

Projet de Physique P6-3
STPI/P6-3/2009 – 007

SYSTEME DE POSITIONNEMENT LOCAL PAR ONDES ULTRA-SONORES



Etudiants :

Julie LOZACH

Khoa LE HAI

Ion BEJAN

Eugen CRACUIN

Ari LAIARINANDRASANA

Enseignant-responsable du projet :

David HONORE

Date de remise du rapport : 21/06/09

Référence du projet : STPI1/P6-3/2008 – 007

Intitulé du projet : S y s t è m e d e p o s i t i o n n e m e n t l o c a l p a r o n d e s u l t r a - s o n o r e s

Type de projet : *expérimental*

Objectifs du projet :

L'objectif de ce projet était d'améliorer le fonctionnement du système réalisé en 2008. Ce dernier permet de localiser un objet dans un espace donné grâce à l'utilisation d'ondes ultra-sonores. Ces ondes sont transmises à l'aide de plusieurs émetteurs et d'un récepteur. Pour cela, nous avons cherché des informations concernant un modèle semblable, le GPS (Global Positioning System). Ensuite il nous a fallu refaire le montage de l'année dernière afin de pouvoir l'améliorer et effectuer des comparaisons. Nous nous sommes également demandé d'où pouvaient provenir les erreurs d'imprécisions.

Numéro de cahier de laboratoire associé : A 3 0 2 2 8

Remerciements :

Nous tenons à remercier Monsieur Honoré pour les conseils qu'il nous a donnés durant ce semestre ainsi que les techniciens qui nous ont procuré le matériel.

<p>1. INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE ROUEN DÉPARTEMENT SCIENCES ET TECHNIQUES POUR L'INGÉNIEUR BP 8 –PLACE EMILE BLONDEL- 76131 MONT-SAINT-AIGNAN - TÉL : 33 2 35 52 83 00 - FAX : 33 2 35 52 83 69</p>

Table des matières

Introduction	5
1 Méthodologie, organisation du travail	6
2 Travail réalisé et résultats	7
2.1 Système de positionnement à l'aide de satellites	7
2.1.1 Historique et présentation du système	7
Le GNSS	7
Un exemple de GNSS : le GPS	8
2.1.2 Fonctionnement du GPS	9
Composition du système	9
Principe de fonctionnement	10
Triangulation	10
Mesure de distance	11
Positionnement des satellites	11
Signal GPS émis	13
2.1.3 Inconvénients du GPS	13
2.1.4 Systèmes d'augmentation de performance	14
Différents types d'amélioration	14
Exemple de comparaison entre la précision du GPS et celle du DGPS	15
2.2 Aspects mathématiques	17
2.2.1 Le repère cartésien	17
2.2.2 Implémentation Maple	17
2.3 Montage de base	18
2.3.1 Dispositif	18
2.3.2 Réglages électroniques	18
2.3.3 Résultats	19
2.4 Montage Amélioré	20
2.4.1 Modifications	20
2.4.2 Résultats	20
2.5 Les possibles sources d'erreurs	20
2.5.1 Facteurs physiques	20
2.5.2 Le matériel	21
2.5.3 Le mode d'acquisition	22
Conclusion et perspectives	23
Bibliographie	24
A Documentation technique	25
B Listings des programmes réalisés	27

Introduction

Nous allons présenter dans ce dossier «Le système de positionnement par ondes ultra-sonores».

Effectivement, le système de positionnement comme le GPS est utilisé de plus en plus souvent. Il peut avoir des utilisations militaires (pour le guidage des missiles) et civiles (pour les professionnels comme les topographes ou pour les particuliers comme les automobilistes et les randonneurs). C'est pourquoi il serait intéressant de comprendre son fonctionnement et d'essayer de l'appliquer.

Ainsi à partir de nos connaissances et du projet effectué précédemment, il a fallu approfondir le sujet durant le semestre. Notre but a donc été d'essayer de comprendre le fonctionnement du système puis d'améliorer le montage existant. Pour cela, nous avons dû aménager notre temps de travail en fonction de nos objectifs.

Dans ce dossier, nous allons donc tout d'abord traiter une partie concernant le système de positionnement utilisé dans le monde avec plus particulièrement le fonctionnement GPS, seul système réellement actif à ce jour.

Puis nous considérerons l'aspect mathématique du projet.

Enfin nous expliquerons le premier montage que nous avons réalisé, ensuite le second, qui se trouve être amélioré, pour terminer par un commentaire concernant les possibles sources d'erreurs.

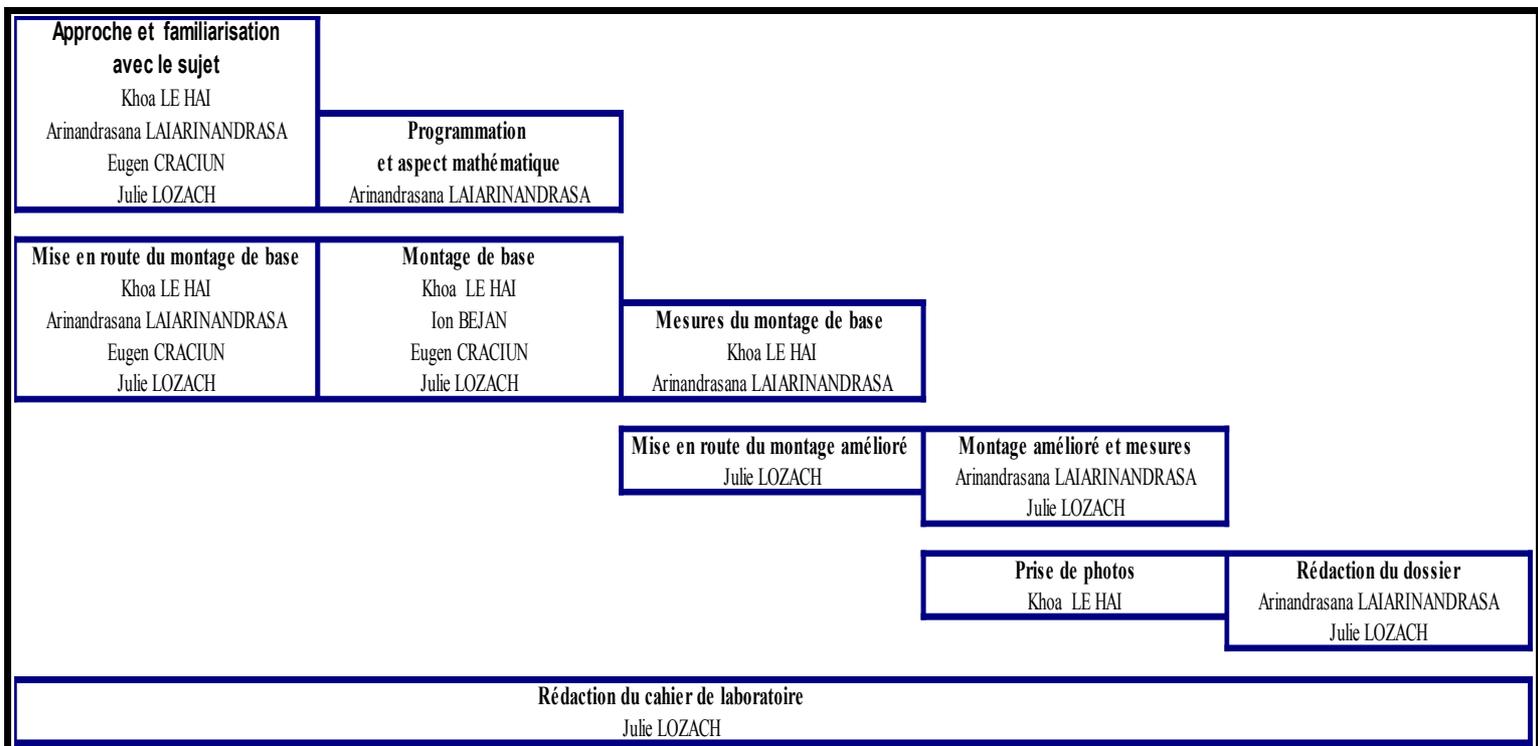
Chapitre 1

Méthodologie, organisation du travail

Durant la première séance, nous avons principalement découvert le sujet. Pour cela, nous avons lu le rapport réalisé l'année dernière. Cette lecture nous a permis de mieux comprendre le sujet et ainsi de mettre au point nos objectifs. Ces derniers étaient d'essayer d'augmenter le signal, d'améliorer la synchronisation et de réduire l'intervalle d'incertitude. Ensuite nous avons pris connaissance du cahier de laboratoire qui nous a permis de nous rendre compte des différentes étapes que le groupe précédent avait effectuées afin d'arriver au montage final que nous voulions réaliser.

De plus, la tenue du cahier de laboratoire par le groupe précédent nous a tout de suite permis de comprendre son importance. En effet, tout n'étant pas rédigé dans le dossier il a été plus facile pour nous de comprendre leurs méthodes de travail et leurs résultats. C'est pourquoi nous avons désigné dès le début une personne qui en aurait la charge. Ainsi on était sûr de ne rien oublier et de pouvoir suivre l'avancement du projet.

Par la suite, nous avons essayé de nous répartir le travail mais ce n'était pas évident du fait des nombreuses absences. Nous ne pouvions donc pas réellement prévoir la séance de la semaine suivante. Ce point a été un réel handicap pour la menée du projet. C'est aussi peut-être la raison pour laquelle nous avons passé beaucoup de temps sur le premier montage. Cependant nous avons essayé de séparer les tâches le mieux possible. Voici donc comment a été organisé le travail :



Chapitre 2

Travail réalisé et résultats

2.1 Système de positionnement à l'aide de satellites

2.1.1 Historique et présentation du système

Le GNSS

Le GNSS (Global Navigation Satellite System) est le terme utilisé pour les systèmes satellites de navigation qui fournissent un positionnement géo-spatial autonome d'envergure mondiale. Il permet aux récepteurs électroniques de déterminer leur position (longitude, latitude et altitude) à quelques mètres près. Il existe actuellement plusieurs systèmes pour remplir les fonctions du GNSS :

–le système militaire américain NAVSTAR-GPS (Navigation System Time and ranging - Global Positioning System) qui est le nom officiel du Global Positioning System (GPS) que proposent les États-Unis. C'est d'ailleurs le seul système entièrement fonctionnel en ce moment. Il est constitué d'environ 24 satellites en orbite autour de la terre dans six plans orbitaux différents. Ce système est opérationnel depuis 1978 et disponible depuis 1994. Le GPS est actuellement le système de navigation par satellite le plus utilisé. [6]



Illustration 2.1: Logo du système américain [8]

–le système soviétique GLONASS (Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) a été une constellation de navigation fonctionnelle mais qui est tombé en ruine depuis l'effondrement de l'Union Soviétique. Cela conduit à des lacunes dans la couverture et une disponibilité seulement partielle. La Fédération de Russie a promis de restaurer la disponibilité mondiale d'ici à 2010, avec l'aide de l'Inde, qui participe au projet de restauration.



Illustration 2.2: Logo du système soviétique

–le système chinois BEIDOU, aussi appelé Compass Navigation Satellite System, est un projet initié par la Chine pour s'affranchir de la dépendance du GPS. Le lancement des satellites composant ce système a commencé en l'an 2000 et devrait s'achever aux environs de 2010.

–le système européen GALILEO qui est en phase de déploiement.[5] En effet, l'Union européenne et l'Agence spatiale européenne ont accepté en mars 2002 de développer leur propre alternative au GPS appelé système de positionnement Galileo. Son coût est estimé à 3,2 milliards d'euros ce qui équivaut à la construction d'environ 150 kilomètres d'autoroutes. Le système sera opérationnel à partir de 2012 avec le lancement du premier satellite expérimental en 2005. Galileo devrait être compatible avec le système GPS modernisé. Les récepteurs seront en mesure de combiner les signaux des deux systèmes Galileo et GPS pour accroître la précision.



Illustration 2.3: Logo du système européen

–le système indien IRNSS (Indian Regional Navigational Satellite System) est une proposition de système de positionnement par satellites qui serait construit et contrôlé par le gouvernement Indien. Il fournirait la position absolue à une précision de 20 mètres à travers toute l'Inde et à une distance de 1500 à 2000 kilomètres des frontières. Ce système régional serait opérationnel aux horizons

2012.

Ces systèmes ont un potentiel très important car ils allient des qualités de couverture quasi-mondiale et quasi-permanente, de précision, de localisation, de nombre d'utilisateurs illimité et de coût très faible du service.

Un exemple de GNSS : le GPS

Le GPS (Global Positioning System) est un système de navigation par satellite issu d'un programme mis en place par le département américain de la défense en 1958, soit un an après le lancement du premier satellite. Ce programme a été conçu pour fournir aux forces armées américaines un système de repérage globale et de meilleure précision que ceux existant à l'époque comme le SATNAV. En effet, ce dernier n'avait pas la disponibilité et la sécurité requises pour leur exploitation opérationnelle dans les forces armées.

A partir de 1978 les premiers satellites GPS sont envoyés dans l'espace.

Puis en 1983, Ronald Reagan promet que la technologie GPS sera disponible gratuitement aux civils une fois qu'elle sera opérationnelle. Le système sera néanmoins dégradé par l'armée américaine en cas de besoin.

Les américains ont alors mis en place un moyen simple d'utilisation du GPS pour les civils tout en permettant à l'armée le contrôle optimale du concept. C'est ainsi que fut élaboré deux types de fonctionnement :

–le Precise Positioning System (PPS) : système réservé à l'armée américaine.

–le Standart positioning system (SPS) : système élaboré pour les civils qui peut dégrader, en fonction des tensions géopolitiques, la précision du GPS à 100 mètres dans 95% des mesures.

Par la suite une seconde série de satellites est lancée à partir de 1989 en vue d'en obtenir un nombre suffisant pour rendre le système GPS opérationnel en permanence sur l'ensemble de la planète dès 1995. En revanche la précision est limitée à une centaine de mètres pour l'usage civil.

En 2000, Bill Clinton confirme l'intérêt de la technologie à des fins civiles et autorise une diffusion non restreinte des signaux GPS. Cela signifie que le positionnement est donné à 10 mètres près dans 95% des cas.

Le succès scientifique et opérationnel du GPS est universel mais la tutelle du gouvernement des Etats-Unis rend le monde entier dépendant d'un seul état. Ainsi pour échapper à cette dépendance, les instances internationales évoquent l'idée d'un ou plusieurs GNSS.

2.1.2 Fonctionnement du GPS

Composition du système

Le système est formé de trois parties distinctes :

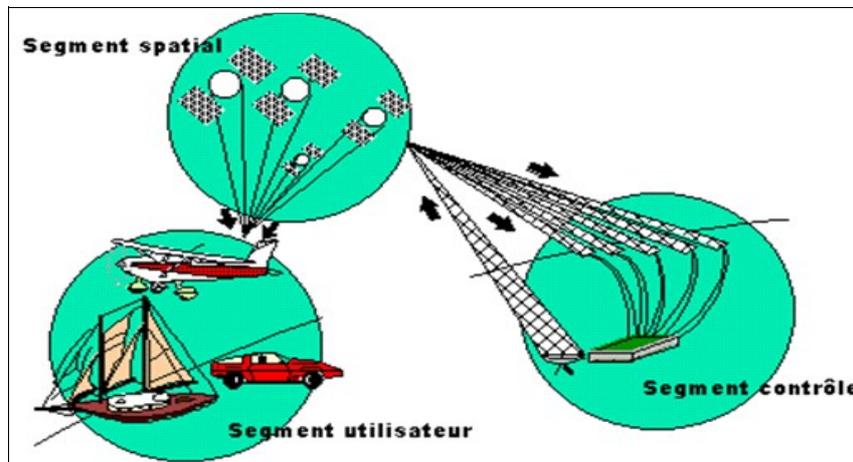


Illustration 2.4: Composition du système GPS

- Le segment spatial est constitué d'une constellation de 24 satellites répartis sur 6 plans orbitaux comme montré ci-dessous :

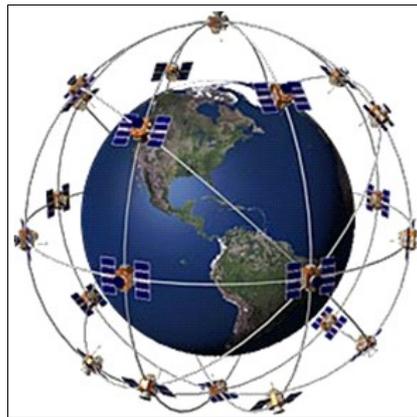


Illustration 2.5: Disposition des satellites autour de la Terre

Ces satellites évoluent à une altitude comprise entre 20 000 et 20 500 kilomètres. Ils mettent 11 heures 58 minutes et 02 secondes pour effectuer une rotation complète autour de la Terre. De plus, ils suivent une orbite quasi circulaire inclinée d'environ 55° par rapport à l'équateur. Cela permet de couvrir également les régions polaires. Chaque satellite transmet régulièrement des signaux horaires, la description de l'orbite suivie et diverses autres informations.

- Le segment contrôle permet de piloter, de surveiller le système et d'assurer la précision exigée par le GPS. Elle est composée de cinq stations américaines au sol et réparties dans le monde. Leur rôle est d'enregistrer tous les signaux émis par les satellites, de calculer leurs éphémérides et de traiter les informations. Tout ceci est envoyé à la station principale basée au Colorado afin de détecter les moindres dysfonctionnements des satellites et d'en assurer la maintenance.

- Le segment utilisateur regroupe tous les utilisateurs civils et militaires qui ne font que recevoir et exploiter les informations des satellites. Ce système ne peut pas être saturé puisque les récepteurs ne font que capter les ondes émises par les satellites. Ce qui implique que le nombre d'utilisateurs est illimité.

Principe de fonctionnement

Le GPS fonctionne grâce au calcul de la distance qui sépare un récepteur GPS et un certain nombre de satellites. En effet, puisque la position des 24 satellites est connue avec une très grande précision par le récepteur, celui-ci peut, grâce à la connaissance de la distance qui le sépare des satellites, connaître ses coordonnées. Ainsi le principe du positionnement GPS est très proche du principe de la triangulation mais il s'applique à un repère tridimensionnel. C'est pour cela que la constellation des satellites a été conçue de telle manière que partout sur Terre on puisse voir au moins quatre satellites à tous moments. A présent voici le principe de fonctionnement en lui-même.

Triangulation

Le principe consiste à mesurer le temps de propagation d'une onde dans l'espace entre un satellite et un récepteur. [6] La détermination d'un lieu géométrique est basée sur l'intersection de trois sphères dans l'espace. Chaque sphère est définie par son centre, correspondant à la position d'un satellite, et par son rayon qui est la distance entre le centre et le récepteur GPS de l'utilisateur. Ainsi la mesure correspond à une distance entre un satellite et un récepteur. Voici le procédé qui permet d'obtenir la position de l'utilisateur du GPS :

1. On considère la distance d séparant un satellite d'un récepteur GPS. Sachant que le satellite a une position précise et définie dans un espace à trois dimensions, l'ensemble des points possibles où pourrait se situer l'utilisateur du GPS est la sphère dont le centre est le satellite et le rayon la distance d .



Illustration 2.6: Première sphère

2. De la même manière on fait intervenir un deuxième satellite qui connaît la distance le séparant du récepteur GPS. L'intersection des deux sphères forme un cercle qui représente l'ensemble des positions que peut avoir le récepteur GPS.

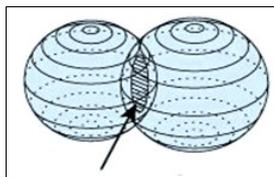


Illustration 2.7: Intersection de deux sphères

3. Mais la précision n'étant pas suffisante avec deux satellites, on en utilise un troisième. La démarche est identique. Deux points sont alors possibles. Cependant si l'utilisateur se situe à la surface de la Terre on a seulement un des deux points qui est cohérent. On peut alors en déduire sa position exacte en éliminant le point donnant un résultat incohérent.

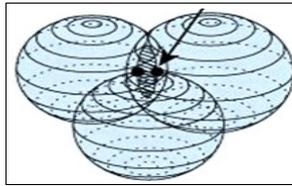


Illustration 2.8: Intersection de trois sphères

En théorie trois satellites suffisent pour connaître la position exacte d'un point sur Terre. Mais pour pouvoir calculer précisément le temps que met l'onde pour aller du satellite au récepteur, il faut que les horloges des satellites ainsi que des récepteurs soient synchronisées. Pour cela, il faut rajouter un quatrième satellite.

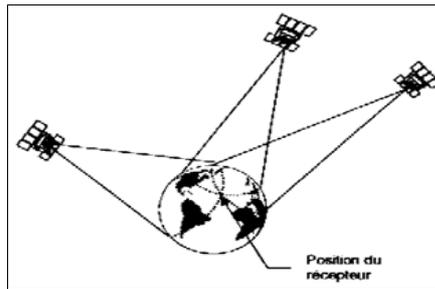


Illustration 2.9: Vision globale des satellites

Mesure de distance

Le principe est le suivant: le satellite envoie un signal vers le récepteur, celui-ci détermine le temps de transmission de ce signal et ainsi on peut déduire la distance le séparant du satellite suivant la formule : $d = c * t$ où d est la distance appelée aussi pseudo distance, c la célérité des ondes transmises proche de celle de la lumière c'est-à-dire 300 000 km/s et t le temps mis par l'onde pour arriver du satellite au récepteur.

Il reste donc à déterminer le temps de transmission du signal. Pour cela, les satellites et le récepteur génèrent un code pseudo-aléatoire identique. Quand le récepteur reçoit le code, il est capable de déterminer le retard dû au trajet parcouru. La mesure se fait en retardant le code du récepteur jusqu'à ce qu'il soit aligné sur le code du satellite. On trouve ainsi une différence de temps que nous pouvons multiplier par la vitesse de la lumière afin d'obtenir la distance cherchée.

Cette opération est effectuée simultanément avec l'ensemble des satellites visibles.

Positionnement des satellites

Tout cela semble donc être parfait et permet d'obtenir un positionnement exact. Cependant un autre détail est à régler : la position des satellites. Effectivement, pour calculer précisément la distance séparant un satellite du point à déterminer, il faut que ce dernier connaisse parfaitement sa position dans l'espace. C'est le rôle des stations de contrôle : le satellite envoie sa position théorique à la station de contrôle qui calcule alors l'erreur de position commise par ce dernier afin de lui renvoyer la valeur de cette erreur. Le satellite peut donc informer le récepteur de l'erreur qu'il doit prendre en compte dans ses calculs.

Pour le système GPS, une référence globale qui répond aux objectifs d'un système mondial de navigation a été mis en place. Elle s'appelle WGS84 (World Geodetic System 84) et elle est définie par un système géodésique et géocentrique de coordonnées cartésiennes (X,Y,Z).

Comme chaque pays possède sa propre référence géodésique et son système de projection, il

existe des transformations géométriques qui permettent de passer du système WGS84 à un système de cartographie national ou local. Certains récepteurs possèdent cette fonctionnalité, aussi faudra-t-il faire particulièrement attention lors de la programmation de ceux-ci.

Plus précisément, il existe un indicateur sur le positionnement des satellites le GDOP (Geometric Dilution Of Precision). En effet, la précision de la position obtenue dépend de la géométrie du système : si les satellites visibles se trouvent tous dans un cône d'observation de faible ouverture angulaire, la précision sera évidemment moins bonne que s'ils sont répartis régulièrement dans un large cône.

Le GDOP se décompose en réalité en trois indicateurs : VDOP, HDOP, et TDOP, qui traduisent respectivement la qualité du positionnement vertical c'est-à-dire l'altitude, horizontale et l'influence de la synchronisation des satellites sur la mesure.

Un bon coefficient GDOP, dans le sens où il indique une mesure plutôt fiable, est proche de 1. Plus la valeur du coefficient est élevée, moins la mesure est précise : 1 est donc la valeur optimale, une valeur comprise entre 2 et 3 est excellente, entre 5 et 6 la mesure est considérée comme bonne, au delà de 8 la mesure n'est plus considérée comme acceptable, la position des satellites étant trop défavorable.

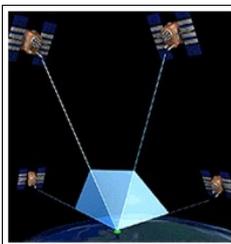


Illustration 2.10: Bonne disposition des satellites

A présent, voici un premier exemple :

Les satellites sont biens répartis dans le ciel c'est-à-dire qu'ils sont éloignés entre eux. Le facteur GDOP sera donc bon à savoir proche de 1.

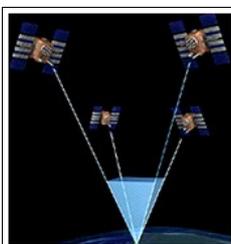


Illustration 2.11: Mauvaise disposition des satellites

Dans ce second cas :

Les satellites sont très proches. Ils sont donc mal répartis. La mesure est peu fiable et on obtiendra un GDOP élevé (supérieur à 8).

En y regardant de plus près, voici ce que peut impliquer un défaut de positionnement des satellites [7] :

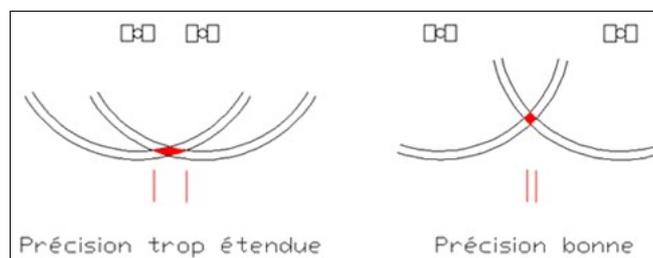


Illustration 2.12: Précision concernant les intersections des shères

Dans le second cas, le calcul sur l'intersection des sphères donnera un résultat de position plus précis que dans le premier cas.

En pratique il est donc utile pour le récepteur de calculer ce facteur. Dans le cas où un nombre suffisant de satellites sont visibles, le récepteur peut choisir de rajouter ou d'enlever des satellites pour la mesure en prenant la configuration où le facteur GDOP est le meilleur.

Signal GPS émis

Les satellites GPS émettent en permanence un signal complexe sur deux fréquences L1 (1575,42 MHz) et L2 (1227,60 MHz). Ce signal est pseudo-aléatoire et provient d'un algorithme mathématique constitué de données numériques et d'un ensemble de codes pseudo-aléatoires daté précisément grâce à l'horloge atomique des satellites. Il est tellement compliqué qu'il est peut probable qu'un signal parasite lui ressemble. Ainsi il devient insensible au bruit. De plus, il peut être codé de deux manières :

- Le code C/A (Coarse/Acquisition) qui consiste en une suite pseudo-aléatoire de 1023 bits répétés chaque milliseconde. Sa petite taille permet au récepteur de capter rapidement les informations des satellites qui possèdent chacun leur propre code pseudo-aléatoire. Ce code a été étudié pour minimiser les probabilités de confondre deux signaux différents. De plus, le signal est transmis seulement sur la fréquence L1 et il n'est pas crypté. Ce qui lui permet d'être accessible à tous les utilisateurs. [3]

- Le code P (Precise or Protected) est aussi un code pseudo-aléatoire. Il a une cadence de 10,23 MHz et une période de 267 jours. Chaque segment de 7 jours de ce code est unique à chaque satellite et recommence chaque dimanche soir à minuit (heure GPS). Le code P est normalement crypté dans un code Y afin d'éviter les imitations hostiles. Le code P ou Y est transmis par chaque satellite sur les fréquences L1 et L2. Sur la fréquence L1, le code P ou Y est déphasé de 90° en fonction du code C/A. Ce code n'est accessible qu'aux utilisateurs possédant des clés de décryptage comme l'armée américaine.

2.1.3 Inconvénients du GPS

Les erreurs du système GPS sont de deux ordres. [2]

Le premier type d'erreur est d'ordre volontaire. En effet, afin d'empêcher le déploiement opérationnel de récepteur GPS militaire ou civil non agréé par les Etats-Unis, ces derniers procèdent à une dégradation volontaire des signaux. Depuis le 1er mai 2000, cette dégradation a été supprimée mais elle pourrait être réactivée à tout moment.

Le second type d'erreur est dû aux incertitudes du système GPS. Voici la liste des principales sources d'erreurs :

- Erreur d'orbite : Les satellites peuvent dévier légèrement de leur orbite. Cette déviation provient principalement de la gravitation de la lune, du soleil et de la pression du rayonnement solaire. Elle est corrigée en continu par le département de la défense américaine mais malgré cela il se peut que de faibles erreurs subsistent.

- Erreur d'horloge au satellite : Une horloge satellite a une grande précision puisqu'elle est de l'ordre de quelques nanosecondes. Mais malgré cela elle se décale dans le temps. A titre de comparaison, deux horloges atomiques s'écartent l'une de l'autre d'un milliardième de seconde en un jour.

- Erreur d'horloge au récepteur : Elle dépend de la qualité de l'oscillateur.

- Erreur due à la distance entre les satellites : La distance entre les satellites joue aussi un rôle. Plus ceux-ci sont éloignés, plus la mesure sera précise. Le récepteur devra donc choisir les bons satellites pour effectuer des mesures précises.

- Erreur concernant la relativité : La relativité restreinte et la relativité générale interviennent de façon fondamentale. La première implique que le temps ne s'écoule pas de la même façon dans le référentiel du satellite parce que celui-ci possède une grande vitesse par rapport au référentiel du récepteur. La seconde explique que la plus faible gravité au niveau des satellites engendre un écoulement du temps plus rapide que celui du récepteur. Le système tient compte de ces deux effets relativistes dans la synchronisation des horloges.

La plupart des récepteurs sont capables d'affiner leurs calculs en utilisant plus de quatre satellites, tout en ôtant les sources qui semblent peu fiables ou trop proches l'une de l'autre. Ils fournissent ainsi une mesure correcte.

De plus, le GPS n'est pas utilisable dans toutes les situations. En effet, le signal émis par les satellites NAVSTAR étant assez faible, la traversée des couches de l'atmosphère est un facteur qui perturbe la précision de la localisation car comme l'onde traverse diverses couches atmosphériques, elle sera obligatoirement déviée. Elle parcourra donc un trajet un peu plus long. De même, une onde peut être réfléchi sur différents objets comme les feuilles des arbres qui peuvent absorber le signal et rendre la localisation hasardeuse ou l'effet canyon qui est particulièrement présent en milieu urbain et qui consiste en l'occultation d'un satellite par le relief d'un bâtiment par exemple. Ces divers éléments peuvent amener à une localisation fautive. C'est ce que l'on appelle un problème de trajet multiple. Les récepteurs actuels suppriment alors directement le signal réfléchi au moyen d'un algorithme.

2.1.4 Systèmes d'augmentation de performance

Différents types d'amélioration

Devant les performances variables des systèmes GPS traditionnels et les dégradations introduites par le département de défense des Etats-Unis, les constructeurs de matériels ont cherché une solution pour améliorer la précision.

Ainsi à présent, les systèmes satellitaires existants (GPS & GLONASS) peuvent être complétés par des systèmes dits d'augmentation ou d'overlay qui délivrent en temps réel des corrections permettant d'accroître la précision ainsi que des informations permettant de garantir l'intégrité de ces corrections. Le principe de ces systèmes est qu'une ou plusieurs stations au sol mesurent en permanence l'erreur et transmettent un signal de correction aux utilisateurs.

Il existe de nombreux systèmes différents selon les corrections fournies au récepteur. Certains systèmes transmettent des informations sur les sources d'erreur (écarts d'horloge, éphémérides, retards ionosphériques), d'autres fournissent l'écart constaté total (différentiel), d'autres ajoutent des informations issues du véhicule lui-même (vitesse, altitude..).

Ainsi, des systèmes complémentaires d'amélioration de la précision ont été développés. On classe généralement ces systèmes en trois catégories selon la manière dont la correction est calculée et transmise :

–Augmentation basée sur des satellites : SBAS (*Satellite-Based Augmentation System*) tels que WAAS (*Wide Area Augmentation System*) pour les Etats-Unis, MSAS (*Multi-functional Satellite Augmentation System*) pour le Japon et EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*)

pour l'Europe qui est un réseau de quarante stations au sol couplé à des satellites géostationnaires. Ce dernier améliore la fiabilité et la précision des données du GPS et corrige certaines erreurs. Il complète les systèmes GPS et GLONASS.

–Augmentation basée sur des systèmes sol : GBAS (*Ground-Based Augmentation system*) tels que les pseudolites (pseudo-satellites au sol) ou le DGPS (differential GPS). Le GPS différentiel permet un positionnement en temps réel en utilisant des corrections qui permettent d'affiner le calcul et d'obtenir une plus grande précision.

- Augmentation basée sur des systèmes à bord (pour les avions) : ABAS (*Aircraft Based Augmentation System*) telles les centrales à inertie.

Ces systèmes permettent d'obtenir une précision allant jusqu'au centimètre. Pour la navigation aérienne, le concept GNSS (Global Navigation Satellite System) de l'OACI (Organisation de l'aviation civile internationale) demande que l'intégrité des systèmes de navigation par satellite soit surveillée et qu'une alerte soit émise à bord en cas de perte de l'intégrité nécessaire.

Exemple de comparaison entre la précision du GPS et celle du DGPS

Voici deux tableaux montrant les types d'erreur que peuvent commettre chacun des deux systèmes étudiés [4] :

- Pour le GPS :

Cause	Erreur (en mètres)
Horloge atomique	1,5 m
Position satellite	2 m
Traversé ionosphère	5 m
Traversé troposphère	0,5 m
Précision du récepteur	0,3 m
Réflexion parasites	0,6 m
Sélective Availability (SA)	30 m
TOTAL	40,4

Tableau 2.1: Erreurs commises par le GPS

- Pour le DGPS :

Expliquons tout d'abord comment réaliser les mesures. Il faut utiliser deux récepteurs GPS en combinaison et observer les mêmes satellites en même temps. Le premier récepteur, R1, est placé sur un point connu en coordonnée d'un réseau géodésique. Le second récepteur, R2, est sur un point inconnu à déterminer. Les deux GPS sont alors équipés de modules de transmissions radio

pour communiquer entre eux.

R1 compare les coordonnées qu'il reçoit des satellites et celle qu'un utilisateur lui a fournit au départ et qui correspondent au point connu où il se situe. Il en déduit des écarts qui sont en fait des corrections à appliquer pour être rattaché au réseau géodésique. Il les transmet à R2 qui reçoit ses propres coordonnées et comme il s'agit des mêmes satellites observés au même moment, R2 va appliquer ces écarts à ses coordonnées. Ce point est alors rattaché au réseau géodésique et sa position est connue au centimètre près.

Voici le type d'erreur qui peut être commis :

Cause	Erreur (en mètres)
Horloge atomique	0 m
Position satellite	0 m
Traversé ionosphère	0,4 m
Traversé troposphère	0,2 m
Précision du récepteur	0,3 m
Réflexion parasites	0,6 m
Sélective Availability (SA)	0 m
TOTAL	1,5 m

Tableau 2.2: Erreurs commises par le DGPS

On arrive ainsi aux courbes suivantes qui représentent les mesures qui ont été faites toutes les 10 secondes pendant une nuit entière en un point fixe. [1]

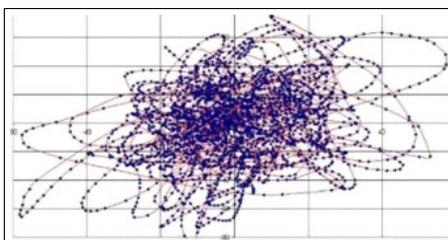


Illustration 2.13: Mesures prises par le GPS

La première courbe correspond à des mesures GPS. Elles présentent une erreur qui peut atteindre 80 mètres.

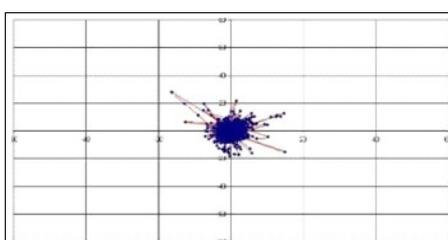


Illustration 2.14: Mesures en mode différentiel

La deuxième courbe correspond à des mesures en mode différentiel en envoyant les corrections toutes les 20 secondes. Les erreurs de mesure sont alors pratiquement toutes inférieures à 10 mètres.

2.2 Aspects mathématiques

2.2.1 Le repère cartésien

Pour pouvoir représenter un point dans l'espace, un grand nombre de repères est possible. Pour des raisons de commodités, c'est le repère cartésien qui a été choisi. Il y a deux raisons à ce choix. En effet c'est un repère facile à construire, il faut juste les trois axes perpendiculaires Ox, Oy et Oz. Les limites du cube sont mises en place avec un émetteur au bout de chaque axe, et un à l'origine du repère. Pour cela, l'utilisation de bancs optiques gradués a été choisi. Ces derniers ont été liés par leur base. D'autre part, les équations de position sont beaucoup plus simples à traiter dans cette base. De ce fait, cela permet de réduire le nombre d'erreurs. On obtient donc trois équations :

$$\begin{aligned}x &= \frac{a^2 - r_2^2 + r_1^2}{2a} \\y &= \frac{a^2 - r_3^2 + r_1^2}{2a} \\z &= \frac{a^2 - r_4^2 + r_1^2}{2a}\end{aligned}$$

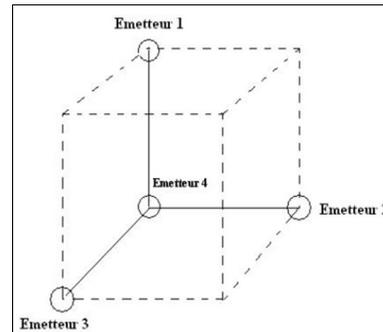


Illustration 2.15: Cube délimitant le volume de l'expérience

Les valeurs « r1, r2, r3 et r4 » correspondent aux rayons des différentes sphères formées par les émetteurs et le récepteur. Autrement dit, ce sont les quatre distances émetteurs-récepteurs. La valeur « a » n'est autre que la distance entre l'émetteur concerné et l'origine du repère. Pour nous « a » est constant.

2.2.2 Implémentation Maple

Lors des manipulations, on a récupéré le temps mis par les ondes ultrasonores pour aller des différents émetteurs au récepteur. Le but principal du programme conçu par nos prédécesseurs est donc de traiter les données expérimentales pour pouvoir les visualiser, les rendre concrètes. En effet, il a été conçu pour pouvoir représenter graphiquement la position du récepteur sur l'écran de l'ordinateur. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle le logiciel Maple a été choisi. Effectivement, grâce à sa librairie Geom3D, il a la faculté de pouvoir tracer des graphiques en trois dimensions. Une fois les représentations faites, on a donc un moyen d'évaluer les résultats en comparant le schéma que l'on a à l'écran à la position réelle du récepteur.

L'utilisation de la procédure Maple est très simple. On rentre dans la procédure principale la vitesse du son dans l'air à des conditions de température et de pression normales ainsi que les différents temps relevés (t1, t2, t3 et t4).

Dans un premier temps, le programme calcule les distances r1, r2, r3 et r4. Ensuite, grâce à ces valeurs, il estime successivement la position du récepteur par rapport à chaque émetteur. On obtient alors quatre points. Ces derniers forment alors un tétraèdre, volume dans lequel l'objet à la plus forte probabilité de présence. Finalement, l'implémentation trace un graphique représentant ce volume et donne les coordonnées du centre de gravité de ce tétraèdre. On peut donc estimer la précision des résultats.

2.3 Montage de base

2.3.1 Dispositif

Lors de l'expérience, l'un des facteurs fondamentaux à respecter pour que les mesures soient propres est l'alignement de la source et du récepteur. Pour cela, il a fallu concevoir un système nous permettant d'effectuer toutes les rotations possibles de l'émetteur et du récepteur.

Pour pouvoir immobiliser les émetteurs sur les axes, nous avons utilisé des tiges de bois, du scotch ainsi que le matériel permettant de fixer des lentilles sur les bancs optiques.

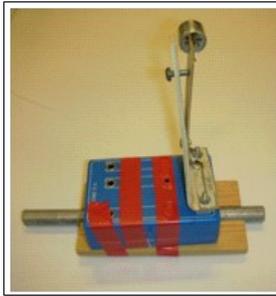


Illustration 2.16: Emetteur

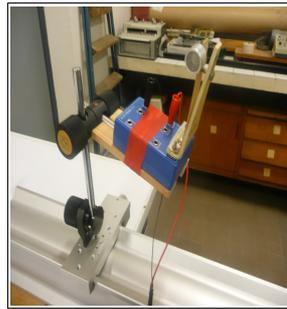


Illustration 2.17: Installation du dispositif de l'émetteur

Pour le récepteur, nous avons simplement utilisé un pied d'appareil photo.

Ce dispositif a permis de changer la direction du récepteur tout en le gardant à la même hauteur.

2.3.2 Réglages électroniques

Dans un premier temps, nous avons fait l'expérience sans amplifier le signal reçu par le récepteur. Ci-dessous le montage électronique utilisé pour cette première manipulation.

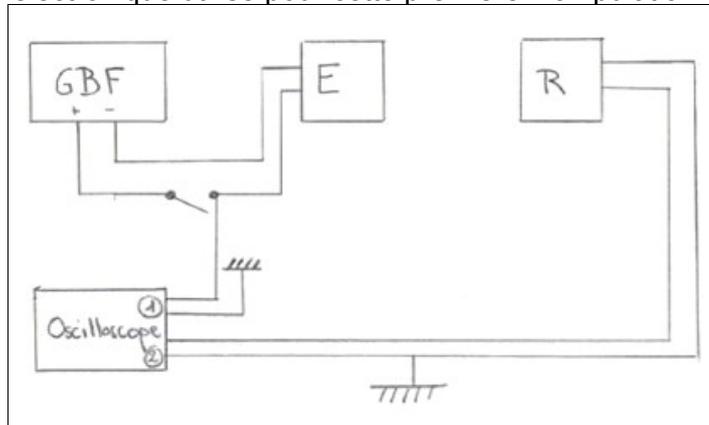


Schéma 2.1: Montage de base

Nous avons réglé le Générateur-Basse-Fréquence de manière à créer un signal sinusoïdal de fréquence 40kHz et d'amplitude maximale. En effet pour créer le système de positionnement, nous étions munis d'une source et d'un récepteur dont la fréquence de résonance est définie à 40 kHz. La fréquence que l'on a relevé lors de l'expérience a été de 39,4 kHz. L'erreur étant d'approximativement 1%, dans le cadre pratique, elle est largement négligeable.

On aurait pu utiliser un signal carré, cependant, ce choix aurait sûrement inséré plus d'instabilité dans le système à cause des brusques changements d'état. De plus, ce choix est plus naturel car la notion d'onde correspond plus à un signal sinusoïdal qu'à un signal carré.

L'acquisition des données est faite grâce à l'oscilloscope. Pour ce faire, nous avons utilisé la fonction d'acquisition de l'oscilloscope à mémoire. Pour pouvoir faire cette opération, il y a différentes

étapes à effectuer.

Avant tout, il fallait vérifier le fonctionnement des émetteurs et du récepteur. Pour cela rien de bien compliqué, une fois que le montage est fait et le générateur réglé, il suffit d'allumer l'oscilloscope et d'appuyer sur le bouton «Autoset». A l'écran doivent apparaître deux signaux sinusoïdaux, en CH1 celle de la source, et en CH2 celle du récepteur. Une fois que cela est vérifié, on peut passer à l'acquisition proprement dite en commençant par effectuer les réglages nécessaires. En effet, il faut d'abord adopter une base de temps adéquate, puis choisir l'émetteur comme source. Ensuite on sélectionne à quel endroit sur l'écran le début de l'acquisition apparaîtra en dirigeant le curseur grâce au bouton «position». Une fois que cela est fait, on ouvre l'interrupteur, on presse la touche «Single/Seq», et l'acquisition est lancée. Lorsque l'on effectue cette dernière action, on génère la création d'une bouffée d'onde par la source. Sur l'écran, on lit directement grâce au curseur le temps mis par l'onde pour aller de l'émetteur au récepteur.

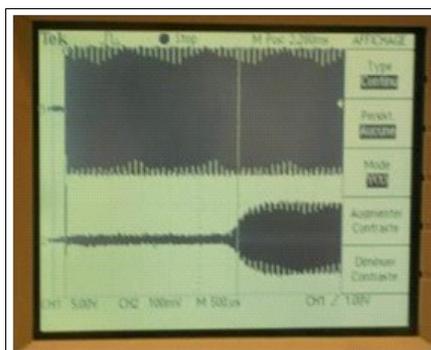


Illustration 2.18: Visualisation d'un signal prélevé sur l'oscilloscope

On effectue ces opérations sur chaque émetteur en les alignant bien au récepteur et en faisant surtout bien attention de ne pas faire bouger son support.

2.3.3 Résultats

Une fois que les temps sont relevés pour chaque émetteur, on les rentre dans l'implémentation Maple. Pour la première expérience, voici le résultat obtenu.

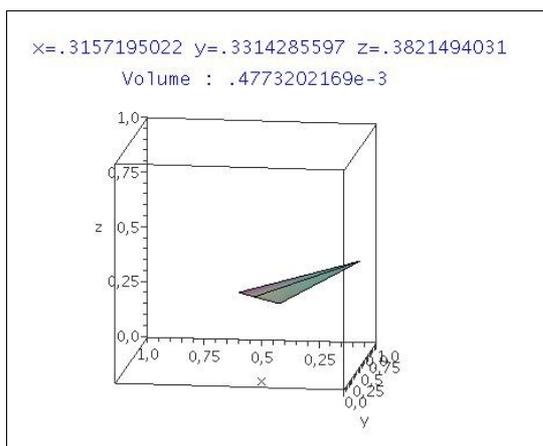


Illustration 2.19: Réponse donnée par le programme

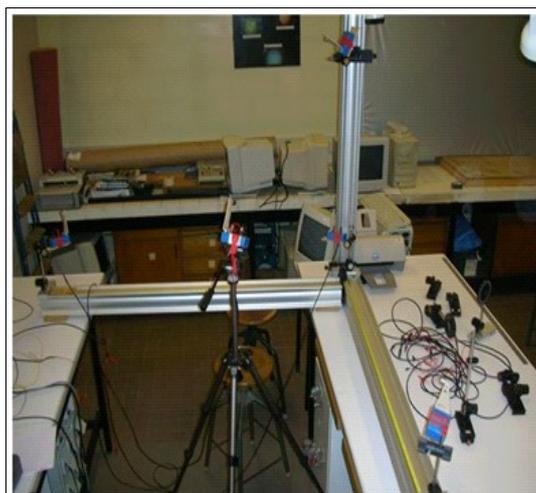


Illustration 2.20: Disposition du montage

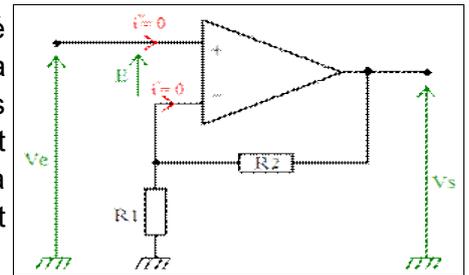
D'après les calculs, l'objet se situe dans le tétraèdre de volume 480cm^3 . C'est le lieu dans lequel il a la plus forte probabilité de présence. Les données x, y et z ne sont autres que les coordonnées du barycentre de ce volume.

2.4 Montage Amélioré

2.4.1 Modifications

Après avoir fait la première expérience, nous avons essayé d'obtenir des résultats plus précis. En effet plus la distance entre la source et le récepteur est élevée, plus le signal reçu est faible. Nous avons donc pensé que l'amplification de ce dernier nous permettrait de diminuer l'erreur et donc d'avoir des résultats plus proches de la réalité. Pour effectuer cette opération, nous avons simplement rajouté au premier montage un amplificateur non inverseur.

Schéma 2.2: Montage amplificateur non inverseur



La tension obtenue en sortie avec celui-ci est :

$$V_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_e$$

2.4.2 Résultats

Pour effectuer cette seconde expérience, nous avons laissé les émetteurs et le récepteur à la même position que lors de la première manipulation. L'acquisition des données est faite comme pour la première expérience et ainsi on obtient les données suivantes :

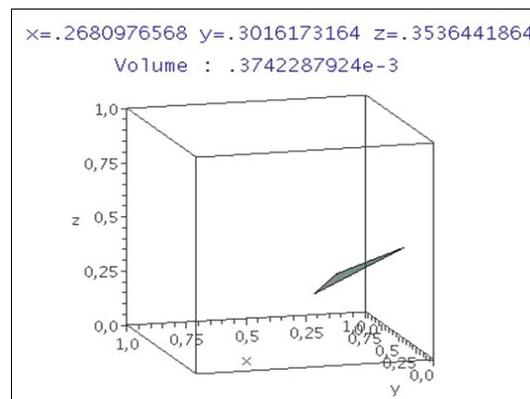


Illustration 2.21: Réponse donnée par le programme pour le second montage

Cette fois-ci le volume observé est de 374cm^3 . Ce qui représente 0.37% du volume total. Lors de la première manipulation, ce volume était de 0.48%. L'ajout du composant amplificateur a donc permis une légère amélioration quant à la précision du résultat.

2.5 Les possibles sources d'erreurs

Lorsque l'on travaille en expérimental, il y a un grand nombre de facteurs auxquels on ne pense pas sur papier qui génèrent des imprécisions.

2.5.1 Facteurs physiques

En voyant autant de disparité dans les résultats, nous nous sommes alors demandés si cela ne provenait pas tout simplement des conditions physiques dans lesquelles l'expérience a été faite. En effet, l'onde sonore est produite par la vibration mécanique d'un support fluide ou solide. Dans le milieu compressible qui est l'air, l'onde sonore se propage sous forme d'une variation de pression créée par l'émetteur. Les particules de l'air vibrent et entrent en collisions les unes avec les autres en gardant une position moyenne constante. De ce fait, la propagation de l'onde sonore dépend des propriétés mécaniques du support qu'elle traverse, ici la pression et la température de la pièce. La

vitesse du son dans un gaz parfait est fonction du coefficient isentropique γ (gamma), de la masse volumique ρ ainsi que de la pression P du gaz, et se calcule ainsi [9]:

$$c_{\text{gaz}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P}{\rho}}$$

– γ Coefficient isentropique.

– P Pression du gaz

– ρ Masse volumique du gaz

Des séries d'expériences ont montré la relation suivante :

$$c_{\text{air}} = (331,5 + 0,6 \cdot \theta) \text{ m/s}$$

Avec ces formules on peut obtenir le tableau suivant:

Température de l'air (°C)	Célérité (m/s)
20	343.5
25	346.5

Tableau 2.3: Comparaison entre la température et la célérité

On a donc une vitesse qui diffère de 3 m/s. Cependant, il s'avère qu'à l'échelle à laquelle on a travaillé, cette différence de vitesse influe très peu sur les résultats. D'autant plus que les écarts de température n'excéderont, à priori, jamais les 5 degrés Celsius comme pris dans l'exemple.

Les conditions de température et de pression ne sont donc pas explicatives des différences de mesure.

2.5.2 Le matériel

Lors de la réalisation des montages, il est souvent arrivé que pour joindre deux composants, on n'a pas eu d'autre solution que de joindre bout à bout plusieurs fils. Il s'avère en fait que ce genre de constructions est la cause de la génération de bruits importants. En effet, la superposition de fils entraîne la création de champs magnétiques. Cela peut faire un «effet antenne» et par conséquent générer des parasites. De ce fait la précision de la lecture des temps peut-être altérée. Pendant les premières séances, nous avons aussi eu ce problème avec les émetteurs et les récepteurs qui devaient être éloignés du GBF et de l'oscilloscope. Cependant pour ces deux éléments clés, on nous a fourni des câbles spéciaux appelés câbles coaxiaux.

L'autre composant nous ayant posé beaucoup de problèmes est le premier interrupteur que l'on a utilisé.

Pour le lier au circuit, il nous a fallu ajouter des pinces crocodiles. C'est surtout au niveau pratique que ce composant s'est avéré être gênant. En effet la connexion avec les pinces n'était pas très stable et par conséquent, le signal reçu pas toujours distinct. On a alors perdu beaucoup de temps en répétant plusieurs fois la même opération pour avoir des résultats lisibles. Par la suite, on a eu un interrupteur fixé sur une plaque, ce qui a considérablement facilité notre travail.



Illustration 2.22: Interrupteur utilisé

2.5.3 Le mode d'acquisition

Les imprécisions des résultats sont aussi sûrement dues à la manière dont on a lu les temps.

En effet, pour lire sur l'oscilloscope le déphasage entre le moment où le signal est généré par la source et le moment où il est reçu, nous avons utilisé les curseurs. Cette lecture à l'œil nu est probablement loin d'être précise car on ne voit pas toujours sur l'écran le point exact où le signal est reçu.

De ce fait, en effectuant plusieurs mesures successives avec la même distance entre l'émetteur et le récepteur, on voyait des différences de 0,2 ms. Prenons un exemple : si on relève 2,11 ms et juste après 2,31. Considérons la célérité théorique du son dans l'air de 340 m/s. On trouve pour le premier temps une distance de 71,8 cm contre 79.9 cm, soit 8 cm d'écart.

Pour réduire cette imprécision, il existe une solution qui serait de prendre plusieurs mesures et d'en faire la moyenne. Cette dernière serait alors utilisée à la place d'une mesure simple. Plus le nombre de mesures est élevé, plus la précision l'est. Cependant cela s'avère assez laborieux sachant qu'il y a quatre émetteurs.

Conclusion et perspectives

Bilan

Par rapport aux objectifs de départ, nous avons réussi à comprendre le système créé par nos prédécesseurs et à le reproduire en obtenant des résultats tout aussi satisfaisants. En revanche, il est vrai que nous ne sommes pas parvenus à améliorer le dispositif mis en place. En effet, nous avons mis beaucoup de temps à reproduire l'expérience, notamment le premier montage. Ceci est due notamment à de nombreuses absences. Les personnes qui étaient présentes ont été obligées d'accomplir la tâche des autres. D'autre part, le matériel que l'on avait au départ peut peut-être expliquer le retard. C'est le cas par exemple du premier interrupteur qui nous forçait souvent à reprendre plusieurs fois la même mesure.

En conclusion, nous pouvons dire que ce projet nous a apporté beaucoup. En effet, maintenant nous en savons davantage sur un système utilisé de plus en plus de nos jours : le système de positionnement par ondes ultra-sonores.

De plus, le fait d'avoir essayer de réaliser les montages à partir du modèle de celui de l'année dernière nous a permis d'approfondir nos connaissances sur le réglage de l'oscilloscope et du GBF.

Nous pouvons aussi ajouter que ce projet a été différent par rapport à ceux que nous avons pu réaliser le semestre dernier principalement au niveau de l'organisation. Effectivement, nous devons essayer de faire nos propres montages. Ce qui était nouveau pour nous car nous avons toujours eu le schéma du montage à réaliser durant nos séance de TP.

Les améliorations à apporter

Si nous devons continuer ce projet il faudrait essayer de trouver un moyen d'effectuer des mesures encore plus précises, peut-être en utilisant une méthode du type DGPS c'est-à-dire un système de positionnement différentiel. Ainsi il serait plus facile de vérifier s'il y a des erreurs de mesures.

De plus, il serait intéressant de rendre le travail d'acquisition plus rapide et plus simple. Pour cela, commencer entre autre par rendre le programme Maple plus compréhensible, et modifiable ainsi que d'essayer de lier chaque émetteur à un oscilloscope différent en utilisant le NE555.

Bibliographie

- [1] <http://www.geocities.com/gps4tpe/index.html> (valide à la date du 31/05/2009)
- [2] <http://www.lb.refer.org/sammuneh/sommaire.htm> (valide à la date du 30/05/2009)
- [3] http://fr.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System (valide à la date du 16/02/2009)
- [4] <http://geolabs.ifrance.com/geolabs/lesgps.htm> (valide à la date du 05/06/2009)
- [5] <http://www.canalacademie.com/L-avenir-des-systemes-de.html> (valide à la date du 05/05/2009)
- [6] <http://villemin.gerard.free.fr/Multimed/GPSfonct.htm> (valide à la date du 05/06/2009)
- [7] http://www.futura-sciences.com/fr/doc/t/physique/d/topographie-decouvrir-le-fonctionnement-du-gps_504/c3/221/p6/ (valide à la date du 16/02/2009)
- [8] http://www.spaceandtech.com/spacedata/constellations/navstar-gps_consum.shtml (valide à la date du 04/06/2009)
- [9] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Son_\(physique\)](http://fr.wikipedia.org/wiki/Son_(physique)) valide à la date du (16/02/2009)
- [10] http://www.audiocontact.fr/guides_fiches/propagation_des_ondes_sonores_part1.pdf (valide à la date du 16/02/2009)
- [11] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Directivit%C3%A9> (valide à la date du 16/02/2009)
- [12] http://fr.wikipedia.org/wiki/Onde#C.C3.A9l.C3.A9rit.C3.A9_d.27une_ode.2C_fr.C3.A9quence (valide à la date du 16/02/2009)
- [13] <http://www.epsic.ch/cours/electronique/techn99/acous/aqprotxt.html> (valide à la date du 10/06/2009)
- [14] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Compressibilit%C3%A9> (valide à la date du 11/06/2009)

Annexe A

Documentation technique

Equations de position

La distance r entre l'émetteur et le récepteur dans un espace à trois dimensions est donnée par la relation suivante :

$$r_1 = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

- Soit (O) l'émetteur situé à l'origine du repère,
- Soit (X) l'émetteur situé sur l'axe Ox,
- Soit (Y) l'émetteur situé sur l'axe Oy,
- Soit (Z) l'émetteur situé sur l'axe Oz.

En appliquant la formule précédente et en prenant en compte le fait que (X), (Y) et (Z) sont décalés par rapport à l'origine du repère de «a», on obtient :

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + z^2 - r_1^2 &= 0(O) \\(x - a)^2 + y^2 + z^2 - r_2^2 &= 0(X) \\x^2 + (y - a)^2 + z^2 - r_3^2 &= 0(Y) \\x^2 + y^2 + (z - a)^2 - r_4^2 &= 0(Z)\end{aligned}$$

On peut réduire cela en un système de trois équations :

$$\begin{aligned}-2ax + a^2 - r_2^2 + r_1^2 &= 0 \\-2ay + a^2 - r_3^2 + r_1^2 &= 0 \\-2az + a^2 - r_4^2 + r_1^2 &= 0\end{aligned}$$

Finalement on obtient les équations de position :

$$\begin{aligned}x &= \frac{a^2 - r_2^2 + r_1^2}{2a} \\y &= \frac{a^2 - r_3^2 + r_1^2}{2a} \\z &= \frac{a^2 - r_4^2 + r_1^2}{2a}\end{aligned}$$

Propagation du son dans l'air

La célérité de l'onde sonore dans un gaz parfait est donnée par la relation suivante :

$$c_{\text{gaz}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho}}$$

- L'air étant un gaz parfait on a : $PV=nRT$

On peut alors exprimer la célérité du son avec le coefficient adiabatique, de la constante spécifique du gaz R_s et de la température T en K.

$$c_{\text{gaz}} = \sqrt{\gamma \cdot R_s \cdot T}$$

Avec
$$R_s = \frac{R}{M}$$

De plus pour l'air : $\gamma = 1,4$

$$R_s = 287 \text{ J/kg/K}$$

Cette vitesse est corrélée à la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ des molécules. En effet, l'équation des gaz parfaits relie p à la température T et au volume V , et l'on a :

$$pV^\gamma = \text{constante}$$

Ce qui permet d'exprimer c en fonction de T seul, et donc de $\langle v \rangle$. Dans le cas d'un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$), on a :

$$c_{\text{gaz}} = \sqrt{\frac{5p}{3\rho}} = \sqrt{\frac{5kT}{3m}} = \sqrt{\frac{5\pi}{24}} \langle v \rangle$$

Avec $c_{\text{gaz}} \approx 0,81 \cdot \langle v \rangle$ et m étant la masse d'une molécule.

Cette relation indique que dans le domaine des gaz parfaits (c'est-à-dire des pressions modérées), la vitesse du son est proportionnelle à la vitesse des molécules, c'est-à-dire à la racine carrée de la température absolue.

Dans le cas de l'air (composé en majorité de gaz parfaits diatomiques), la célérité du son peut être approchée par la linéarisation suivante :

$$c_{\text{air}} = (331,5 + 0,6 \cdot \theta) \text{ m/s}$$

Avec θ la température en degré Celsius .

Cette formule est valable à 0.2% près et entre -20° C et $+40^\circ \text{ C}$.

Annexe B

Listings des programmes réalisés

Implémentation Maple

```

restart;
with(geom3d);
with(plottools);
with(plots);

localisation:= proc(vson, t1, t2, t3, t4)

local r1, r2, r3, r4, x, y, z, x1, y1, z1, x2, y2, z2, x3, y3, z3, x4, y4, z4, X1, X2, X3, X4, tetra, G,
erreur, a, b, c, r, dist, volume;

r1:= (.1e-2*vson*t1+(-1)*3.671*.1e-1)/1.05;
r2:= (.1e-2*vson*t2+(-1)*3.671*.1e-1)/1.05;
r3:= (.1e-2*vson*t3+(-1)*3.671*.1e-1)/1.05;
r4:= (.1e-2*vson*t4+(-1)*3.671*.1e-1)/1.05;

x1:=0.5+0.5*r1^2-0.5*r2^2;
y1:=0.5+0.5*r1^2-0.5*r3^2;
z1:=0.5*sqrt(abs(-2+2*r2^2-2*r1^4+2*r1^2*r2^2-r2^4+2*r3^2+2*r1^2*r3^2-r3^4));

c:=-2*r4^2*r2^2+2*r4^4+r2^4+r3^4-2*r3^2*r4^2+4-4*r4^2;
b:= -4*r3^2-8+8*r4^2-4*r2^2;
a:= 12;
r:=0.5*(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/a;

x2:=-0.5*r2^2+0.5*r4^2+r;
y2:=-0.5*r3^2+0.5*r4^2+r;
z2:=r;

x3:=0.5*sqrt(-2*r1^4+2*r1^2*r3^2-2+2*r3^2-r3^4+2*r1^2*r4^2+2*r4^2-r4^4);
y3:=.5+.5*r1^2-.5*r3^2;
z3:=.5+.5*r1^2-.5*r3^2;

x4:=.5+.5*r1^2-.5*r2^2;
y4:=0.5*sqrt(-2+2*r2^2-2*r1^4+2*r1^2*r2^2-r2^4+2*r1^2*r4^2+2*r4^2-r4^4);
z4:=.5*r1^2+.5-.5*r4^2;

tetra:=[point(X1,Re(x1),Re(y1),Re(z1)), point(X2,Re(x2),Re(y2),Re(z2)),
point(X3,Re(x3),Re(y3),Re(z3)), point(X4,Re(x4),Re(y4),Re(z4))];

point(G, .25*Re(x1)+.25*Re(x2)+.25*Re(x3)+.25*Re(x4), .
25*Re(y1)+.25*Re(y2)+.25*Re(y3)+.25*Re(y4), .25*Re(z1)+.25*Re(z2)+.25*Re(z3)+.25*Re(z4));

dist:= sqrt((.75*Re(x1)-.25*Re(x2)-.25*Re(x3)-.25*Re(x4))^2+
(.75*Re(y1)-.25*Re(y2)-.25*Re(y3)-.25*Re(y4))^2+

```

```

(.75*Re(z1)-.25*Re(z2)-.25*Re(z3)-.25*Re(z4))^2);

volume:=evalf((4/3)*Pi*dist^3);

printf("Volume : %a\n", volume);

printf("x=%a y=%a z=%a",.25*Re(x1)+.25*Re(x2)+.25*Re(x3)+.25*Re(x4), .
25*Re(y1)+.25*Re(y2)+.25*Re(y3)+.25*Re(y4), .25*Re(z1)+.25*Re(z2)+.25*Re(z3)+.25*Re(z4));

polygonplot3d({[[Re(x1), Re(y1), Re(z1)],[Re(x2), Re(y2), Re(z2)], [Re(x3), Re(y3), Re(z3)]],
[[Re(x2), Re(y2), Re(z2)], [Re(x3), Re(y3), Re(z3)], [Re(x4), Re(y4), Re(z4)]], [[Re(x4), Re(y4),
Re(z4)], [Re(x1), Re(y1), Re(z1)], [Re(x2), Re(y2), Re(z2)]], [[Re(x3), Re(y3), Re(z3)], [Re(x4),
Re(y4), Re(z4)], [Re(x1), Re(y1), Re(z1)]]}, axes=boxed, view=[0..1,0..1,0..1], labels=[x, y, z]);

end proc;

localisation(344.7, 1.920, 2.100, 2.080, 2.240); {vitesse du son, t1, t2, t3, t4}

```