Etude d'un oscillogramme

On réalise le montage représenté sur la **figure 1**, qui comporte un résistor de résistance 10 Ω, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, et un condensateur de capacité C. L'ensemble est alimenté par un générateur fournissant une tension alternative sinusoïdale de fréquence f.

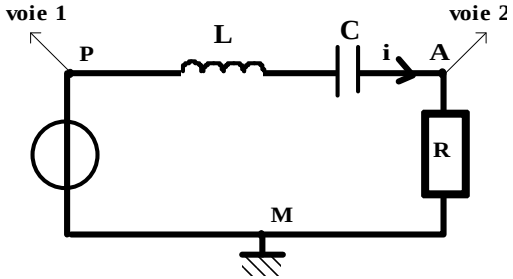

Figure 1

L'oscillogramme obtenu est reproduit **figure 2**.

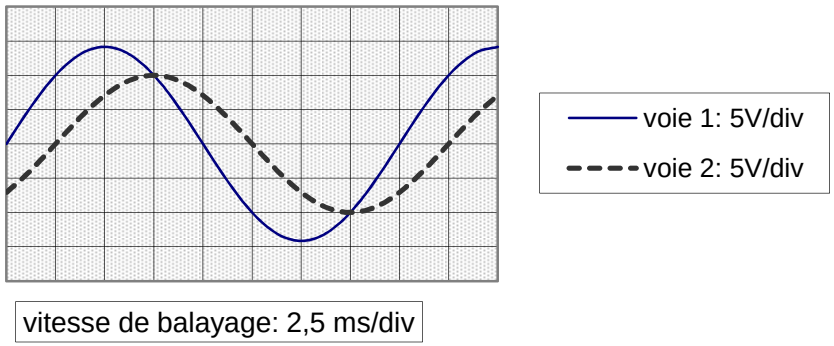

Figure 2

1) Déduire de l'oscillogramme les valeurs de la fréquence f, de l'impédance Z du dipôle (P,M) et du déphasage ψ de l'intensité i par rapport à la tension appliquée aux bornes de tout le circuit.
2) Donner l'expression numérique de l'intensité instantanée $i(t)$ et de la tension instantanée $u_{PM}(t)$ en fonction du temps.
3) Déterminer en fonction de R,L,C,ω, les expressions littérales de l'impédance complexe $\underline{Z}$ et de ψ.
   C = 20 µF. En déduire la valeur de L.
4) Calculer les impédances de R, de L, de C. Comparer la somme de ces trois impédances à l'impédance Z calculée au 1).

Corrigé :

1) Un oscillogramme permet de mesurer les amplitudes et les déphasages.

D'après l'oscillogramme **Figure 2** : T = 20 ms et $f = \frac{1}{T} = 50\text{Hz}$

U_{PMmax} = 14,5 V U_{AMmax} = 10 V

déphasage de u_{AM} (voie 2) par rapport à u_{PM} (voie 1) :

$|\theta| = 2\pi\frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$.

$u_{AM}(t)$ est en retard sur $u_{PM}(t)$: $\psi < 0$.

	Angle	divisions
Période	2π	8
Déphasage	$\lvert\theta\rvert$	1

Donc $\boxed{\theta = -\frac{\pi}{4}}$.

D'après le montage figure 1 : $\underline{u}_{PM} = \underline{Z}\,\underline{i}$ et $\underline{u}_{AM} = R\,\underline{i}$

$\frac{\underline{u}_{PM}}{\underline{u}_{AM}} = \frac{\underline{Z}}{R} \Rightarrow \left|\frac{\underline{u}_{PM}}{\underline{u}_{AM}}\right| = \frac{U_{PMmax}}{U_{AMmax}} = \frac{Z}{R} \Rightarrow \boxed{Z = R\frac{U_{PMmax}}{U_{AMmax}}}$ A.N. Z = 14,5 Ω

$\psi = \theta_i(t) - \theta_{uPM}(t)$; or $i(t)$ est en phase avec $u_{AM}(t)$; donc $\psi = \theta_{uAM}(t) - \theta_{uPM}(t)$.

D'où $\boxed{\psi = \theta = -\frac{\pi}{4}}$

2) Expressions numériques de $i(t)$ et de $u_{PM}(t)$:

$i(t) = I_{max}\cos(\omega t + \Phi_i)$

Choisissons la phase de i comme origine des phases : $\Phi_i = 0$.

$\underline{i} = \frac{\underline{u}_{AM}}{R} \Rightarrow |\underline{i}| = \frac{|\underline{u}_{AM}|}{R} \Rightarrow I_{max} = \frac{U_{AMmax}}{R}$ A.N. : I_{max} = 1 A

$\omega = 2\pi f$ A.N. : $\omega = 100\pi\,\text{rad.s}^{-1}$

Synthèse: $i(t) = \cos 100\pi t$

$u_{PM}(t) = U_{PMmax}\cos(\omega t + \Phi_i)$

Phase à l'origine de $u_{PM}(t)$: $\psi = \Phi_i - \Phi_{uPM} = -\frac{\pi}{4}$; $\Phi_{uPM} = \frac{\pi}{4}$.

U_{PMmax} = 14,5 V

Synthèse: $u_{PM}(t) = 14{,}5\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

3) $\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$

$\psi = \theta_i(t) - \theta_{uPM}(t) = \text{Arg}\,\underline{i} - \text{Arg}\,\underline{u}_{PM} = \text{Arg}\left(\frac{\underline{i}}{\underline{u}_{PM}}\right) = \text{Arg}\left(\frac{1}{\underline{Z}}\right) = -\text{Arg}\underline{Z}$

D'où $\psi = -\text{Arctan}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right)$

Calcul de L à partir de Z :

$Z^2 = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \sqrt{Z^2 - R^2} \Leftrightarrow L = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C\omega} + \sqrt{Z^2 - R^2}\right)$

A.N. : L = 0,54 H

Calcul à partir de ψ :

$\tan\psi = -1 = -\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = R \Leftrightarrow L = \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C\omega} + R\right)$ A.N. : L = 0,54 H