite à la découverte de Becquerel en 1896 de rayons inconnus émis par l'uranium (qui se révéleront plus tard être les rayons X). Il parvint à la conclusion que l'uranium émet deux types de radiations, selon leur pouvoir de pénétration, les rayonnements alpha et bêta.

En 1902, ses travaux sur le thorium, avec Frederick Soddy, l'amène à remettre en question le concept de l'indestructibilité de la matière. Cette découverte est un véritable

bouleversement dans le monde scientifique. En 1908, avec un de ses étudiants, Thomas Royds, il prouve que les particules alpha sont des atomes d'hélium une fois débarrassés de leurs charges négatives, c'est-à-dire des noyaux d'hélium, mais le concept de noyau n'était alors pas encore connu.

## 1) L'expérience de la feuille d'or

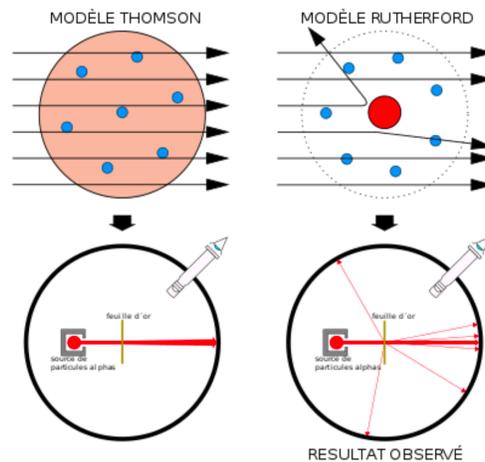
En 1909, Hans Geiger et Ernest Marsden réalisent, sous la direction de Ernest Rutherford, l'expérience de la feuille d'or.



Expérience de la feuille d'or

Cette expérience consiste à focaliser un faisceau de particules alpha, sous vide, vers une très fine feuille d'or (d'une épaisseur de 6 000 Å soit  $6 \cdot 10^{-7} m$ ). Ce faisceau est généré par une source de radium, isolé de l'extérieur. Autour de cette couche d'or se trouve un écran enrichi de sulfure de zinc pour visualiser, par un scintillement lumineux, la collision avec les particules alpha.

Les particules alpha, très énergétiques, sont censées traverser les atomes d'or, selon le modèle atomique de Thomson, que nous décrirons plus loin et qui est représenté sur l'image ci-dessous. En effet, dans ce modèle, la charge positive de l'atome est très diluée, diffuse, très peu dense devant l'immense densité énergétique des particules alpha, qui ont donc l'énergie nécessaire pour traverser. De plus, la feuille d'or étant très fine, ces particules alpha ne devraient pas avoir de problèmes pour la traverser entièrement.

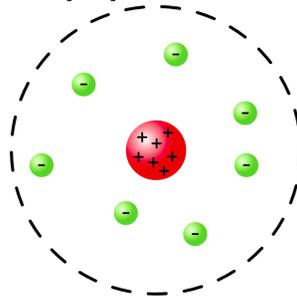


### Des conséquences de l'expérience de la feuille d'or vers le modèle de Rutherford

Pendant l'expérience, Rutherford constate qu'une infime partie des particules sont déviées de l'axe horizontal lors de leur traversée de la feuille, dont certaines de plus de  $90^\circ$ . Cela est contradictoire avec le modèle atomique de Thomson, qui n'implique que de faibles déviations. Ces résultats indiquent que la charge positive doit être très concentrée pour pouvoir autant dévier les particules, laissant penser qu'un atome est essentiellement composé de vide. De plus, le nombre extrêmement faible de particules fortement déviées renforce cette idée de structure lacunaire de l'atome.

Grâce à cette expérience, répétée de nombreuses fois, Rutherford propose en 1911 son modèle planétaire de l'atome, avec les électrons qui tournent autour du noyau positif. C'est un modèle révolutionnaire car il suppose que le monde dans lequel on vit ne se compose que d'une infime partie de matière.

#### **Modèle atomique planétaire de Rutherford**



#### Le modèle de Rutherford

## 2) Calcul de la taille du noyau

Lors des collisions frontales entre les particules alpha et le noyau, toute l'énergie cinétique de la particule alpha est transformée en énergie potentielle.

On peut formuler les hypothèses que, tout d'abord, il n'y a pas de forces externes agissant sur le système (ainsi, l'énergie totale ( $E_c + E_p$ ) du système est constante) et, ensuite, qu'au départ, les particules alpha sont à une très grande distance du noyau.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r_{min}}$$
$$\Leftrightarrow r_{min} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q_1q_2}{mv^2} = 2,7 \times 10^{-14} \text{ m ou } 27 \text{ fm}$$

Pour une particule alpha:

- $m$  (masse) =  $6.64424 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3.7273 \times 10^9 \text{ eV}/c^2$
- $q_1$  (pour l'hélium) =  $2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $q_2$  (pour l'or) =  $79 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 1.27 \times 10^{-17} \text{ C}$
- $v$  (vitesse initiale) =  $2 \times 10^7 \text{ m/s}$

## 3) Vacuité de la matière

Nous pouvons considérer que l'atome est en moyenne de  $10^{-10}$  mètres en diamètre.

De la même manière, le noyau est en général de  $10^{-15}$  m en diamètre. Nous constatons alors qu'un noyau est cent mille fois plus petit que son atome, ce dernier est donc essentiellement constitué de vide. Un autre exemple pour se rendre compte de la vacuité de la matière : si un proton a la taille d'une balle de ping pong, alors l'atome d'hydrogène est une sphère de 4 km de rayon.

Ainsi, après la découverte de l'électron et la mise en place du nouveau modèle de l'atome, cela a permis de redéfinir la matière et de mieux en connaître la composition. On sait désormais que l'atome possède un noyau, dont on connaît la taille, et que la matière est principalement vide. D'autre part, durant cette même période du début du XXe siècle mais sur un tout autre sujet, un autre problème scientifique reste sans réponse : le problème du corps noir. Il continue de questionner les physiciens, qui s'y intéressent car cela pourrait permettre de faire évoluer les usines et les machines, en pleine révolution industrielle.

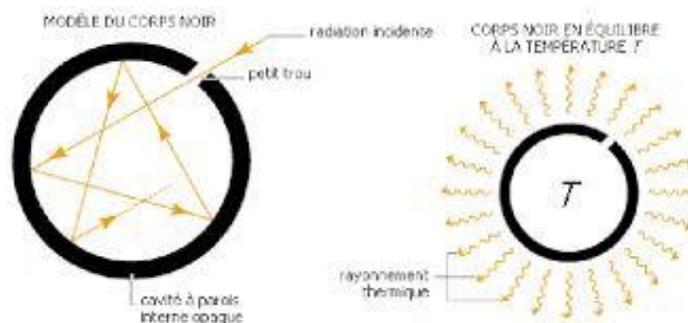
### III. Le rayonnement du corps noir

#### 1) Le contexte de ces recherches

A la fin du XIXe siècle, le problème concernant le rayonnement du corps noir, qui est un corps chauffé, n'est pas encore résolu. Au XXe siècle, résoudre ce problème est très important car, en pleine révolution industrielle, les ingénieurs pensent que transformer la chaleur en travail mécanique serait particulièrement intéressant. C'est en se penchant sur cette question que Max Planck va mettre en place, en autres, le concept de constante de Planck. En se basant sur les découvertes de Newton à propos du spectre visible de la lumière, où chaque couleur est associée à une longueur d'onde, Kirchhoff souhaite trouver la relation entre la longueur d'onde émise (et donc la couleur) par un corps chauffé et sa température.

#### 2) La loi universelle du rayonnement de Kirchhoff

Il imagine le modèle du corps noir : un émetteur thermique idéal, représenté comme une petite enceinte sphérique fermée, percée d'un petit trou, supposée parfaitement absorbante. Cet objet absorbe donc tout le rayonnement sans le réfléchir, il semble donc noir car il n'émet rien. Pour une température donnée, il mesure alors l'intensité de la lumière émise pour chacune des couleurs. Ainsi, il va formuler en 1862 une loi universelle du rayonnement, qui prévoit que le rayonnement émis par un corps chauffé est proportionnel à la température absolue et inversement proportionnel au carré de la longueur d'onde.



Le modèle du corps noir

### 3) La loi de Stefan-Boltzmann

Josef Stefan trouva en 1879 que le taux auquel l'énergie est émise est proportionnel à  $T^4$  et L. Boltzmann prouva ce résultat en 1884. La loi qui en résulte pour le rayonnement d'un corps noir est:

$$P = \sigma S T^4$$

avec P la puissance totale émise à toutes les longueurs d'onde, S la superficie de la surface émettant du rayonnement, T la température absolue et  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann.

Pour les objets réels, on introduit le facteur appelé émissivité totale  $\varepsilon$  qui relie la puissance rayonnée à celle d'un corps noir (pour lequel  $\varepsilon = 1$ ) à la même température et on obtient:

$$P = \varepsilon \sigma S T^4$$

Preuve de la Loi de Stefan Boltzmann (à partir de la loi de Planck expliquée plus tard):

Tout d'abord, on sait que  $\lambda = cT = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{f}$ . De plus, on sait que l'intensité spectrale

est telle que:  $I_s(f) = \frac{2\pi h f^3}{c^2} \frac{1}{\exp(\frac{hf}{k_b T}) - 1}$  avec  $k_b$  la constante de Boltzmann

(c'est la loi de Planck qui sera présentée plus tard).

A T constante,

$$I = \int_0^{\infty} I(\lambda; T) d\lambda = \int_0^{\infty} I\left(\frac{c}{f}; T\right) * \frac{c}{f^2} df = \int_0^{\infty} I_s(f) df = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{f^3}{\exp(\frac{hf}{k_b T}) - 1} df$$

On pose  $x = \frac{hf}{k_b T} \Rightarrow f = \frac{x k_b T}{h}$  et  $\frac{dx}{df} = \frac{h}{k_b T} \Rightarrow df = \frac{k_b T}{h} dx$ , on

obtient:

$$I = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{x k_b T}{h}\right)^3}{\exp(x) - 1} \frac{k_b T}{h} dx = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{k_b^4 T^4}{h^4} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx = \frac{2\pi k_b^4}{h^3 c^2} T^4 \frac{\pi^4}{15} = \frac{2\pi^5 k_b^4}{15 h^3 c^2} T^4$$

On pose  $\frac{2\pi^5 k_b^4}{15 h^3 c^2} = \sigma$  avec  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann et on obtient:

$$I = \sigma T^4$$

Ainsi, le pouvoir radiant ou flux radiant  $\Phi$  est comme une puissance de densité de surface d'aire  $A$ , telle que :  $\Phi(T, A) = \sigma AT^4$  et donc, pour les corps réels, on a

$$\Phi(T, A) = \sigma AT^4 \varepsilon$$

Ainsi, tous les corps (qui ne sont pas à zéro Kelvin) rayonnent et le  $T^4$  rend ce rayonnement très sensible à l'augmentation de température. Ainsi, en augmentant la température d'un corps, on augmente la puissance émise et c'est pour cela qu'il devient de plus en plus difficile d'augmenter la température du corps, et cela décale la distribution de l'énergie entre les différentes longueurs d'onde présentes dans le rayonnement. Ainsi, lorsque l'on allume une ampoule, la résistance, l'intensité du courant et la température du filament augmentent et sa luminosité normale blanc rougeâtre devient une lumière intense blanche bleuâtre.

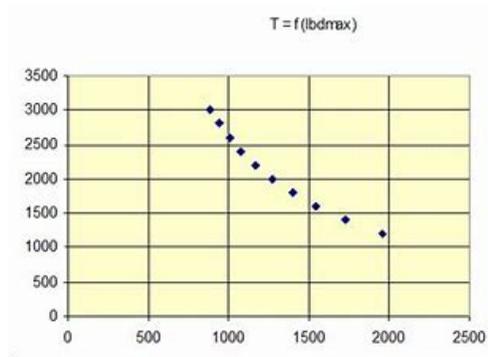
#### 4) Le calcul de la température du Soleil

Grâce à cette loi, Stefan détermina également la température de la surface du Soleil. Ce fut la première estimation sérieuse de la température du Soleil : les valeurs précédemment avancées variaient entre 1800 °C à 13 000 000 °C. Cette loi a aussi permis aux astronomes de déterminer facilement les rayons des étoiles.

#### 5) La loi de déplacement de Wien

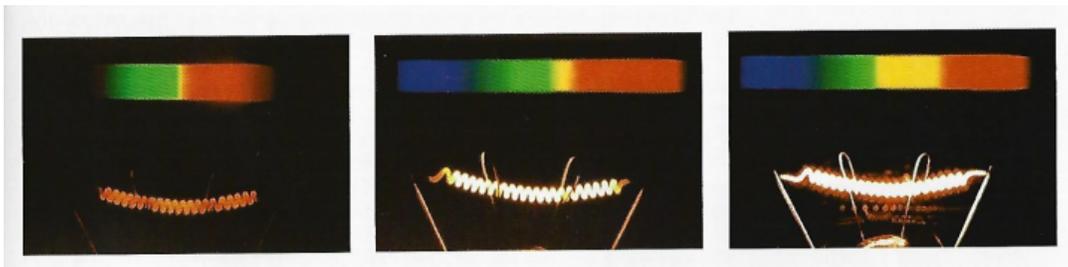
Afin de résoudre le problème du corps noir, Wien établit à la fin du XIXe siècle une formule dite "loi du déplacement" qui énonce que le pic de luminosité du rayonnement du corps noir se déplace vers le bleu à mesure que la température augmente. Toute courbe de rayonnement d'un corps noir atteint une hauteur maximum pour une certaine longueur d'onde  $\lambda_{max}$  qui est la longueur d'onde à laquelle le corps noir émet la plus grande quantité rayonnante. Wien établit alors :

$$\lambda_{max} T = \text{constante}$$



### La loi du déplacement de Wien

Ainsi, la longueur d'onde du maximum est inversement proportionnelle à la température. Si l'on augmente la température, le rayonnement émis se décale vers les longueurs d'onde plus courtes, c'est-à-dire les fréquences plus élevées. Par exemple, si une braise incandescente devient plus chaude, son rayonnement se déplace de l'infrarouge tiède (de couleur rouge) au bleu blanc car les courbes d'émission correspondantes se décalent et les sommets de ces courbes se déplacent vers le jaune



### Un filament chaud et les spectres qu'il émet

C'est également pour cela qu'une flamme a un centre rouge et des extrémités jaunes, mais qu'une flamme encore plus chaude (plaque de gaz) est bleue.



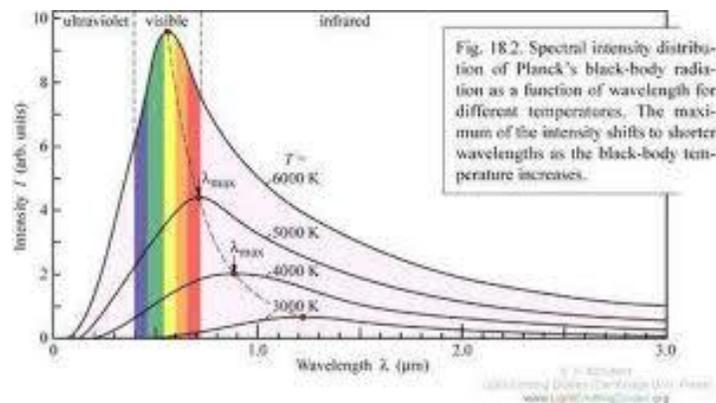
### La couleur d'une flamme

Cependant, cette loi est cohérente pour les courtes longueurs d'onde mais pas pour les grandes, contrairement à une autre loi, celle de Rayleigh-Jeans, qui n'était pas cohérente pour les courtes longueurs d'onde mais cohérente pour les grandes.

## 6) La constante de Planck

La loi de Wien décrit effectivement la présence d'un maximum de rayonnement, mais, contrairement à la loi de Loi de Rayleigh-Jeans, elle fournit des valeurs fausses pour les grandes longueurs d'onde. En outre, elle implique que l'intensité de rayonnement soit limitée avec l'augmentation de la température, ce que contredit également l'expérience.

Afin de trouver une loi universelle, Planck se base sur la théorie cinétique des gaz de 1870 de Boltzmann. Il considère que, dans le corps noir, il s'agit d'un ensemble d'oscillateurs au lieu d'un ensemble de molécules. Chaque oscillateur oscille avec une fréquence que Planck identifie à la longueur d'onde du rayonnement. Il considère un oscillateur tel un ressort. Normalement, il y a une relation de proportionnalité entre l'amplitude et l'énergie du ressort. Or, Planck découvre que l'énergie d'oscillation ne peut pas prendre n'importe quelle valeur, seules certaines sont autorisées. Il établit ainsi en 1900 que l'énergie de chaque oscillateur représente une minuscule tranche de l'énergie totale du corps noir, donc que l'énergie est libérée par "paquets", qui seront appelés "quantum" et qui ont chacun une énergie liée à la fréquence, d'où la constante de Planck et la formule  $E = h\nu$ . Cela permettra plus tard de comprendre que l'énergie est quantifiée.



### La loi de Planck en fonction de différentes températures et son lien avec la loi de Wien

Sur ce graphique, on a l'intensité en fonction de la longueur d'onde. On observe que la loi de déplacement de Wien passe par tous les maximums des différentes courbes de la loi de Planck.

Ainsi, la loi de rayonnement de Planck énonce:

$$I(\lambda, t) = \Phi_{\lambda} = \frac{A}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{B}{\lambda t}\right) - 1} \text{ avec } A = 2\pi h c_0^2 \text{ et } B = \frac{hc_0}{k_b}$$

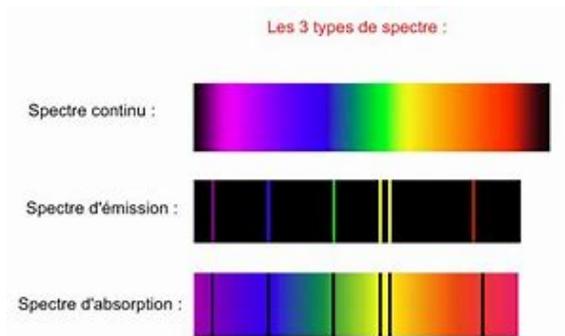
On a également la puissance totale rayonnée P, aussi appelée intensité radiative, telle que:  $P = \int_0^{\infty} I d\lambda$ , c'est-à-dire l'aire sous la courbe de la loi de Planck. La loi de Planck lui permet ainsi de calculer la charge de l'électron de façon plus précise que J.J Thomson.

Ainsi, la constante de Planck a totalement bouleversé le monde de la physique, a permis d'introduire la notion de quantification de la matière et a donné naissance à la mécanique quantique. Elle va être cruciale dans les travaux de Bohr dans la recherche de son modèle atomique et va introduire la chimie telle qu'on la connaît aujourd'hui. Toutefois, les recherches pour définir la matière continuent et elles vont passer par l'étude de l'hydrogène, et donner naissance à la spectroscopie. Pour cela, le phénomène d'absorption, caractéristique du corps noir, va être observé sur d'autres corps, comme l'hydrogène gazeux.

## IV. Les raies de Balmer

### Le spectre d'émission de l'hydrogène

Le spectre d'émission d'un corps est la lumière qu'il émet lorsqu'il est excité, par opposition à son spectre d'absorption, qui est la lumière qu'il absorbe.



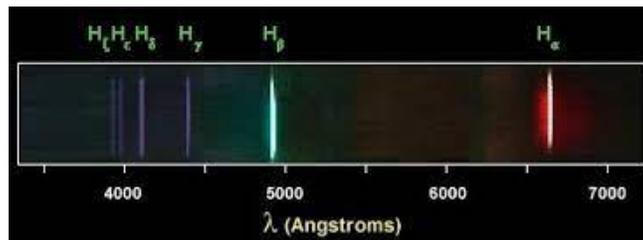
Différence entre spectre continu et spectre discontinu.

**Le spectre d'absorption est un spectre continu dont certaines raies sont absorbées par un corps.**

Un corps noir émet un spectre continu, c'est-à-dire dans une infinité de longueur d'onde. Le spectre solaire, observé par Newton avec ses prismes, est assimilé à celui d'un corps noir. En 1814, Joseph Von Fraunhofer, opticien et physicien allemand,

découvert des discontinuités (sous forme de bandes sombres à des longueurs d'ondes précises) dans le spectre du Soleil. Il s'agit des raies de Fraunhofer.

En 1853, Anders Ångström, astronome et physicien suédois, utilisa un tube à décharge rempli d'un gaz pour étudier son spectre. Il projetait la lumière émise par ce gaz à travers une fente dans un écran opaque, afin de mettre en évidence les raies spectrales. Les spectres d'émissions de ces corps sont sombres sauf au niveau de raies lumineuses pour des longueurs d'ondes bien précises. Angstrom mesure d'abord les longueurs d'onde des quatre raies d'émission de l'hydrogène. J.Plücker nomma ces différentes raies H  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$   $\delta$ .



### Les quatres raies d'émission de l'hydrogène

En 1859, J.Plücker identifia deux des raies d'émissions de l'hydrogène à deux raies solaires de Fraunhofer. Puis en 1862, Ångström fit de même avec les deux autres raies de l'hydrogène. Cela met en évidence d'une part que les corps, tout du moins l'hydrogène, absorbent et émettent aux mêmes longueurs d'ondes, d'autre part la présence d'hydrogène dans l'atmosphère solaire. Cette découverte crée un nouveau domaine scientifique, la spectrométrie (ou spectroscopie).

### La formule de Ritz-Rydberg

En 1885, Johann Jakob Balmer remarqua qu'une relation mathématique relie la longueur d'onde de ces quatre raies, grâce à une longueur d'onde constante B. Cette formule, obtenue totalement expérimentalement, permet de prédire de nouvelles raies:

$$\lambda = B \left( \frac{n^2}{n^2 - m^2} \right) = B \left( \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right)$$

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde

B est une constante dont la valeur est de  $3,6450682 \times 10^{-7}$  m ou 364,50682 nm.

m est égal à 2

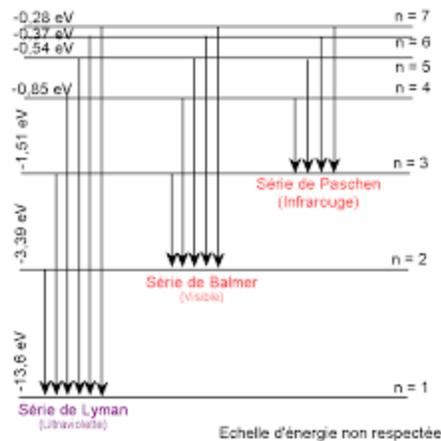
n est un nombre entier tel que  $n > m$ .

Dans chaque série, les nombres d'onde  $\sigma$  mesurés sont représentés par la formule de Ritz Rydberg, qui, en 1888, généralise la formule de Balmer pour toutes les transitions de l'hydrogène (preuve de cette formule dans le chapitre suivant car il y a un lien avec le modèle de Bohr):

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_y(H) \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

avec  $R_y(H)$  la constante de Rydberg,  $n_1$  caractérisant la série et  $n_2$  caractérisant la raie dans la série telle  $n_2 = n_1 + \text{nb de la raie}$ . Par exemple, pour la troisième raie de la série de Balmer,  $n_1 = 2$  et  $n_2 = 2+3 = 5$

Ainsi, chaque raie spectrale de la série de Balmer résulte de la transition de l'atome d'hydrogène d'un état excité supérieur au premier état excité. Plus tard, on découvre d'autres raies dans le spectre d'émission de H: la série de Lyman en 1916 dans l'UV, la série de Paschen en 1903, Brackett en 1922 et Pfund en 1924 dans l'Infrarouge.



### Spectre d'émission de l'hydrogène en fonction des niveaux d'énergie

Chaque élément a un spectre de raies unique, comme une carte d'identité, ce qui fait de la spectroscopie une technique de premier plan pour analyser la composition d'échantillons par exemple.

Ainsi, les raies de l'hydrogène permettent de le caractériser, et cela va permettre de comprendre que la composition de chaque élément est différente. Cela va mettre en évidence qu'il existe différentes couches autour du noyau: c'est ce que Bohr va justifier lorsqu'il va expliquer son modèle atomique, où les électrons sont sur différentes couches et peuvent changer de couches.

## V. Le modèle de Bohr

### Le modèle de l'atome de Bohr et la configuration électronique

Bohr va aider Rutherford à améliorer son modèle de l'atome créé en 1911: il postule que les orbites des électrons doivent se retrouver à des distances particulières, c'est-à-dire qu'elles sont quantifiées. Il cherche aussi à déterminer les niveaux d'énergie de l'hydrogène, chacun correspondant à un rayon orbital. L'électron étant attiré par le noyau, il possède une énergie potentielle de type électrostatique négative, inversement proportionnelle à  $r$ , qui est quantifiée. Elle dépend de  $n$ , le nombre quantique principal. Ainsi, on obtient :

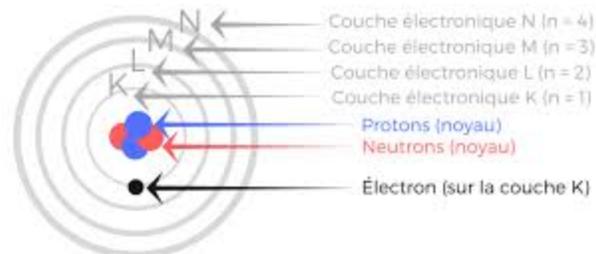
$$E_n = - \frac{Z^2 m e^4}{8 n^2 h^2 \epsilon^2}$$

avec  $m$  la masse de l'électron,  $e$  la charge élémentaire,  $Z$  le numéro atomique,  $h$  la constante de Planck et  $\epsilon$  la permittivité du vide.

Pour  $n=1$ ,  $E_1$  est l'énergie de l'état fondamental, l'état le plus stable. Les autres

énergies correspondent à des états excités et sont telles que  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ . Lorsque  $n$

tend vers l'infini, l'énergie tend vers 0, c'est l'état ionisé, où l'atome est arraché, c'est l'énergie d'ionisation. A chaque valeur de  $n$  correspond une couche électronique (K, L, M, N, O) avec chacune une énergie déterminée. Plus tard, cela permettra également de connaître la configuration électronique, c'est à dire la répartition des électrons sur les niveaux d'énergie des orbitales atomiques, qui va être dirigée par les règles découvertes par Pauli, Klechkowski et Hund, qui vont permettre de comprendre toutes les propriétés des éléments chimiques et donc plus tard des matériaux.



Le modèle de Bohr

Ce modèle permet à Bohr de calculer les rayons des  $n$  orbites. Le plus petit rayon (pour  $n=1$ ) s'appelle "rayon de Bohr". Bohr se rend compte que les raies présentes dans le

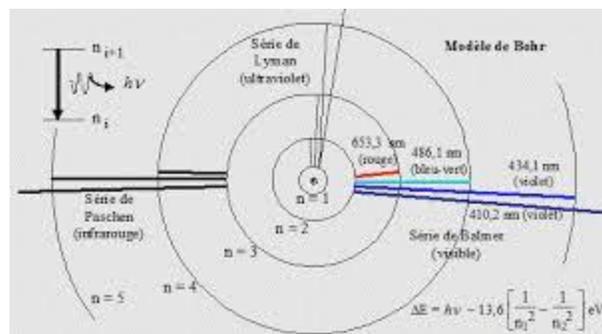
spectre d'émission correspondent exactement à la différence d'énergie entre les niveaux qu'il a calculée. Il découvre que l'électron passe d'un niveau excité à un niveau inférieur en émettant un quantum d'énergie, ou photon, dont l'énergie est exactement égale à la différence d'énergie entre les deux niveaux. De même, un électron peut absorber un photon et aller vers un état plus excité. Tous ces résultats lui permettent donc de former son modèle de l'atome, qu'il publie en 1913.

## La relation des raies de Balmer avec le modèle de Bohr

Il a fallu attendre jusqu'à 1913 pour que Niels Bohr puisse expliquer les raies spectrales par les transitions atomiques entre des niveaux d'énergie. En effet, les observations spectroscopiques ne sont pas en adéquation avec les modèles atomiques, soit de Thomson, soit de Perrin. Un atome n'absorbe que certains photons d'énergie car seulement certaines fréquences entrent en quelque sorte en résonance avec eux. Pour l'atome de Thomson, l'atome entier "vibre" à une seule fréquence, donc il ne devrait y avoir qu'une seule raie. Pour l'atome planétaire de Perrin, comme les électrons peuvent avoir n'importe quelle orbite, il devrait y avoir une infinité de raies.

Bohr constata qu'un nombre limité de raies implique que les électrons doivent être sur des orbites pré-définies, donc que l'énergie des atomes était quantifiée, discrète et non continue. L'émission ou l'absorption d'un photon passe par une interaction photon-atome, qui ne peut arriver que si le niveau d'énergie correspond exactement au niveau d'énergie autorisé. Cette énergie qui permet un échange est telle que :

$$E(\text{photon}) = \frac{hc}{\lambda}$$



### Le modèle de Bohr en fonction des raies de l'hydrogène et des différents niveaux d'énergie

#### Preuve de l'énergie d'un photon:

Les photons ont une énergie E qui dépend de la fréquence de l'onde telle que  $E = h\nu$

avec  $h$  la constante de Planck. Or, on sait que  $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$  donc  $E = \frac{hc}{\lambda}$

### Preuve de la formule de Ritz-Rydberg :

La formule a été découverte expérimentalement et n'a été prouvée que bien plus tard par Bohr, en utilisant la quantification de l'énergie. Cette preuve, en vérifiant une formule considérée comme vraie, valide en même la quantification de l'énergie.

#### 1) Le calcul classique

L'énergie totale  $E_n$  d'un électron sur la n-ième orbite est la somme de son énergie

cinétique et son énergie potentielle électrique  $qV = -eV = -ek_0 \frac{q}{r} = -$

$k_0 \frac{Ze^2}{r}$  donc  $E_n = \frac{1}{2}mv^2 - k_0 \frac{Ze^2}{r}$  avec  $k_0$  la constante de la force de

Coulomb et  $r$  le rayon en fonction du rayon de Bohr.

Or, dans l'atome, l'électron subit à la fois l'attraction coulombienne du noyau

$F_e = k_0 \frac{Ze^2}{r^2}$  et la force centripète  $F = \frac{mv^2}{r}$  donc

$k_0 \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = k_0 \frac{Ze^2}{2r}$  (ainsi, pour plus tard, on a  $r = \frac{k_0 Ze^2}{mv^2}$

) donc, en remplaçant dans l'équation d'avant, on a  $E_n$

$= k_0 \frac{Ze^2}{2r} - k_0 \frac{Ze^2}{r} = -k_0 \frac{Ze^2}{2r}$ . Maintenant, on cherche l'expression de  $r$ .

#### 2) Le moment cinétique et sa quantification

Un oscillateur peut avoir des niveaux d'énergie quantifiés multiples entiers de  $hf$ :

$E = nhf$ . Planck remarqua que  $h$  avait comme dimension J.s donc il a mis en place le terme d'action qui, en physique, est la quantité de mouvement multipliée par la distance, et l'a appelé  $h$ , le quantum d'action (on remarque que  $h$  et le moment cinétique ont la même dimension). Ainsi, un électron dans la nième orbite circulaire de rayon  $r$  parcourt une distance de  $2\pi r$  et la quantité de mouvement est  $p = mv$ . Ainsi, d'après la conjecture de Bohr qui affirme que l'action est un multiple entier de  $h$ :

$(mv)(2\pi r) = nh \Leftrightarrow mvr = \frac{nh}{2\pi} = L$  avec  $L$  appelé le moment cinétique

angulaire, qui est lui aussi quantifié d'après Bohr. Ainsi, on a  $v = \frac{nh}{2\pi mr}$ .

#### 3) Vers la formule de Ritz-Rydberg

On reprend l'expression  $r = \frac{k_0 Z e^2}{m v^2}$  et on remplace  $v$  par  $\frac{nh}{2\pi m r}$  et on obtient

$$r = \frac{n^2 h^2}{k_0 Z e^2 2^2 \pi^2 m}$$

En remplaçant  $r$  dans  $E_n = -k_0 \frac{Z e^2}{2r}$ , on obtient

$$E_n = -\frac{2\pi^2 k_0^2 e^4 m Z^2}{h^2} \frac{1}{n^2}. \text{ Or, lors de l'émission d'un photon, un saut d'énergie}$$

vaut  $E_i - E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{hc} (E_i - E_f)$ . Donc, en remplaçant

par l'expression de  $E_n$ , on a  $\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k_0^2 e^4 m Z^2}{h^3 c} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$  avec

$\frac{2\pi^2 k_0^2 e^4 m Z^2}{h^3 c}$  la constante R de Ritz-Rydberg,  $n_i$  le numéro de la couche de départ de l'électron avant son saut et  $n_f$  le numéro de la couche d'arrivée.

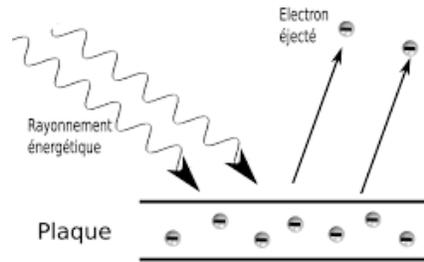
Avec la découverte du laser dans les années 60, la spectroscopie devient plus précieuse. De l'infiniment petit à l'infiniment grand, la physique quantique, via la spectroscopie, est véritablement à l'origine d'avancées fondamentales dans la compréhension du monde qui nous entoure.

## VI. L'effet photoélectrique

### 1. Principe général de l'effet photoélectrique d'Einstein

En 1905, Albert Einstein publie cinq articles, dont au moins deux vont révolutionner la physique. Il reprendra le travail sur le corps noir de Planck et y trouvera une incohérence car le modèle de Planck n'explique pas la «catastrophe ultraviolette» pour les courtes longueurs d'onde. Cela repart de la loi de Wien, qui n'est pas cohérente pour les grandes longueurs d'onde. Il imagine un corps noir chauffé qu'il remplit pensivement de particules gazeuses, et fait une analogie entre le rayonnement électromagnétique produit par les électrons oscillants et l'agitation d'un milieu gazeux. Cette analogie l'amène à penser que la lumière est constituée de grains, qu'il appelle

quantum de lumière, et que chaque quantum a une énergie égale à  $h \cdot \text{fréquence de rayonnement}$ .



### Principe de l'effet photoélectrique

Ainsi, Einstein met en évidence que la lumière est quantifiée. La preuve expérimentale viendra avec Millikan en 1916 et Compton en 1921. Le terme photon pour les quanta d'énergie est inventé par Lewis en 1926. Einstein reçoit le prix Nobel en 1921 pour la loi de l'effet photoélectrique. Pour conclure, en reprenant l'idée de quantification de Planck, Einstein met en place sa théorie des quanta de lumière, qui lui permet d'expliquer l'effet photoélectrique.

## 2. Découverte et faits expérimentaux

L'effet photoélectrique a été découvert par Hertz en 1887. Le moyen le plus simple de le démontrer est d'illuminer une plaque métallique (zinc, cuivre, césium, ...) d'un électroscope, initialement chargé, avec la lumière ultraviolette qu'il reçoit. Si l'électroscope portait initialement une charge positive, les deux lames s'écartent un peu plus. S'il portait une charge négative, les deux feuilles tombent verticalement, montrant que l'électroscope se décharge. L'évacuation des charges négatives explique la décharge de l'électroscope lorsque la lumière était initialement chargée négativement et l'augmentation de la polarisation des lames sinon, la charge totale étant nulle, la fuite de charges négatives vers l'extérieur implique l'apparition d'autant de charges positives uniformément réparti sur le système conducteur. Ainsi, la seule explication possible est l'extraction à la lumière par des charges électriques hors du métal; les charges ainsi émises sont facilement identifiables: on voit que ce sont des électrons.

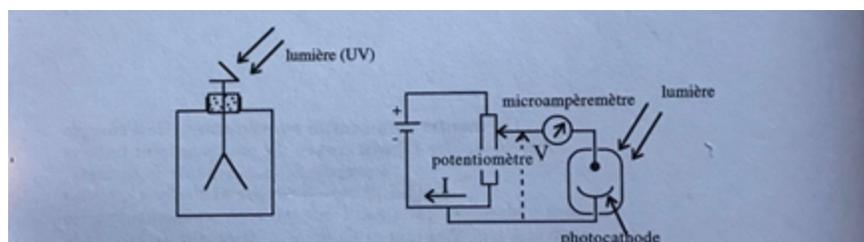
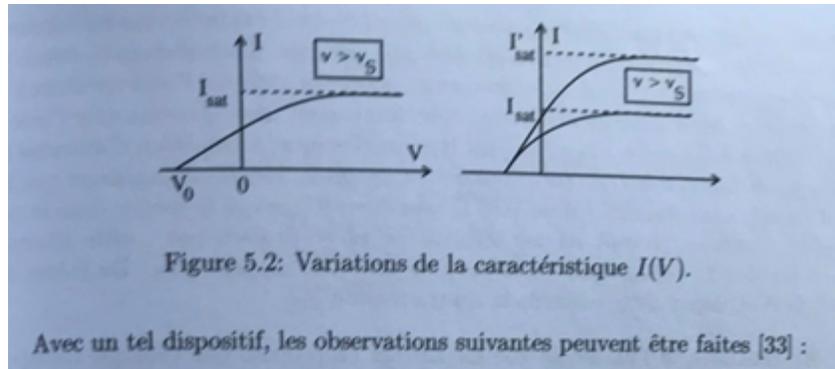


Figure 5.1: Effet photo-électrique : observation et montage pour l'étude de la caractéristique.

## Observation et montage pour l'étude de l'effet photoélectrique

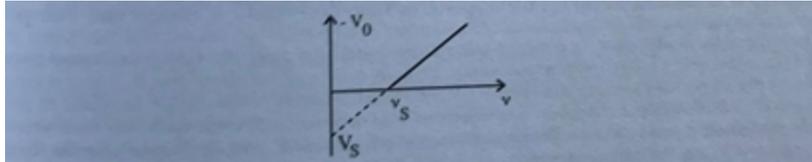
Par conséquent, l'effet photoélectrique fait référence à l'émission électronique d'un métal soumis à un rayonnement électromagnétique approprié. La configuration typique pour une étude quantitative précise est simple et est schématisée dans la figure ci-dessus. Afin de ne pas compliquer l'analyse, notamment pour éviter les phénomènes complexes liés à l'ionisation par collision de tout atome sous le bombardement photoélectronique, un très grand vide est créé dans la cellule contenant la photocathode. Sous une irradiation appropriée, il émet des électrons qui augmentent l'amplitude  $I$  dans le circuit externe contenant la batterie ; l'intensité est généralement faible, mais elle peut être mesurée avec un microampèremètre. Le circuit comprend également un potentiomètre qui peut changer la tension aux bornes de la cellule ; en particulier, en plaçant cette dernière en position haute (photo), la photocathode est à un potentiel proche de celui de l'autre électrode, faisant office d'anode,  $V$  d'anode. A l'inverse, si le potentiomètre est en position basse, la photocellule est à un potentiel plus élevé que l'autre électrode, donc  $V$  est maintenant négatif. Dans tous les cas, le courant  $I$  est positif, dirigé dans le sens de la flèche.



### Variations de l'intensité en fonction de la tension

1. pour un métal donné, il existe une fréquence-seuil  $\nu_s$  (S pour seuil) : si la lumière a une fréquence  $\nu$  inférieure à  $\nu_s$ , l'effet ne se produit pas. Si la fréquence est supérieure à  $\nu_s$ , l'effet se produit ; dans des conditions usuelles, il est instantané.
2. La caractéristique courant - tension  $I(V)$  démarre linéairement pour une tension  $V_0$  négative (voir fig ci-dessus). L'intensité sature à une valeur  $I_{sat}$  pour les grandes valeurs

de la différence de potentiel appliquée. La valeur du courant de saturation est proportionnelle à l'intensité lumineuse, ce qui permet d'ailleurs d'utiliser une telle cellule comme appareil de mesure de l'intensité lumineuse. En revanche, la contre-tension  $V_0$  ne dépend pas de cette dernière ;



### Variations de contre tension $-V_0$ en fonction de la fréquence $\nu$

3. La contre-tension  $V_0$  varie linéairement avec la fréquence (figure ci-dessus). Plus précisément,  $-V_0$  est une fonction linéaire croissante de  $(\nu - \nu_s)$ , qui s'annule en  $\nu = \nu_s$ , ce que l'on peut écrire :  $|V_0| = K(\nu - \nu_s)$  avec  $(\nu > \nu_s)$  et  $K$  est une constante dont on verra qu'elle est proportionnelle à la constante de Planck;

4.  $V_0$  et  $\nu_s$  sont indépendants de la puissance de l'onde incidente.

### 3. Pourquoi l'effet photoélectrique est incompatible avec la vision ondulatoire de la lumière?

Pour comprendre, nous allons faire une analogie avec des vagues (les ondes) et des bateaux (les électrons). Nous allons le démontrer par l'absurde.

Dans cette analogie, les vagues sont caractérisées par leur hauteur (intensité) et leur nombre par unité de temps (fréquence).

Considérons que les bateaux sont sur une ligne, et que chaque ligne de bateaux absorbe la totalité de l'énergie de chaque vague.

Considérons aussi qu'un bateau emporté par une vague symbolise un électron arraché à son atome. Bien sûr, un bateau se déplacera plus vite si la vague est plus grande.

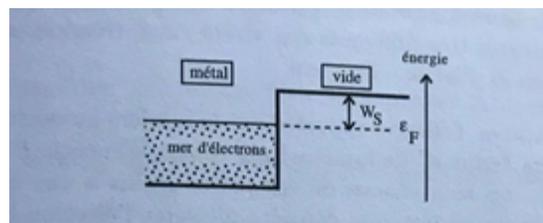
Si nous maintenons la hauteur des vagues constante, alors le nombre de bateaux arrachés ne dépend que de la fréquence des vagues. En effet, plus il y a de vagues, plus il y a de lignes de bateaux éjectées.

D'un autre côté, si la hauteur des vagues est trop faible, aucun bateau ne sera emporté, quelle que soit leur fréquence. Donc si la lumière se comportait comme une onde lors de l'effet photoélectrique, ce dernier se produirait seulement à partir d'une certaine intensité lumineuse, et le nombre d'électrons arrachés dépendrait de la fréquence de cette onde lumineuse.

Mais nous observons tout l'inverse ! L'effet se produit à partir d'une certaine fréquence et l'intensité électrique dépend de l'intensité lumineuse. Une vision ondulatoire semble alors compliquée à défendre.

De plus, comme lors d'un tsunami, les bateaux vont tout d'abord se percuter. Cela va prendre un certain temps pour qu'ils bougent sur une distance conséquente. Mais nous constatons l'instantanéité de l'effet photoélectrique, ce qui contredit encore l'approche ondulatoire.

#### 4. L'interprétation d'Einstein



##### Représentation très schématique du gaz d'électrons dans un métal

Cependant, ces électrons ne peuvent pas sortir spontanément du métal ( si on laisse de côté l'émission thermoélectronique): pour les extraire, il faut en quelque sorte leur fournir une certaine énergie. De toute évidence, ce sont les électrons situés à la surface de la mer de Fermi (la surface de la mer de Fermi est située à une énergie appelée niveau de Fermi, noté  $\epsilon_F$ ) qui peuvent sortir le plus facilement. On appelle travail de sortie, noté  $W_S$  (S pour sortie), l'énergie minimale à fournir pour extraire un électron du métal; en énergie, c'est donc la distance entre le niveau de Fermi et l'énergie d'un électron extrait du métal et éjecté sans vitesse initiale. Cette énergie est typiquement de quelques eV; en définissant  $W_S = |e| V_s$ , on définit le potentiel de sortie  $V_s$  ( $W_S = 1,23 \text{ eV} + V_s = 1,23 \text{ V}$ ).

Une propriété importante de l'effet photoélectrique est l'existence d'une fréquence seuil  $V_s$ , permettant tout ou pas de fonctionnement. Rappelant que l'ansatz de Planck a été introduit, concernant précisément le rayonnement électromagnétique, une quantité finie

d'énergie  $hf$  pour surmonter la catastrophe ultraviolette, Einstein a fait un lien entre cette brique de base préexistante et la fréquence minimale pour que le phénomène se produise. C'est ainsi qu'Einstein a proposé que la particule d'énergie élémentaire (atome d'énergie, littéralement le mot atome cette fois) soit présente dans un champ électromagnétique lié à sa fréquence  $f$ . A l'époque, la conjecture assez obscure de Planck aurait pu se transformer en une simple conjecture mathématique. Pour comprendre la catastrophe ultraviolette, la proposition d'Einstein peut être considérée comme un autre grand pas en avant.

Grâce aux travaux de Planck, Einstein a supposé un rapport simple entre l'énergie de cette particule lumineuse et la fréquence de l'onde, une constante proportionnelle à exactement ce que Planck avait donné, c'est encore  $E$  défini expérimentalement, en étudiant le rayonnement thermique ; En indiquant l'énergie d'une particule lumineuse, Einstein a posé :

$$E = hf$$

Comme Planck, la conjecture d'Einstein pose explicitement que l'échange d'énergie entre la lumière et la matière implique une quantité indivisible et doit donc nécessairement être accompli par un multiple total de l'algèbre de cette quantité. Cela signifie que la lumière est constituée de petits corpuscules indivisibles, appelés photons. Pour des contextes très différents, cette relation proposée peut être vue, en appelant  $E = hf$  Planck - la relation d'Einstein est correcte.

Ainsi, selon Einstein, l'énergie transmise aux métaux par la lumière monochromatique est constituée de petits "atomes" indivisibles de lumière, d'énergie  $E = hf$ . Maintenant, de deux choses l'une : soit chacune de ces petites particules a une énergie supérieure à  $W$  (et alors, a priori, un photon est capable d'éjecter un électron du métal, avec une certaine vitesse initiale), soit l'énergie de chacune le photon est inférieur à  $W$ s et aucun électron ne peut être séparé. Cela dit, il est facile d'écrire l'équation de conservation de l'énergie pour chaque événement premier. Avant cela, il y a un photon d'énergie  $hf$  et un électron lié au métal, d'énergie de liaison ( $-W$ s) ; alors le photon cesse d'exister, disons qu'il a été absorbé et on se retrouve avec un électron libre (dans le vide) de vitesse  $v$  ; alors la conservation de l'énergie s'écrit :

$$h\nu + (-W_s) = \frac{1}{2} m v^2$$

où  $m$  est la masse d'un électron. De ceci on déduit la forme historique :

$$h\nu = W_s + \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

qui constitue l'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique. C'est l'énergie cinétique initiale de l'électron qui apparaît, celle qu'il possède juste à sa sortie du métal et sans prévoir de ce qui lui arrive par la suite.

L'équation (1) correspond à l'éjection d'un électron initialement situé à la surface de la mer de Fermi. En revanche, sur la simple considération de la conservation de l'énergie, rien n'interdit a priori l'éjection d'électrons situés au fond de la mer de Fermi, émis avec une vitesse initiale inférieure à celle définie par (1). La profondeur en énergie de la mer concernée par un rayonnement d'une fréquence donnée est égale à  $h\nu - W_s$ , les électrons éjectables les plus profonds étant émis avec une vitesse quasiment nulle. En fin de compte, l'énergie  $\frac{1}{2} m v^2$  apparaissant dans l'équation (1) est l'énergie maximale des photoélectrons, ceux-ci étant distribués en énergie, de zéro jusqu'à cette énergie maximale.

Alors, tout s'explique. L'équation d'Einstein permet de comprendre l'existence du seuil  $\nu_s$ . En effet, l'énergie cinétique étant essentiellement positive. on a :

$$h\nu = W_s + \frac{1}{2} m v^2 \geq W_s$$

L'émission ne peut se produire que si la fréquence  $f$  est supérieure à  $\nu_s$  défini comme:

$$\nu_s = \frac{W_s}{h} \quad (2)$$

Lorsque la fréquence de l'onde est inférieure à  $\nu_s$ , chaque grain élémentaire d'énergie transporté par le rayonnement ne peut extraire un électron, même si ce dernier est situé à la surface de Fermi. En outre, comme constaté expérimentalement, la fréquence-seuil ne dépend que de la nature du métal (chaque métal a son propre  $W_s$ ). Avec la

définition (2), l'équation d'Einstein (1) peut maintenant s'écrire:

$$\frac{1}{2} mv^2 = h(\nu - \nu_s) \quad (\nu \geq \nu_s)$$

Il y a la contre-tension  $V_0$ . En effet, les électrons émis sont soumis à la charge d'espace qui les ralentissent; cependant, une partie d'entre eux atteint l'anode (qui, lorsque  $V$  est négatif, est en réalité une cathode) à condition que la contre-tension soit, en module, inférieure à l'énergie cinétique initiale: c'est l'énergie initiale qui permet à une partie des électrons d'atteindre l'électrode collectrice malgré la tension négative. La contre-tension maximale  $V_0$ , au-delà de laquelle l'intensité commence à être non nulle, est donc celle pour laquelle toute l'énergie cinétique initiale du photoélectron est dépensée pour augmenter la différence de potentiel antagoniste. Donc nous avons:

$$eV_0 = \frac{1}{2} mv^2 \leftrightarrow |V_0| = \frac{h}{|e|}(\nu - \nu_s)$$

On constate que la tension inverse maximale à laquelle le courant est annulé est une fonction linéaire de la fréquence, comme indiqué ci-dessus. De plus, il définit la constante  $K$  qui apparaît dans la loi empirique comme une constante fondamentale. Enfin, la tension de réflectance  $V_0$  tombant sur la plaque métallique est pratiquement indépendante de l'intensité lumineuse tombant sur la plaque métallique.

Ainsi, l'effet photoélectrique permettra de relancer le vieux débat entre physiciens sur la nature de la lumière: onde ou particule? En effet, l'effet photoélectrique démontre l'existence de quanta de lumière, et donc d'un caractère particulière de lumière, alors que, au début du siècle, l'expérience des fentes de Young, que nous allons décrire juste après, montrait plutôt un comportement ondulatoire. C'est le physicien Louis de Broglie qui mettra fin à cette querelle en réconciliant les deux modèles.

## VIII. Les fentes de Young

### Description de l'expérience

A la fin du XVIIe siècle, deux physiciens s'affrontent sur la nature fondamentale de la lumière. D'un côté, Isaac Newton pensait que la lumière était composée de particules, alors que Christian Huygens pensait qu'il s'agissait d'une onde. Il était alors

couramment admis que Newton avait raison, mais sans véritable preuve.

En 1801, plus d'un siècle plus tard, Thomas Young tranche temporairement le débat avec sa célèbre expérience de la double fente. Il va éclairer avec la lumière du soleil une plaque percée de deux fentes verticales, très fines et très rapprochées, et placer un écran derrière pour observer comment la lumière a franchi cette double fente.

On devrait observer sur l'écran, si la lumière est corpusculaire, une tâche continue, plus intense derrière les fentes et de moins en moins intense à mesure que l'on regarde sur les côtés. Par contre, si elle est une onde, on devrait constater une figure d'interférence.

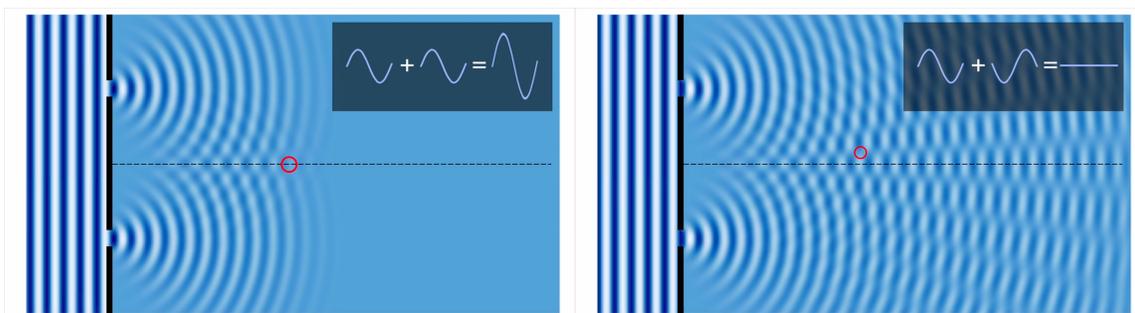
En effet, on peut considérer que chaque fente fonctionne comme une source de lumière, et dans le cas d'une onde, ces ondes vont alors interagir l'une avec l'autre, car elles possèdent la même longueur d'onde. Prenons l'exemple d'une vague :

Lorsqu'une vague arrive devant une fente, il va se produire un phénomène de diffraction, les vagues vont devenir circulaires.



Figure de diffraction avec une fente de Young

Et si on a deux fentes, alors les vagues vont interférer, par endroit les sommets vont se cumuler pour former un plus grand sommet, par endroit un sommet et un creux vont se compenser. Il y a une succession d'interférences constructives et destructives.



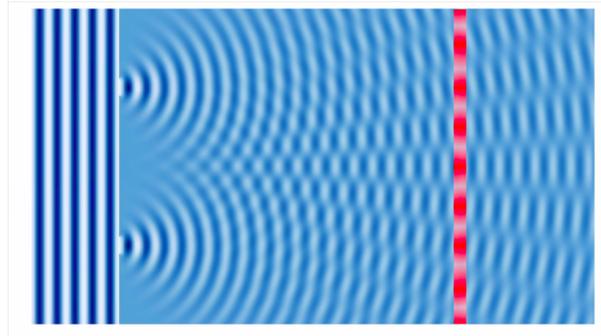
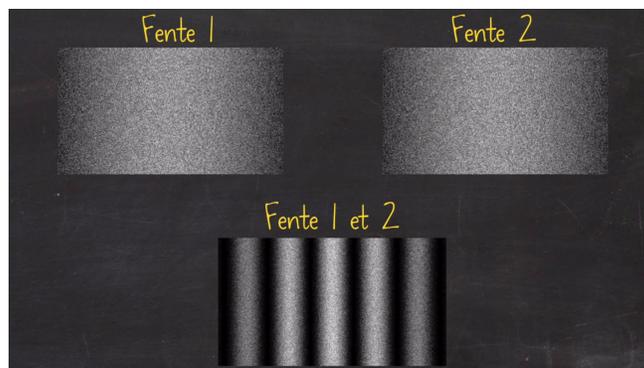


Figure d'interférences avec deux fentes de Young

Young observe une figure d'interférence sur l'écran, montrant de manière convaincante que la lumière est une onde. Cette vision de la lumière va persister pendant un siècle, durant lequel James Maxwell va faire le lien entre ondes électromagnétiques et lumière. Ce n'est qu'en 1905 qu'Albert Einstein, avec sa description de l'effet photoélectrique, remet en avant une vision corpusculaire de la lumière.

Une expérience de double fente de faible intensité a été réalisée pour la première fois par G. I. Taylor en 1909, en réduisant le niveau de la lumière incidente jusqu'à pouvoir considérer que les photons atteignent un par un l'écran derrière les fentes. Ce que l'on constate est fascinant : les photons rencontrent l'écran un par un, comme si la lumière était corpusculaire, mais au fur et à mesure des impacts, une figure d'interférence se matérialise sur l'écran. Mais si on bouche une des deux fentes, la figure disparaît et on retrouve une continuité d'impact. La somme des fentes 1 et 2 ne donne pas le résultat des deux fentes ouvertes.



Phénomène d'interférences

Cette expérience est sûrement la plus explicite pour illustrer le concept de dualité onde-corpuscule de la lumière. On peut l'interpréter comme cela : le photon se comporte comme une onde tant que sa position n'est pas mesurée, puis reprend son caractère corpusculaire lorsqu'il est mesuré sur l'écran. Ainsi, il passerait à la fois par les deux fentes en même temps. Il faudra attendre jusqu'en 1961 pour faire l'expérience avec de la matière, ici des électrons. On retrouve aussi une figure d'interférence.

Dans le cas des électrons, on a pu aller plus loin. Il est possible de détecter la présence d'un électron en l'éclairant par de la lumière, et en captant la lumière qu'il renvoie. L'expérience a été refaite en plaçant des détecteurs juste à la sortie de chaque fente pour savoir par laquelle l'électron était passé. Mais lors de ces mesures, on arrivait en effet à savoir par quelle fente il était passé, mais la figure de diffraction disparaissait. Il est impossible d'avoir et la figure d'interférence, et de savoir par quelle fente un électron est passé. Cela est à la base de la mécanique quantique, avec des objets qui sont sous forme de probabilités de présence, et ne se fixe à une position donnée seulement si on l'observe.

### Description mathématiques

Intéressons-nous maintenant aux calculs permettant de trouver l'alternance des franges sombres et lumineuses pour pouvoir correctement paramétrer l'expérience. Sans de bons paramètres, les résultats seront inexploitable.

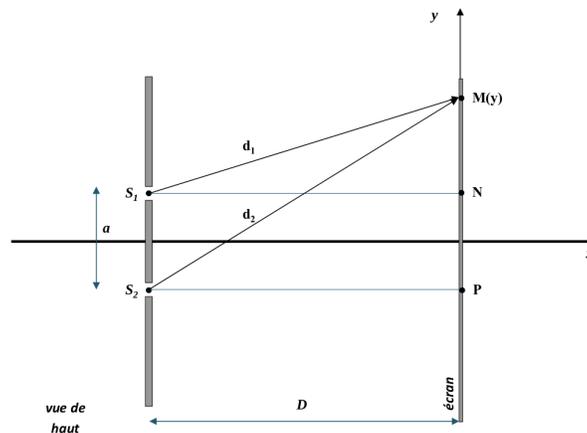


Schéma de l'expérience de young, vue de haut, avec l'onde incidente venant de la gauche

Cette expérience permet l'interférence des ondes lumineuses, car elles proviennent de

la même source, donc ont la même phase initiale.

La formule pour calculer l'intensité de la lumière sur un écran lors d'un phénomène d'interférence, à partir de deux ondes, est :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right)$$

$\delta(M)$  correspond à la différence de marche entre les deux ondes, donc sur notre figure cela revient à  $\delta(M) = d_2 - d_1$ .

Dans notre cas, les deux ondes ont la même intensité  $I_1 = I_2 = I_0$ . On a alors

$$I(M) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \delta(M)\right)$$

Grâce au théorème de Pythagore, et d'après la figure nous avons :

$$\begin{aligned} d_1^2 &= S_1 M^2 = S_1 N^2 + N M^2 = D^2 + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = D^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} - ay \\ d_2^2 &= S_2 M^2 = S P^2 + P M^2 = D^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 = D^2 + y^2 + \frac{a^2}{4} + ay \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant calculer la différence de marche :

$$d_2 - d_1 = \frac{d_2^2 - d_1^2}{d_2 + d_1} = \frac{2ay}{2D} = \frac{ay}{D}$$

En effet le dénominateur donne environ  $2D$ , car la distance  $D$  est très grande devant la distance  $a$  qui sépare les deux fentes.

Puis 
$$I(M) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi ay}{\lambda D}\right)$$

Pour trouver les franges lumineuses, il nous faut  $I_{max}$  l'intensité maximale. Cela se produit si et seulement si

$$\cos\left(\frac{\pi ay}{\lambda D}\right) = \pm 1 \Leftrightarrow \frac{\pi ay}{\lambda D} = k\pi \Leftrightarrow y = \frac{kD\lambda}{a}$$

De même pour l'intensité minimale  $I_{min}$ :

$$\cos\left(\frac{\pi ay}{\lambda D}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi ay}{\lambda D} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow y = \frac{D\lambda}{a} \left(k + \frac{1}{2}\right)$$

Avec  $k$  un entier.

La longueur d'onde  $\lambda$  est de l'ordre de la centaine de nanomètres, ce qui est minuscule. Pour avoir une chance de distinguer la figure d'interférence, il faut agrandir  $D$  mais surtout diminuer la distance  $a$  entre les deux fentes. Sans cette information, Young aurait pu ne jamais trouver le bon dispositif et ainsi ne pas observer la figure. La largeur des fentes doivent être du même ordre que la longueur d'onde  $\lambda$  pour avoir une diffraction. En effet une fente trop étroite empêcherait tout simplement l'onde de passer, mais une trop large lui permettrait de passer tout droit sans interagir avec les bords de la fente.

## VII. La dualité onde-corpuscule de Louis de Broglie

### Les “ondes de matière” de Louis de Broglie

Ces différents travaux vont permettre de relancer le débat du XIXe siècle sur la nature de la lumière, tantôt considérée comme une onde, tantôt comme une particule. L'intuition de Louis de Broglie est qu'il existe une mécanique ondulatoire, ce qui permet d'assurer la stabilité de la matière. Il énonce qu'à chaque particule on peut associer une onde fictive dotée d'une longueur d'onde qu'il appelle “onde de matière”. Il établit ainsi que toute particule de masse  $m$  et de vitesse  $v$  possède les propriétés d'un corpuscule, et est dotée d'une longueur d'onde telle que :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

avec  $p=mv$  la quantité de mouvement.

#### Preuve:

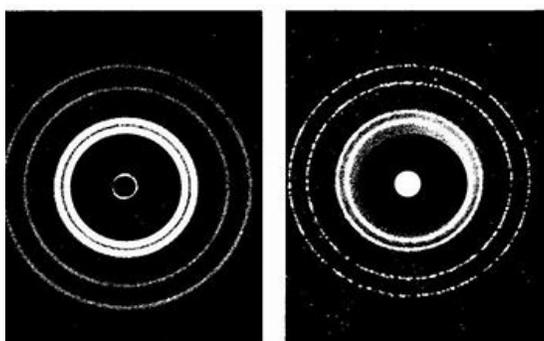
En théorie de la relativité, l'énergie du photon vérifie la loi de la relativité:

$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4$ . Or, dans le référentiel de la particule, la vitesse est nulle, de même que l'impulsion, et la masse au repos est nulle donc  $E = pc$ . On obtient donc  $p = \frac{h}{\lambda}$ . Toute particule possède les propriétés d'un corpuscule de quantité de mouvement  $p$  et d'une onde de longueur d'onde  $\lambda$  telles que  $p = \frac{h}{\lambda}$

## Vers la dualité onde-corpuscule

En 1923, Louis de Broglie proposa la dualité onde-particule, qui se manifeste dans le comportement des rayonnements, et qui est une caractéristique fondamentale de toutes les entités. En effet, Einstein avait montré que la matière pesante et l'énergie du rayonnement pouvaient se convertir l'une dans l'autre. Ainsi, la matière en mouvement a une longueur d'onde ! Bien que théorique, cela a amené l'idée que les électrons et les protons ressemblent aux photons.

En 1925, les physiciens Davisson et Germer étudiaient la diffusion des électrons par une cible polycristalline de nickel. Suite à une explosion, ils se sont rendus compte, en nettoyant la cible par chauffage prolongé, d'un changement. Lorsqu'ils dirigeaient le faisceau d'électrons vers la cible, ils obtenaient une figure de diffraction identique à celle que produisaient les rayons X, alors qu'on pensait que c'était impossible pour des particules. On remarque sur la figure suivante que les deux figures de diffraction sont presque identiques.



Diffraction d'un faisceau de rayons X et d'un faisceau d'électrons

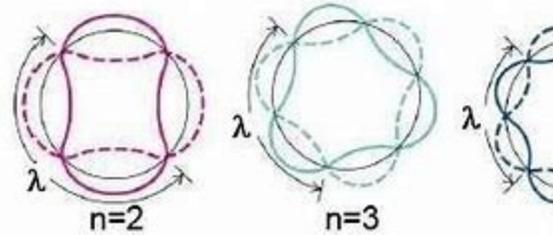
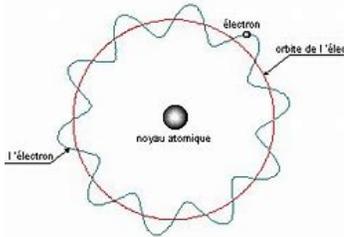
On se rendit compte un an plus tard que Davisson et Germer avaient vérifié l'hypothèse de Broglie et de son équation. **Les électrons avec des quantités de mouvement comparables à celles des quanta des rayons X sont diffractés comme s'ils étaient des ondes de la même longueur d'onde.** G.P.Thomson ( le fils de J.J.Thomson) confirma plus tard l'idée des ondes de matières et que les électrons se comportent comme des rayons X de même longueur d'onde. Ainsi, **J.J.Thomson a prouvé que les électrons étaient des particules tandis que G.P. Thomson a prouvé qu'ils étaient des ondes.**

## La relation de cette théorie avec le modèle de Bohr

La théorie de de Broglie d'onde-particule offrit une nouvelle interprétation de l'atome de Bohr. On se souvient de la quantification du moment cinétique angulaire telle que:

$mvr = \frac{nh}{2\pi} = L$ . Mais on sait désormais que  $mv = \frac{h}{\lambda}$ , on a donc  $n\lambda = 2\pi r$ .

Cela signifie que le périmètre de chaque orbite circulaire de Bohr ( $2\pi r$ ) équivaut exactement à un multiple entier de longueurs d'onde de l'électron ( $n\lambda$ ). Ainsi, les orbites sont donc des configurations d'ondes électroniques stationnaires. Chaque orbite de Bohr correspond à une configuration d'onde stationnaire pour l'électron.



Mouvement de l'électron autour de son orbite

Ondes de de Broglie stationnaires pour les états excités de l'hydrogène

### [Le principe de complémentarité](#)

Les chercheurs ont observé que les faisceaux de matières sont capables de donner les mêmes figures complexes de diffraction et d'interférence, mais c'était inexplicable. En effet, il est impossible d'observer ce phénomène sur les corps réels, même sur les grains de poussière, car la quantité de mouvement d'un objet macroscopique ordinaire en mouvement est si grande que  $\lambda$  est beaucoup trop petite pour être observée. Les entités microscopiques (électrons, protons, photons, atomes...) se propagent comme des ondes et échangent de l'énergie comme des particules: c'est la dualité onde-particule ! Mesurées seulement en un point, les entités sont capables d'être sous les deux formes mais jamais les deux en même temps, les deux se complètent. Cette notion a été introduite par Bohr en 1925 sous le nom de principe de complémentarité et on obtient :  $ET = p\lambda = h$ . E et p sont associées à la particule tandis que les grandeurs T et  $\lambda$  sont associées à l'onde: c'est ainsi que les deux modèles sont enfin réconciliés !

Pour résumer, Louis de Broglie soutient sa thèse du concept d'onde de matière en 1924, qui fut démontrée par les expériences de Davisson et Germer en 1927, puis par G.P.Thomson. Une copie fut envoyée à Einstein, qui valida cette hypothèse. En 1929, de Broglie reçut le prix Nobel pour cette idée que les particules sont des ondes, puis Davisson et G.P.Thomson en 1937. C'est à partir de ce moment que certains physiciens vont renoncer à une image claire des lois quantiques et vont créer ensemble la mécanique quantique. Pour conclure, les propriétés d'isolation électrique, de conduction

ou semi-conduction électrique, de fluorescence viennent toutes de la compréhension quantique du comportement des électrons dans les milieux solides.

## IX. L'équation de Schrödinger

Erwin Schrödinger, physicien autrichien, voulait trouver une équation d'onde linéaire pour les fonctions d'ondes de de Broglie. Sa célèbre équation est l'équation d'onde complexe suivante :

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V(\vec{r}, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Ici,  $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$  est une onde de propagation attachée à une particule matérielle de masse  $m$  et subissant des forces dérivant d'un potentiel  $V(\vec{r}, t)$ .

Nous allons démontrer d'où vient cette formule, en utilisant tout d'abord les connaissances de mécanique classiques, puis le raisonnement de de Broglie sur les ondes de matières, et enfin les idées de Schrödinger.

Une telle particule de masse  $m$  et subissant des forces dérivant d'un potentiel  $V(\vec{r}, t)$ , possède au cours d'un de ses mouvements une impulsion instantanée  $\vec{p} = m\vec{v}$  et une énergie mécanique  $E$ . Ces deux grandeurs sont liées par la relation

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}m \left( \frac{\vec{p}}{m} \right)^2 + V(\vec{r}, t) = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}, t)$$

Une onde monochromatique s'écrit en complexes sous la forme classique suivante

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{\Phi} = \Psi_0 e^{(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

où la phase est donnée par :  $\Phi := \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ , si  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde relié à la longueur d'onde par

$$k \times \lambda = 2\pi \Leftrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k},$$

Quant à la pulsation elle est liée aux périodes et fréquences par

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi\nu \Rightarrow \nu = \frac{\omega}{2\pi}.$$

La grande idée de Louis de Broglie fut de dire qu'à toute particule matérielle en mouvement devait être associée une onde de longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

se propageant dans la direction de la particule. Calculons la phase d'une telle onde monochromatique en tenant compte de la relation supplémentaire de Planck-Einstein :

$$E = h\nu$$

Pour la pulsation :

$$E = h\nu = h \frac{\omega}{2\pi} = \frac{h}{2\pi} \omega = \hbar\omega \Rightarrow \omega = \frac{E}{\hbar}.$$

Pour le vecteur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{h} p = \frac{p}{\hbar} \Rightarrow \vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar},$$

puisque l'onde se propage dans le même sens que le mouvement. Ainsi les ondes de Broglie associées à une particule en mouvement sont de la forme :

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 e^{\Phi} = \Psi_0 e^{\frac{(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}{\hbar}}.$$

Schrödinger va maintenant, à partir de cette fonction, s'inspirer de la plus célèbre

équation d'onde, l'équation d'onde de d'Alembert  $\frac{\sigma^2 \Psi}{\sigma x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\sigma^2 \Psi}{\sigma t^2} = 0$ .

Il calcule la dérivé par rapport au temps :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi_0 e^{\frac{(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}{\hbar}}}{\partial t} = \Psi_0 \times \frac{-E}{\hbar} \times e^{\frac{(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}{\hbar}} = \frac{-E}{\hbar} \times \Psi$$

Puis le laplacien :

En écrivant  $\vec{p} \cdot \vec{r} = p_x x + p_y y + p_z z$  on a aisément  $e^{\frac{(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)}{\hbar}} = e^{\frac{(p_x x + p_y y + p_z z - Et)}{\hbar}}$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{p_x}{\hbar} \Psi$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \left( \frac{p_x}{\hbar} \right)^2 \Psi$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{-p_x^2}{\hbar^2} \Psi$$

$$\Delta \Psi = \frac{-(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)}{\hbar^2} \Psi$$

$$\Delta \Psi = \frac{-p^2}{\hbar^2} \Psi$$

Il va modifier cette égalité avec le résultat de l'énergie précédent :

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = \frac{p^2}{2m} \Psi$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = [E - V(\vec{r}, t)] \Psi$$

Enfin pour éliminer l'énergie on reprend la dérivée par rapport au temps :

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V(\vec{r}, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Cette équation est trouvée grâce aux ondes de de Broglie, elles sont donc solutions. De plus, pour l'instant, elle n'est encore qu'une curiosité mathématique. Mais Schrodinger va la considérer comme générale, et va chercher d'autres solutions.

Pour commencer, il s'intéresse à l'atome d'hydrogène. Il pose alors le potentiel de l'électron dans cet atome :

$$V(\vec{r}, t) = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Il cherche les solutions stationnaires de la forme :

$$\Psi(\vec{r}, t) = Y(\vec{r})e^{-\frac{Et}{\hbar}}$$

Lorsqu'on remplace la fonction d'onde dans l'équation on trouve :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V(\vec{r}, t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta\left(Y(\vec{r})e^{-i\frac{Et}{\hbar}}\right) + V(\vec{r}, t)Y(\vec{r})e^{-i\frac{Et}{\hbar}} = i\hbar Y(\vec{r})\left(\frac{-iE}{\hbar}\right)e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m}(\Delta Y(\vec{r}))e^{-i\frac{Et}{\hbar}} + V(\vec{r}, t)Y(\vec{r})e^{-i\frac{Et}{\hbar}} = i\hbar Y(\vec{r})\left(\frac{-iE}{\hbar}\right)e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$$

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m}(\Delta Y(\vec{r})) + V(\vec{r}, t)Y(\vec{r})\right]e^{-i\frac{Et}{\hbar}} = EY(\vec{r})e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta Y(\vec{r}) + V(\vec{r}, t)Y(\vec{r}) = EY(\vec{r})$$

Ceci est l'équation de Schrodinger indépendante du temps. Ici c'est la fonction  $Y(\vec{r})$  ne dépendant que de l'espace est l'inconnue.

Schrodinger découvrit et démontra le théorème suivant : Dans le cas particulier de l'atome d'hydrogène les solutions stationnaires peuvent être classées en deux familles :

-Celles pour lesquelles  $E$  est de la forme :  $E = E_n := \frac{E_1}{n^2}$ , avec  $E_1 := -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \simeq -13.6eV$  et  $n \geq 1$  est un entier.

-Celles pour lesquelles  $E$  n'est pas du type précédent.

Lorsque  $E$  est du premier type, alors :

$$\int \int \int_{\mathbb{R}^3} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz = \int \int \int_{\mathbb{R}^3} |Y(\vec{r})|^2 dx dy dz$$

est convergente, contrairement au second type. David Hilbert généralisera ce résultat à tout type de potentiel.

Ce théorème permet, à partir d'une équation purement mathématique, de retrouver les quantifications de l'énergie découvertes par Bohr. De plus, Schrodinger découvre que les fonctions d'onde de l'hydrogène dépendaient de trois paramètres

$(n, l, m_l) \rightarrow \Psi(\vec{r}, t) = \Psi_{(n,l,m_l)}(\vec{r}, t)$ . Les intégrales spatiales du théorème convergent si et seulement si ces 3 paramètres sont entiers. La découverte des 3 nombres quantiques principaux provient de mathématiques théoriques.

C'est Max Born qui donna un sens physique à l'équation de Schrodinger.

A la même époque, Max Born avait un étudiant brillant, Werner Heisenberg, qui avait démontré qu'il était impossible de localiser avec précision la position d'une particule quantique, comme un électron. L'idée de Born fut la suivante :

Si  $\int \int \int_{\mathbb{R}^3} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz < +\infty$ , alors il est possible de normaliser  $\Psi$  telle que

$$\int \int \int_{\mathbb{R}^3} |\Psi^*(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz = 1.$$

Par exemple si l'intégrale vaut 5, alors on pose  $\Psi^* = \Psi/\sqrt{5}$  pour avoir :

$$\int \int \int_{\mathbb{R}^3} |\Psi^*(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz = \int \int \int_{\mathbb{R}^3} \left| \frac{\Psi(\vec{r}, t)}{\sqrt{5}} \right|^2 dx dy dz = 1$$

Dans ce cas, les solutions de l'équation de Schrodinger (normalisées) doivent être interprétées physiquement comme des densités de probabilité de présence.

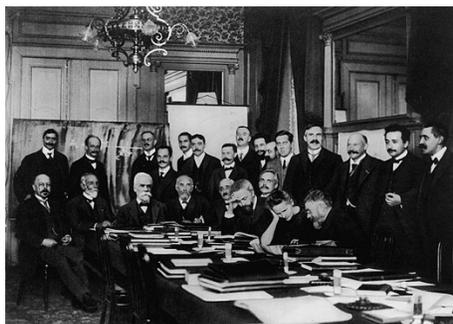
Si  $\Psi^*$  est la fonction d'onde normalisée d'une particule alors pour tout domaine  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$ , la probabilité que la particule soit à l'instant  $t$  dans  $\mathcal{D}$  sera donnée par :

$$P(\mathcal{D}) = \int \int \int_{\mathcal{D}} |\Psi^*(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz$$

L'équation de Schrodinger, tout d'abord simple curiosité mathématique, s'est révélée être un outil très puissant en mécanique quantique, et a amené la formule pour calculer les probabilités de présence, cette notion fondamentale comme quoi la réalité microscopique n'est pas fixée. En allant plus loin, le principe d'incertitude de Heisenberg démontre que la réalité n'est même pas entièrement mesurable.

## Conclusion

Lorsque, en 1900, Max Planck tenta de résoudre le problème du corps noir, un des problèmes majeurs de la fin du XIXe siècle, il donna naissance à la mécanique quantique, qui a pris durant le XXe siècle une ampleur inimaginable pour ses pères fondateurs. Cela a permis de remettre en question de nombreux concepts de la physique classique et d'apporter des réponses à des questionnements ancrés dans la révolution industrielle. Après avoir déconstruit certains pans de la physique classique, la mécanique quantique a permis de redéfinir des concepts comme le temps ou l'espace, mais nous avons décidé d'étudier plus particulièrement la matière et comment elle est composée. En effet, les travaux de nombreux physiciens de l'époque ont permis d'ouvrir la voie de l'actuelle physique des particules. A travers notre étude, nous avons pu expliquer et comprendre de nombreux concepts vus en chimie ou en physique durant les précédents semestres de STPI et nous espérons que vous aussi avez pu comprendre plus en détail la composition de la matière, mettant à mal l'opinion du physicien Richard Feynman qui disait: "Je peux me risquer à dire que personne ne comprend la mécanique quantique."



## Première conférence de Solvay en 1911

Ce projet physique du quatrième semestre fut une expérience formatrice et indispensable à notre cursus d'ingénieur. En effet, ce projet nous a appris beaucoup à la fois sur le plan de la mécanique quantique en elle-même et à la fois du travail d'équipe et de l'importance de la communication (notamment dans la situation du confinement) entre les membres du groupe pour s'assurer de la bonne avancée d'un même mouvement du projet. Cela nous a permis d'enfin utiliser nos connaissances en chimie et en physique, ce qui fut extrêmement bénéfique pour se rendre compte que la théorie a des applications bien utiles. Pour conclure, ce projet fut très bénéfique pour nous et nous a beaucoup apporté en autonomie et en confiance.

## Bibliographie

Magazine "Comprendre les sciences : Spécial - 50 concepts pour comprendre la physique quantique" - Juin 2018

Livre " Physique: 3. Ondes, optiques et physique moderne. Eugene Hecht: Brooks/Cole 1996, Editions De Boeck"

Livre "Mécanique quantique : Physique et mathématiques" Régis Bourdin / Pierre Hauzé, Collection Références sciences, Edition Ellipses 2016

Cours de chimie C1 de Gaëlle Morandi

Livre "Mécanique quantique : 1. Fondements et premières applications. Claude Aslangul, 2007, Editions De Boeck Université"

Vidéo Youtube "[Histoire des sciences] La découverte de l'électron", CEA Recherche

Vidéo Youtube "Exercice (Mouvement d'une particule chargée soumis à un champ uniforme)", Physique Chimie

Wikipédia, "Joseph John Thomson", "Jean Perrin", "Electron"

Vidéo Youtube, "3 noyaux particuliers \_ expérience historique de Rutherford", ProfScphy

Wikipédia, “Ernest Rutherford”, “Expérience de Rutherford”

Wikipédia, “Série de Balmer”

Vidéo Youtube “La Plus Belle Expérience de la Physique”, ScienceEtonnante

Wikipédia, “Double-slit experiment”

Cours d’optique ondulatoire dispensé à l’INSA de Rouen par David Honoré

<http://www.matierevolution.org/spip.php?article2188>

## Table des figures

Expérience des tubes de Crookes	6
Expérience de J.J.Thomson	7
La détermination de la nature des particules	8
Expérience de la feuille d’or	11
Les conséquences de l’expérience de la feuille d’or vers le modèle de Rutherford	12
Le modèle de Rutherford	12
Le modèle du corps noir	14
La loi du déplacement de Wien	16
Un filament chaud et les spectres qu’il émet	17
La couleur d’une flamme	17
La loi de Planck en fct de différentes températures et son lien avec la loi de Wien	18
Différence entre spectre continu et spectre discontinu	19
Les quatre raies d’émission de l’hydrogène	19
Spectre d’émission de l’hydrogène en fonction des niveaux d’énergie	21
Le modèle de Bohr	22
Le modèle de Bohr en fct des raies de l’hydrogène et des différents niveaux d’énergie	23
Principe de l’effet photoélectrique	25
Observation et montage pour l’étude de l’effet photoélectrique	26
Variations de l’intensité en fonction de la tension	27

Variations de la contre tension – $V_0$ en fonction de la fréquence	27
Représentation très schématique du gaz d'électrons dans un métal	28
Figure de diffraction avec une fente de Young	32
Figure de diffraction avec deux fentes de Young	33
Phénomène de diffraction	34
Schéma de l'expérience de Young avec l'onde incidente venant de gauche	35
Diffraction d'un faisceau de rayons X et d'un faisceau d'électrons	37
Mouvement de l'électron autour de son orbite	38
Ondes de de Broglie stationnaires pour les états excités de l'hydrogène	38
Première conférence de Solvay en 1911	45

## [Annexe: Frise chronologique](#)

# UNE BRÈVE CHRONOLOGIE DE LA MECANIQUE QUANTIQUE

