



INSTITUT
NATIONAL
des SCIENCES
APPLIQUÉES



Projet de Physique P6-3
STPI/P6-3/2008 – 24



Nom des étudiants

Justine BUGEAT

Xinwu MO

Wei LIU

Matthieu FISCH

Jia Xin ZHAO

Enseignant(s)-responsable(s) du projet

Benoît VIEILLE



**Contrôle des vibrations d'une
raquette de tennis par des
matériaux piézoélectriques**



À TAILLE
HUMAINE
À L'ECHELLE
DU MONDE

Date de remise du rapport : **23/06/2008**

Référence du projet : **STPI/P6-3/2008 – 24**

Intitulé du projet : **Contrôle des vibrations d'une raquette de tennis par des matériaux piézo-électriques**

Type de projet : **Modélisation, Simulation**

Objectifs du projet (10 lignes maxi) :

- ✓ **Recherche bibliographique:**
 - **Les actionneurs intelligents: avantages/inconvénients-applications**
 - **Comprendre l'intérêt des matériaux piézoélectriques**
 - **Contrôle des vibrations (actif et passif): solutions, applications?**
- ✓ **Analyse de l'intégration d'actionneurs piézoélectriques dans une raquette de tennis pour le contrôle des vibrations**
- ✓ **Déterminer la réponse en déplacement pour différents modèles à proposer:**
 - **du plus simple au plus élaboré (préciser les hypothèses simplificatrices)**
 - **comparer les réponses obtenues**

Numéro du cahier de laboratoire associé : **A30237**

[Tables des matières](#)

1. Introduction	5
2. Méthodologie / Organisation du travail	6
3. Travail réalisé et résultats.....	7
3.1 Les structures intelligentes:.....	7
3.1.1 Actionneurs intelligents:	7
3.1.2 Matériaux intelligents:	8
3.2 Les matériaux piézoélectriques:.....	9
3.3 Contrôle des vibrations:.....	11
3.3.1 Passif:	11
3.3.2 Actif:	12
3.3.3 Comparaison des deux systèmes de contrôle:	13
3.4 Les matériaux piézoélectriques dans la raquette de tennis:.....	14
3.5 Tentatives de modélisation:.....	17
3.5.1 Modèle du pendule simple:.....	17
3.5.1.1 Sans frottements:	18
3.5.1.2 Avec frottements constants:	18
3.5.1.3 Avec frottements dépendants du temps:	19
3.5.1.4 Comparaison des oscillations de la raquette seule et de la raquette avec actionneurs piézoélectriques intégrés :	19
3.5.2 Modèle statique de la poutre en flexion:	20
3.5.2.1 Avec module d'Young constant:	21
3.5.2.2 Avec module d'Young fonction du temps:.....	22
3.5.3 Modèle dynamique de la poutre en flexion:	24
3.5.3.1 Raquette seule:	24
3.5.3.2 Raquette intelligente:.....	24
3.5.3.3 Comparaison des oscillations de la raquette seule et de la raquette avec actionneurs piézoélectriques intégrés :	24
4 Conclusions et perspectives	25
5 Bibliographie.....	26
6 Annexes	27
6.1 Listings des programmes réalisés.....	27
6.2 Courbes représentant la déformée en flexion de la raquette à différents temps donnés:	32
6.3 Courbes modélisant les oscillations dues à l'impact d'une balle sur une raquette de tennis suivant qu'elle soit équipée de fibres piézoélectriques (courbes vertes) ou non (courbes rouges):.....	34
6.4 Propositions de sujets de projets (en lien ou pas avec le projet réalisé).....	36

1. INTRODUCTION

Au cours d'expériences visant à créer des matériaux et dispositifs capables d'imiter les systèmes musculaires et nerveux de l'homme, on a créé une nouvelle forme de matériaux: les matériaux intelligents. Ces nouveaux matériaux combinent les fonctions de capteurs et d'actionneurs. Apparus vers les années 1980, ils ont bénéficié des progrès réalisés en microélectronique et du développement des systèmes de communication, notamment avec l'apparition des réseaux de terrain. En effet, ce sont ces derniers qui ont conduit à l'intégration de nouvelles fonctions dans les capteurs et actionneurs. Aujourd'hui, ce concept de matériau intelligent est passé dans les moeurs puisque tout objet intégrant un tant soit peu d'électronique ou de logiciel est qualifié d'intelligent.

Une des applications des matériaux intelligents se trouve dans le contrôle des vibrations. En effet, tous les corps étant déformables, lorsqu'ils sont soumis à des efforts variant en fonction du temps, ils vibrent. Les vibrations font donc partie intégrante de notre quotidien et peuvent avoir se révéler gênantes. C'est le cas par exemple des vibrations des immeubles lors de séismes. On cherche donc à contrôler ces vibrations, soit de manière passive, soit de manière active.

Ainsi, on a créé une nouvelle génération d'équipements sportifs intelligents (raquettes de tennis, bâtons de golf, bâtons de base-ball, skis) qui réduisent les vibrations, augmentant par là-même le confort et diminuant les blessures.

Au cours de ce projet, nous avons donc tout d'abord cherché à nous documenter sur les matériaux et actionneurs intelligents et, plus particulièrement, sur les matériaux piézoélectriques. Puis, nous avons étudié les différents moyens de contrôle des vibrations avant de les comparer. Finalement, nous avons étudié le cas particulier de l'intégration d'actionneurs piézoélectriques dans une raquette de tennis pour le contrôle des vibrations, cas que nous avons ensuite modélisé.

2. METHODOLOGIE / ORGANISATION DU TRAVAIL

Nous avons commencé ce projet par une phase de documentation. En effet, il a fallu se familiariser avec les matériaux intelligents ainsi qu'avec le fonctionnement des actionneurs intelligents. Tout le monde a donc participé à cette phase de recherche. Puis, une fois que nous avons tous une vision d'ensemble du projet, nous avons pu commencer à

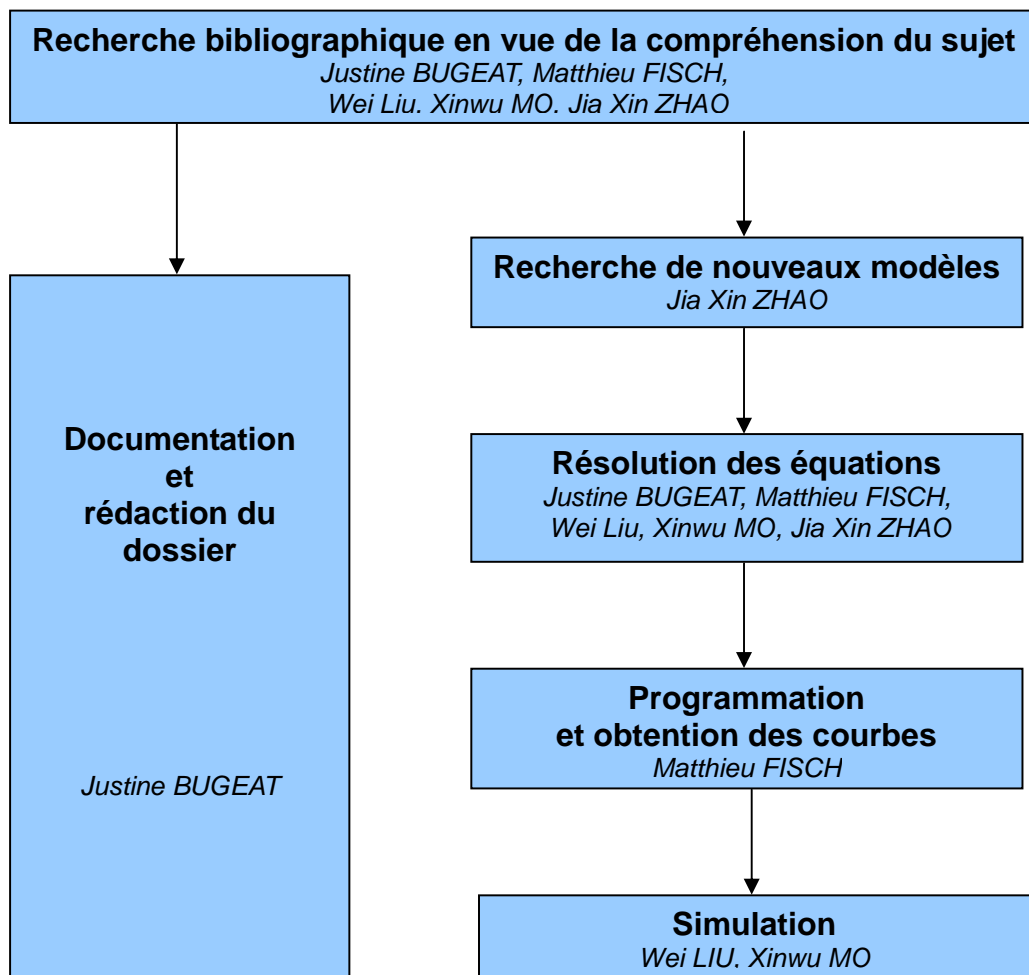
INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE ROUEN

Département Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur

BP 8 – place Emile Blondel - 76131 Mont-Saint-Aignan - tél : 33 2 35 52 83 00 - fax : 33 2 35 52 83 69

proposer des modèles de réponse des actionneurs piézoélectriques aux vibrations causées par l'impact de la balle sur la raquette. Nous nous sommes alors répartis les tâches de la manière suivante:

- Jia Xin ZHAO a continué à faire des recherches pour essayer de trouver de nouveaux modèles.
- Tout le groupe, durant les heures de cours, a participé à la résolution des équations.
- Matthieu FISCH s'est occupé de la programmation et de l'obtention des courbes sur le logiciel Mapple.
- Wei LIU et Xinwu MO ont, quant à eux, réalisé les simulations des différents modèles proposés grâce au logiciel Flash.
- Justine BUGEAT s'est occupé de la documentation et de la rédaction du dossier tout au long du semestre



3. TRAVAIL REALISE ET RESULTATS

3.1 Les structures intelligentes:

3.1.1 Actionneurs intelligents:

D'un point de vue matériel, un actionneur intelligent se compose d'une unité de traitement numérique, d'une interface de communication avec le reste du système ainsi que d'un organe d'actionnement. Il se caractérise par les fonctions qu'il offre tout au long de son cycle de vie, fonctions qui sont: agir sur le processus selon une intensité modulée, informer l'utilisateur de la réalisation effective de l'action au moyen de capteurs internes, valider l'ordre reçu avant l'exécution puis élaborer les ordres à transmettre au préactionneur. Les différents domaines d'application des actionneurs intelligents sont caractéristiques de la superficie du procédé, des contraintes d'environnement (fortes dans les procédés chimiques par exemple), des temps de réponse mais aussi du nombre d'exemplaires. En effet, selon les domaines d'application, l'implantation se fera différemment, allant d'un actionneur intelligent pour un équipement spécifique à plusieurs centaines pour des systèmes embarqués. Ces différents critères définissent les limitations techniques au niveau de l'intelligence des équipements.

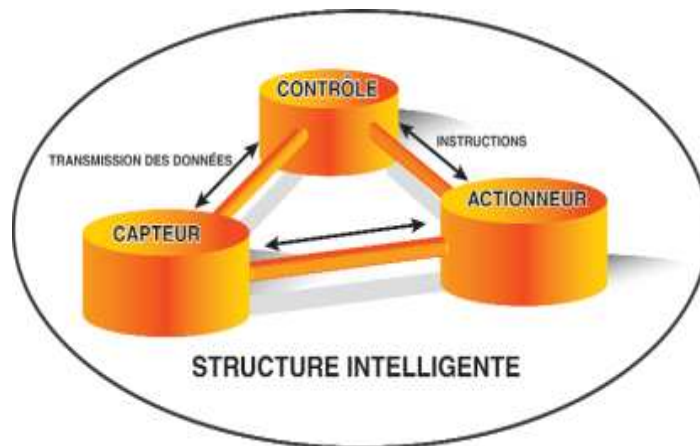
Une spécificité de l'instrument intelligent consiste dans le fait qu'il intègre plus de dispositifs sensoriels ou moteurs qu'un instrument standard, ceci dans l'objectif d'améliorer l'exactitude de l'instrument. Ainsi, les apports des actionneurs intelligents sont relatifs, en premier lieu, à leur fonction fondamentale (agir sur le processus) et relèvent de l'amélioration des performances. Mais ce n'est pas tout, les apports d'un actionneur intelligent sur un instrument se font aussi dans:

- la fiabilité, c'est-à-dire la capacité de l'instrument à accomplir sa mission pendant une durée donnée
- la maintenabilité, qui représente son aptitude à être maintenu ou rétabli dans un état de fonctionnement dans lequel il peut accomplir sa fonction requise
- l'intégrité, c'est-à-dire, l'aptitude de l'équipement à exécuter correctement les tâches qui lui sont affectées et à informer d'un quelconque de ses états pouvant conduire à la situation contraire
- la sûreté, qui est la capacité de l'instrument à refuser toute entrée non autorisée ou incorrecte et à pouvoir éventuellement en informer l'utilisateur.

Les instruments intelligents offrent donc de nombreux avantages ce qui explique leur développement important ainsi que leur utilisation chaque jour plus répandue. Ainsi, l'automobile par exemple intègre de plus en plus de capteurs et d'actionneurs intelligents notamment dans les airbags ou encore la centrale ABS. Peu à peu, les instruments standards sont remplacés par des instruments intelligents qui offrent de meilleures performances mais sont également plus complexes.

3.1.2 Matériaux intelligents:

Les matériaux intelligents sont des matériaux jouant à la fois les rôles de capteurs (détecter un signal), d'actionneurs (effectuer une action sur leur environnement) et parfois même de processeurs (traiter, comparer, stocker des informations). Ils adaptent leur réponse en fonction de la perturbation subie, signalent la modification et peuvent alors provoquer une action de correction.



Fonctionnement des structures intelligentes [9]

Il existe actuellement trois principaux types de matériaux intelligents:

- les alliages à mémoire de forme
- les matériaux piézoélectriques
- les électrostrictifs et magnétostrictifs.

Les matériaux intelligents sont sensibles, évolutifs et adaptatifs (capables de s'adapter à leur environnement). En effet, ils sont capables de modifier spontanément leurs propriétés physiques (forme, couleur...) en réponse à des excitations, qu'elles soient naturelles ou provoquées, venant de l'intérieur ou l'extérieur du matériau. Ils possèdent aussi de nombreuses fonctions (conduire le courant par exemple) qui sont inscrites dans leur forme et leur matière. Cela explique qu'ils soient utilisés dans des domaines aussi nombreux et variés que le bâtiment, les équipements sportifs, la biomédecine, la technologie militaire, l'aérospatiale, l'aéronautique...

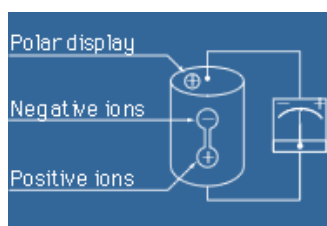
Cependant, les possibilités d'exploitation de ces matériaux sont loin d'avoir été toutes explorées. Ainsi, les progrès réalisés en chimie des polymères tout comme dans la compréhension des structures biologiques pouvant servir de modèles vont permettre à de nouvelles générations de matériaux intelligents d'apparaître.

3.2 Les matériaux piézoélectriques:

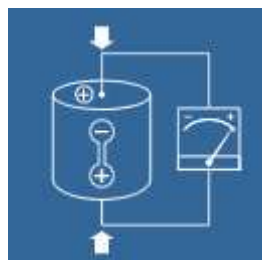
Comme nous l'avons dit précédemment, les matériaux piézoélectriques sont des matériaux intelligents. Ce qui les distingue, c'est la propriété qu'ils ont de se polariser électriquement sous l'effet d'une contrainte mécanique (effet piézoélectrique direct) et de se déformer lorsqu'on leur applique un champ électrique (effet piézoélectrique inverse). Ce phénomène est caractéristique de nombreuses substances cristallines comme le quartz, la topaze, ou encore la tourmaline. C'est d'ailleurs dans un cristal que le phénomène de piézoélectricité fut observé pour la première fois. La symétrie de ce dernier et les forces électrostatiques provoquées par un champ électrique externe qu'on lui applique donnent lieu à un déplacement d'ions. Cela crée une polarisation du cristal et donc, une différence de potentiel entre certaines de ses faces. On peut alors observer une déformation mécanique du cristal. Les frères Curie prédirent et vérifièrent l'existence de ce phénomène en 1880 sur, entre autres, le quartz et le sel de Rochelle et leur donnèrent le nom de piézo-électricité (du grec *piezein*, « presser »). L'existence de l'effet inverse fut prédite l'année suivante par Gabriel Lippman à l'aide de calculs thermodynamiques et vérifiée par la suite par les frères Curie.

Pendant, les matériaux piézoélectriques les plus courants sont des matériaux de synthèse comme, notamment, les PZT (matériaux piézoélectriques ayant une structure cristalline pérovskite). Plus récemment, on les a vu se développer sous forme de polymères. Les matériaux piézoélectriques peuvent être utilisés sous forme de monocristaux, de couches minces, de composites ou encore de céramiques dont le fonctionnement est décrit ci-après.

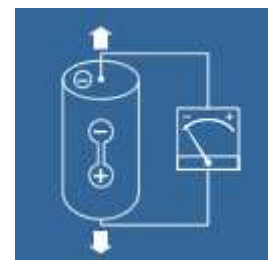
De l'énergie mécanique à l'énergie électrique



Céramique non chargée

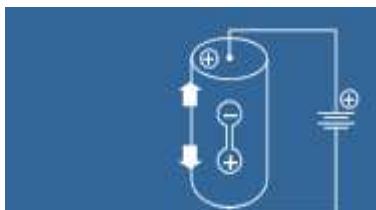


Une tension positive apparaît lors de la compression de la céramique



Une tension négative apparaît lors de l'extension de la céramique

De l'énergie électrique à l'énergie mécanique



A l'inverse, si on impose une tension positive au système, la céramique s'étend.



Si on impose une tension négative, la céramique est comprimée



Un courant alternatif entraîne donc une suite d'extensions et de compressions

Fonctionnement des céramiques piézoélectriques [8]

La première application de la piézoélectricité fut le sonar développé par Paul Langevin et ses collaborateurs au cours de la première guerre mondiale. Au moyen de lames de quartz collées entre deux plaques d'acier et d'un hydrophone, il permettait de calculer la distance à un objet. Le succès de ce sonar a suscité un grand intérêt pour la piézoélectricité, ce qui a permis d'approfondir son étude. Aujourd'hui, les matériaux piézoélectriques trouvent de nombreuses applications dans l'industrie, la recherche, mais aussi dans la vie courante. En effet, ils permettent d'amortir les vibrations, de réduire le bruit, de capter les vibrations..

Ainsi, l'un objet des plus familiers utilisant la piézoélectricité est l'allume gaz: la pression auquel on le soumet crée un champ électrique visible grâce à l'étincelle produite.

Les matériaux piézoélectriques sont aussi employés comme résonateurs dans les oscillateurs électroniques et les amplificateurs haute fréquence. En effet, convenablement coupés, ils ont une fréquence de résonance mécanique bien définie et stable. L'exemple de résonateur le plus connu est la montre à quartz dont le quartz permet d'entretenir les vibrations de base servant à la mesure du temps.

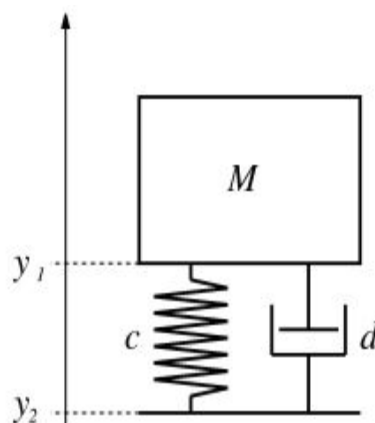
Mais ils permettent aussi de convertir une onde acoustique en signal électrique ce qui explique qu'ils soient intégrés aux transducteurs acoustiques utilisés pour émettre ou détecter des ondes acoustiques dans toutes les gammes de fréquence. On réalise ainsi des microphones et haut-parleurs utilisés notamment dans les téléphones portables; en médecine, on les utilise pour réaliser des échographies...

Aujourd'hui, les recherches sur les matériaux piézoélectriques portent notamment sur la compréhension précise de ces propriétés, leur optimisation ainsi que sur le développement des matériaux sans plomb...

3.3 Contrôle des vibrations:

3.3.1 Passif:

Le système de contrôle passif des vibrations ne s'oppose pas à la force qui lui est appliquée, il tend juste à faire disparaître les perturbations qu'elle occasionne. Un tel système est composé d'un ressort et d'un absorbeur de chocs.



Système de contrôle passif des vibrations[13]

Le ressort permet de réduire les vibrations ainsi que la force exercée sur l'objet tandis que l'absorbeur de chocs doit faire disparaître les vibrations résiduelles. Ce système est un filtre passe-bas qui réduit les vibrations transmises par le sol pour de hautes fréquences.

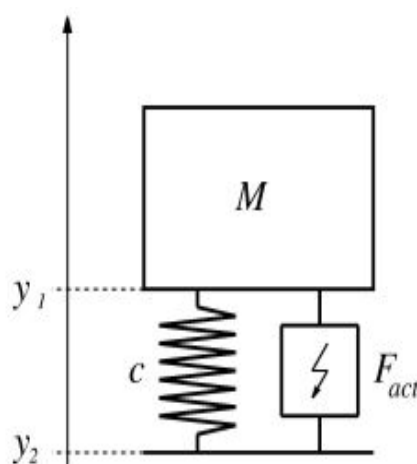
Le principal inconvénient d'un tel système est qu'il possède une fréquence de résonance, fréquence à laquelle les oscillations sont amplifiées. Si l'on augmente le coefficient d'absorption des chocs, on peut réduire cette amplification. Cependant, cela implique aussi une moins bonne absorption des vibrations pour les grandes fréquences. Il faut donc choisir l'absorbeur de choc de manière à avoir une amplification des oscillations à la résonance qui reste acceptable tout en gardant un maximum d'efficacité à grande fréquence.

Le système de suspensions d'une voiture est un exemple type de contrôle passif des vibrations. En effet, dans toutes les suspensions, il y a des éléments élastiques visant à réduire les chocs entre la voiture et la route ainsi que des absorbeurs de chocs censés faire disparaître les oscillations restantes. Ceci permet de toujours garder les roues de la voiture en contact avec le sol de manière à pouvoir la contrôler.

3.3.2 Actif:

Contrairement à ce que nous avons vu précédemment, le contrôle actif des vibrations ne fait pas qu'amortir les vibrations, il agit activement à leur encontre. En effet, un tel système crée une force de même module mais de sens opposé à la force causant les vibrations. Ainsi, un système actif est beaucoup plus efficace dans le contrôle des vibrations qu'un système passif. De plus, ce système de contrôle peut reconnaître des vibrations périodiques et renvoyer alors toujours la même force, permettant ainsi un meilleur contrôle que s'il réagissait simplement à chaque nouvelle accélération sans se référer aux précédentes.

Dans un tel système, il y a aussi un ressort mais l'absorbeur de choc (passif) est remplacé par un circuit permettant de renvoyer des informations en retour (actif).



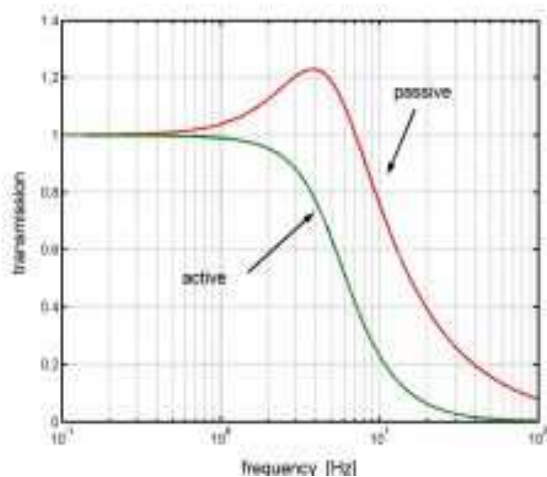
Systeme de contrôle actif des vibrations [13]

Ce circuit contient un accéléromètre piézoélectrique, un circuit de contrôle analogique ainsi qu'un actionneur électromagnétique. Le signal d'accélération transmis par l'accéléromètre est traité par le circuit de contrôle analogique qui l'amplifie avant de l'inverser. Ce signal est ensuite envoyé vers l'actionneur électromagnétique qui agit en retour sur le système. Ceci permet une réduction considérable de l'amplitude des oscillations, notamment pour les hautes fréquences de vibrations.

Un système de contrôle actif est commercialisé pour réduire les vibrations dans les hélicoptères. Il offre un meilleur confort et un poids inférieur que ne pourrait le faire un système traditionnel de contrôle passif. Une autre application consiste dans le contrôle actif des vibrations de la structure d'une voiture qui permet la réduction du bruit perçu dans l'habitacle.

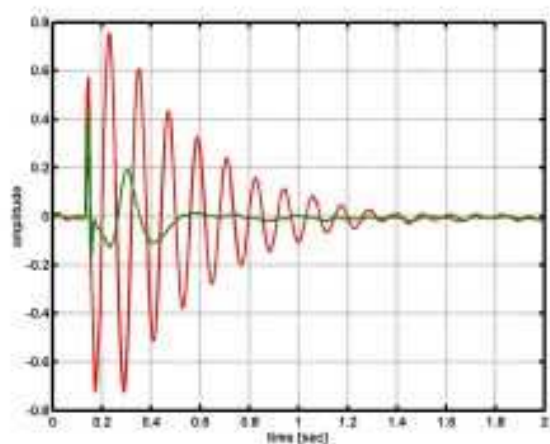
3.3.3 Comparaison des deux systèmes de contrôle:

Le principal avantage d'un système de contrôle actif consiste dans le fait qu'il amortisse les vibrations quelle que soit la fréquence alors que, comme on peut le constater sur la courbe ci-dessous, aux alentours de la fréquence de résonance, le système passif amplifie les vibrations.



Transmission des vibrations des systèmes actifs et passifs [13]

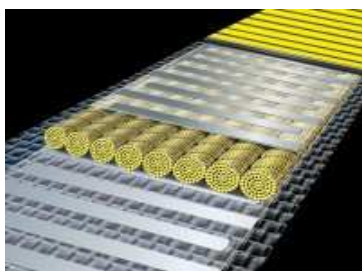
Un autre avantage des systèmes actifs consiste dans le faible intervalle de temps entre l'apparition de la perturbation et son élimination.



Intervalle de temps entre apparition et élimination de la perturbation [13]

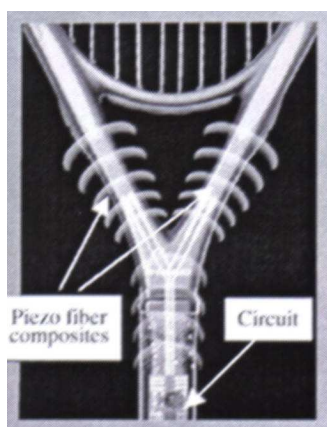
3.4 Les matériaux piézoélectriques dans la raquette de tennis:

Dans les années 1990, la société ACI (Advanced Cerametrics Incorporated) a créé la VSSP (Viscous Suspension Spinning Process). Cette nouvelle technologie permet de transformer n'importe quelle céramique en une fibre flexible. Le président d'ACI, Richard B. Cass a alors eu l'idée d'intégrer cette nouvelle technologie aux céramiques piézoélectriques pour contrôler activement les vibrations dues à l'impact de la balle sur une raquette de tennis. En effet, ces fibres piézoélectriques étant flexibles, elles peuvent épouser parfaitement la forme de la raquette. Leur résistance, leurs performances ainsi que leur faible coût ont convaincu Head de les intégrer dans ses raquettes de tennis sous le nom de Head Intellifibers. C'est ainsi qu'a vu le jour, en 2000, le premier modèle de raquette de tennis avec système d'amortissement électronique (EDS) des vibrations qui est un système actif à contrôle électronique.



Head Intellifibers [3]

Cette raquette est constituée de fibres piézoélectriques unidirectionnelles intégrées à la résine constituant la raquette et reliées à une électrode.



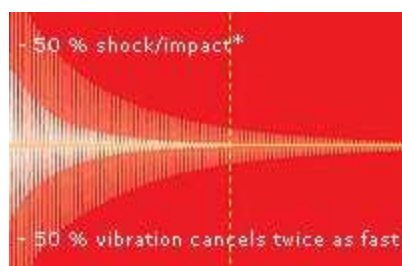
Intégration de l'EDS dans la raquette [14]-[2]

Lors de l'impact de la balle sur la raquette, cette dernière est soumise à une déformation aussitôt transformée en énergie électrique par les fibres piézoélectriques. Ce signal électrique est alors transmis à une puce située dans un circuit intégré dans le manche de la raquette.



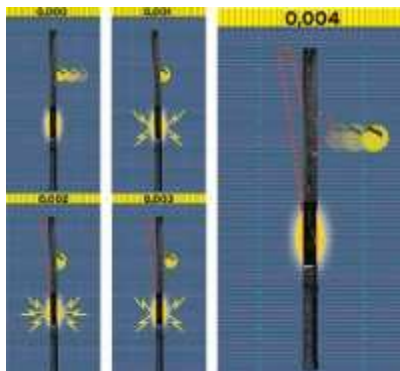
Circuit intégré dans le manche de la raquette [2]

En moins d'une milliseconde, la puce reconnaît le mode d'amortissement et génère une contre vibration qui rigidifie la raquette et renvoie une impulsion au cordage pour optimiser le rebondissement. Cela confère une puissance, un confort et une précision maximum à la raquette. En effet, le choc se trouve alors réduit de plus de 50%, la moitié des vibrations dues à l'impact annulées et les vibrations résiduelles éliminées deux fois plus vite.



Impact de l'EDS sur les vibrations [2]

De plus, au moment même où la balle entre en contact avec la raquette, les fibres piézo-électriques créent une résistance active qui empêche une trop grande flexion de la raquette et accélère la balle de façon explosive alors que si l'on avait utilisé des matériaux passifs, la flexion de la raquette aurait simplement été réduite.



Influence des matériaux piézoélectriques sur la déformation de la raquette [3]

En effet, avant que la balle ne quitte la raquette, les Head intellifibers situées dans la tête de la raquette résistent de façon active à la flexion du cadre ce qui permet d'augmenter la stabilité en torsion de 42%. Ainsi, en rigidifiant les branches de la raquette, les fibres piézo-électriques stabilisent le tamis et, par là même, offrent un contrôle des coups inédits et une précision maximale.

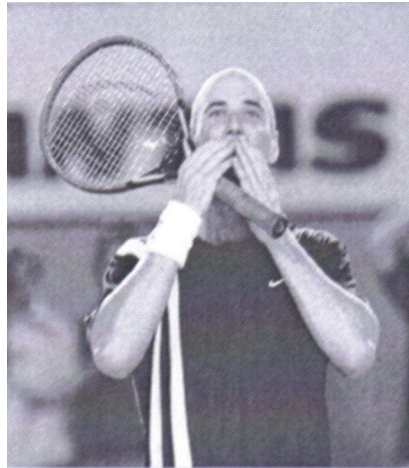


*Les Head Intellifibers augmentent
la stabilité en torsion [4]*



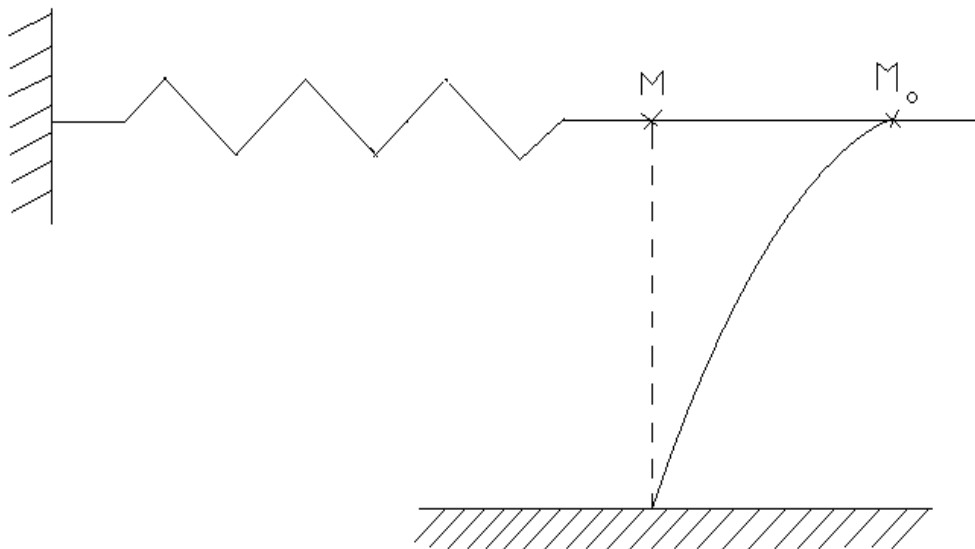
*Une stabilité maximale
pour une précision maximale [4]*

Cette raquette étant auto-alimentée en électricité, elle a été autorisée sur les cours par la fédération internationale de tennis. Ainsi, en 2002, deux joueurs des quart de finale de l'Open de France: Sébastien Grosjean et André Agassi utilisaient des raquettes intelligentes ce qui a permis une généralisation de leur utilisation.



3.5 Tentatives de modélisation:

3.5.1 Modèle du pendule simple:



Dans ce cas, la balle est modélisée par un ressort. La force exercée sur la raquette due à l'impact de la balle est donc de la forme $F = -mx$ où x symbolise le déplacement de l'extrémité de la raquette.

La modélisation sans frottements correspond à l'impact de la balle sur la raquette sans aucune dissipation d'énergie, les frottements constants correspondent à l'amortissement dû au matériau constitutif de la raquette et les frottements non constants modélisent la résistance du matériau conjuguée à la réponse des matériaux piézoélectriques. Dans ce dernier modèle, même si cela n'a aucune réalité physique, on fait l'hypothèse simplificatrice que les fibres piézoélectriques ont une résistance fonction du temps ce qui nous permet de mettre en évidence leur action sur la raquette.

3.5.1.1 Sans frottements:

$mx'' + kx = 0$ avec k : constante de raideur de la raquette

Forme canonique: $x'' + w^2x = 0$ avec $w = \sqrt{k/m}$: pulsation propre du système

Polynôme caractéristique: $p^2 + w^2 = 0$

Solution de la forme: $x(t) = A\cos(wt + \varphi)$

Conditions initiales: $x(0) = A\cos\varphi \quad \leftrightarrow \quad A = x(0)$

$x'(0) = 0 = -A\omega\sin\varphi \quad \leftrightarrow \quad \varphi = 0$

Solution: $x(t) = x(0)\cos(wt)$

3.5.1.2 Avec frottements constants:

$mx'' + ax' + kx = 0$

k : constante de raideur de la raquette

$w = \sqrt{k/m}$: pulsation propre du système

$\lambda = c/2m$: coefficient d'amortissement

$\alpha = c/2mw = \lambda/w$: facteur d'amortissement

Forme canonique: $x'' + 2\alpha wx' + w^2x = 0$

Polynôme caractéristique: $p^2 + 2\alpha wp + w^2 = 0$

Solutions de la forme:

- **Premier cas:** $\alpha > 1$ (amortissement sur-critique _ cas rare)

$$\Delta > 0 \rightarrow x(t) = A \exp(\alpha w t) + B \exp(-\alpha w t)$$

- **Deuxième cas:** $\alpha = 1$ (amortissement critique)

$$\Delta = 0 \rightarrow x(t) = (A + Bt) \exp(-\alpha w t)$$

- **Troisième cas (cas traité):** $\alpha < 1$ (amortissement sous-critique)

$$\Delta < 0 \rightarrow x(t) = X \exp(-\alpha w t) \cos(w \sqrt{1-\alpha^2} t - \phi)$$

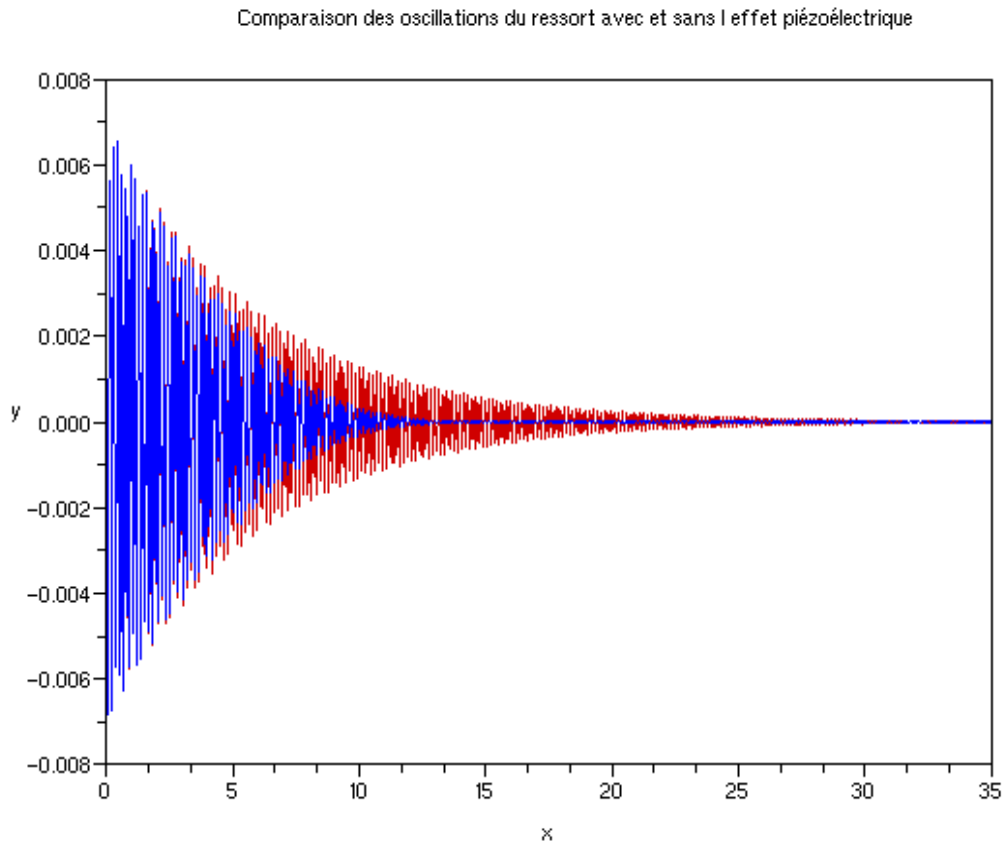
avec $X^2 = X_0^2 + ((\alpha w X_0 + V_0) / w \sqrt{1-\alpha^2})^2$

3.5.1.3 Avec frottements dépendants du temps:

$$Mx'' + a(t)x' + kx = 0 \quad \text{avec } a(t) = at^2 + c$$

Cette équation a été résolue au moyen du logiciel Scilab (voir programme en annexe) qui nous a permis d'obtenir la courbe $x = f(t)$.

3.5.1.4 Comparaison des oscillations de la raquette seule et de la raquette avec actionneurs piézoélectriques intégrés :

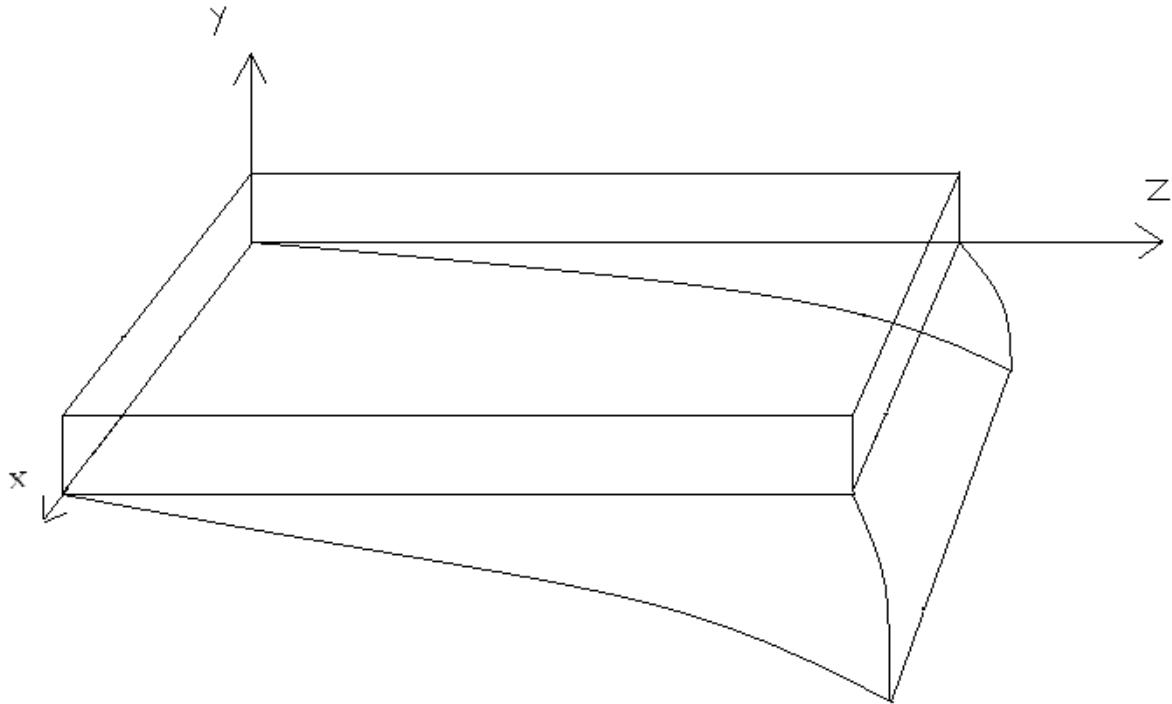


On vérifie bien alors ce que nous disait la théorie sur l'action des fibres piézoélectriques dans la raquette de tennis, c'est-à-dire, que les vibrations résiduelles sont éliminées beaucoup plus vite.

Cependant, on remarque aussi les limites de ce modèle étant donné qu'il ne prend pas en compte le fait que le choc soit réduit de moitié grâce à l'action des fibres piézoélectriques ni le fait que la moitié des vibrations dues à l'impact soient annulées.

Nous avons alors cherché à effectuer une modélisation de la raquette intelligente plus proche de la réalité.

3.5.2 Modèle statique de la poutre en flexion:



Dans ce cas, la raquette de tennis est symbolisée par une poutre encastree à une extrémité, libre à l'autre. L'impact de la balle sur cette poutre avec une force F entraîne une déformation de l'extrémité libre que nous allons étudier.

La modélisation avec module d'Young (assimilé à la rigidité du matériau) constant modélise la déformée en flexion de la raquette sans amortissement et celle avec le module d'Young fonction du temps modélise la réponse des fibres piézoélectriques à la contrainte mécanique exercée sur la raquette. En effet, on fait ici deux hypothèses:

- il n'y a pas de dissipation interne d'énergie à l'intérieur même du matériau
- l'amortissement dû aux fibres piézoélectriques est fonction du temps. Même si cela n'a aucune réalité physique (l'amortissement est toujours constant qu'il soit dû au matériau constitutif de la raquette ou à l'action de fibres piézoélectriques), faire dépendre le module d'Young du temps est simplement une hypothèse simplificatrice nous permettant d'introduire l'amortissement dû aux fibres piézoélectriques.

3.5.2.1 Avec module d'Young constant:

$$E * I_x * y''(z) = Mx(z) = - F * L$$

E : module d'Young (rigidité de la raquette en carbone époxy)

$I_x = (b \cdot h^3) / 12$: moment quadratique de la poutre

Pour une poutre encastrée libre, les conditions limites à l'encastrement sont :

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

Après double intégration:

$$y(z) = - (F \cdot L \cdot z^2) / (2 \cdot E \cdot I_x)$$

3.5.2.2 Avec module d'Young fonction du temps:

$$E(t) \cdot I_x \cdot (\partial^2 y(z,t) / \partial z^2) = M_x(z) = - F \cdot L$$

$E(t) = at^2 + c$: module d'Young

$I_x = (b \cdot h^3) / 12$: moment quadratique de la poutre

Pour une poutre encastrée libre, les conditions limites à l'encastrement sont :

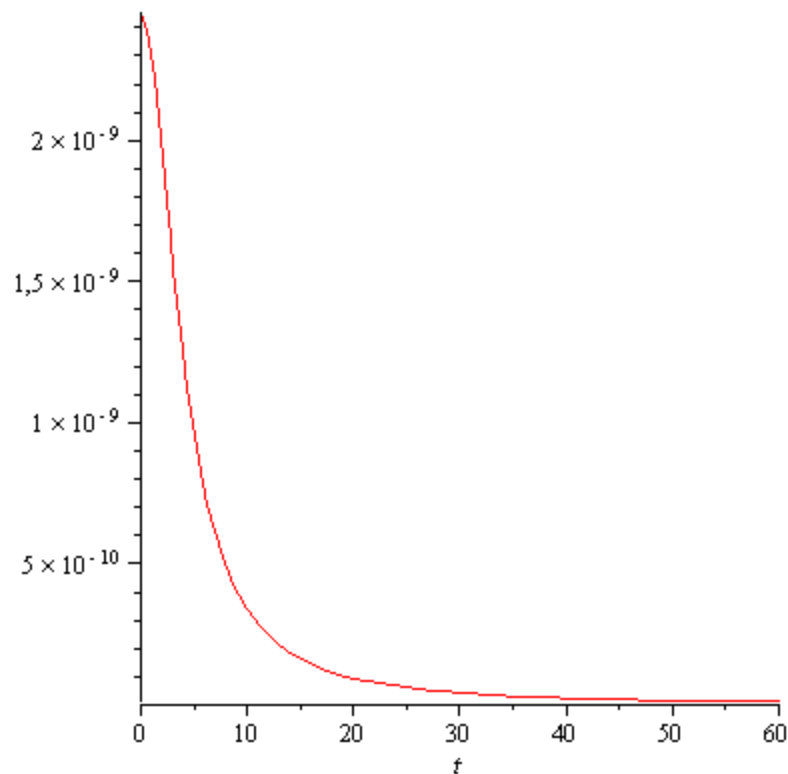
$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 0$$

Après double intégration:

$$y(z,t) = - (F \cdot L \cdot z^2) / (2 \cdot E(t) \cdot I_x)$$

Nous avons ainsi pu obtenir une courbe représentant l'évolution de la position de l'extrémité de la raquette en fonction du temps.



Position de l'extrémité de la raquette intelligente en fonction du temps

Les frottements internes à la raquette sont sources de dissipation d'énergie, ce qui crée un amortissement. En faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas de dissipation interne d'énergie, on ne peut donc pas obtenir de courbe représentant l'évolution de la déformée de la raquette en fonction du temps comme c'est le cas en réalité, on obtient seulement la déformée maximale de la raquette. Ce modèle ne permet donc pas de comparer la déformée de la raquette en fonction du temps suivant qu'elle comporte des actionneurs piézoélectriques intégrés ou non. Une étape supérieure dans cette modélisation serait donc d'intégrer la dissipation interne d'énergie dans nos calculs. Cependant, on arrive là aux limites de ce que nous pouvons faire étant données nos compétences actuelles.

3.5.3 *Modèle dynamique de la poutre en flexion:*

La raquette de tennis est là aussi symbolisée par une poutre encastree à une extrémité, libre à l'autre. Cependant, grâce à ce modèle, ce sont les oscillations de la raquette causées par l'impact de la balle sur cette dernière avec une force F que nous allons étudier. Dans ce modèle, on ne prend pas en compte les forces de frottement internes de la raquette, on ne visualisera donc que l'amplitude causée par le choc, pas l'amortissement.

Le premier modèle correspond à la déformation de la raquette suite à l'impact de la balle sans amortissement, la modélisation de la raquette intelligente représente la déformation subie par la raquette avec actionneurs piézoélectriques intégrés.

3.5.3.1 *Raquette seule:*

$$y(x,t) = Y_i(x) * \exp(j\omega t)$$

$$\text{avec } Y_i(x) = A * \operatorname{ch}(a_i * x) + B * \operatorname{sh}(a_i * x) + C * \cos(a_i * x) + D * \sin(a_i * x)$$

Pour une poutre encastree libre, les conditions limites sont :

$$\text{- à l'encastrement: } A + C = 0$$

$$B + D = 0$$

$$\text{- à l'extrémité: } A * a_i^2 * (\operatorname{ch}(a_i * l) + \cos(a_i * l)) + B * a_i^2 * (\operatorname{sh}(a_i * l) + \sin(a_i * l)) = 0$$

$$A * a_i^3 * (\operatorname{sh}(a_i * l) - \sin(a_i * l)) + B * a_i^3 * (\operatorname{ch}(a_i * l) + \cos(a_i * l)) = 0$$

3.5.3.2 *Raquette intelligente:*

$$y(x,t) = Y_i(x) * \exp(j\omega t) / f(t)$$

$$\text{avec } Y_i(x) = A * \operatorname{ch}(a_i * x) + B * \operatorname{sh}(a_i * x) + C * \cos(a_i * x) + D * \sin(a_i * x)$$

Les conditions limites sont les mêmes que précédemment. Cette modélisation mathématique n'a pas de réalité physique puisqu'on ne connaît pas $f(t)$, elle nous permet juste de modéliser le fait que le choc soit réduit de 50% grâce aux fibres piézoélectriques.

3.5.3.3 *Comparaison des oscillations de la raquette seule et de la raquette avec actionneurs piézoélectriques intégrés :*

En réalisant ces calculs sous Maple, on trouve: $A = -B = -C = D$. N'ayant trouvé aucun moyen de déterminer A , nous en avons fixé arbitrairement la valeur de manière à pouvoir comparer l'amplitude de la déformation de la raquette suivant qu'elle comporte des actionneurs piézoélectriques intégrés ou non. Nous avons ainsi obtenu différentes courbes en fonction des valeurs des a_i permettant de comparer les oscillations causées par l'impact de la balle. Nous avons placé ces courbes en annexe.

4 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Ainsi, au travers de ce projet, nous avons pu découvrir les actionneurs intelligents et les améliorations qu'ils peuvent offrir au niveau des performances. Puis, nous avons vu qu'une nouvelle génération de matériaux a vu le jour cumulant à la fois les rôles de capteurs et d'actionneurs: les matériaux intelligents. Il en existe trois principaux types: les alliages à mémoire de forme, les matériaux piézoélectriques ainsi que les électrostrictifs et magnétostrictifs. Nous avons étudié le cas particulier des matériaux piézoélectriques qui possèdent la propriété de se déformer lors d'une stimulation électrique mais aussi celle de créer un champ électrique en cas de déformation. Au cours de nos recherches, nous avons pu constater que les matériaux piézoélectriques étaient très utilisés dans le contrôle des vibrations. Nous nous y sommes alors intéressés en analysant le contrôle passif, le contrôle actif puis en les comparant. Finalement, nous nous sommes penchés sur un exemple type de contrôle des vibrations au moyen de matériaux piézoélectriques: la raquette de tennis intelligente. Ainsi, nous avons pu voir que les fibres piézoélectriques intégrées à la raquette exercent un contrôle actif des vibrations. En effet, en réponse aux vibrations créées lors de l'impact de la balle, elles génèrent une contre-vibration qui rigidifie la raquette de manière à optimiser le rebond.

Une fois ce travail de documentation réalisé, nous avons fait proposer différentes modélisations de la réponse d'une raquette de tennis à l'impact de la balle avec ou sans fibres piézoélectriques intégrées. Nous avons proposé ces modélisations de la plus simple à la plus compliquée; de la mécanique du point à la dynamique des poutres en passant par la résistance des matériaux.

Cette U.V projet nous a apporté de nombreuses connaissances, tant en culture générale qu'en notions physiques. En effet, les matériaux intelligents et notamment piézoélectriques nous étant totalement inconnus, il nous a tout d'abord fallu fournir un important travail de documentation afin de pouvoir cerner le sujet. De même, il a fallu se renseigner sur le contrôle des vibrations pour comprendre l'action des fibres piézoélectriques sur la raquette de tennis afin de proposer des modèles aussi proches de la réalité que possible. Pour ce qui est des notions physiques, il nous a tout d'abord fallu trouver les modèles susceptibles de s'appliquer à l'impact d'une balle sur une raquette. Puis, nous avons dû nous approprier les équations correspondant à ces modèles mais aussi comprendre comment les appliquer à la raquette et la signification chaque terme. En effet, il n'est pas évident, au premier abord, de proposer des hypothèses cohérentes ni de calquer un modèle sur le phénomène étudié. Nous avons aussi rencontré des difficultés à résoudre certaines équations, notamment celles du second ordre à coefficients non constants, ce qui nous a permis de découvrir de nouvelles méthodes de résolution ainsi qu'un nouveau logiciel: Scilab. Cependant, la plupart des courbes obtenues ont été réalisées au moyen de Maple, ce qui a permis aux élèves suivant le cours de M10 de mettre en application et d'approfondir leurs connaissances concernant ce logiciel.

Pour la continuation de ce projet, nous avons pensé à une étude de l'effet capteur des matériaux piézoélectriques. En effet, au cours de ce projet, nous nous sommes principalement intéressés à la réponse de ces matériaux en fonction de la perturbation qu'ils subissent et pas à la façon de la détecter.

5 BIBLIOGRAPHIE

Sources bibliographiques:

GT 18-4 CIAME SEE, Mireille BAYART, Blaise CONRARD, André CHOVIN, Michel ROBERT, « Capteurs et actionneurs intelligents », Techniques de l'ingénieur, S 7 520

Richard B. Cass, Ajmal Khan, Farhad Mohammadi, « Innovative Ceramic-Fiber Technology Energizes Advanced Ceramics », American Ceramic Society Bulletin, Novembre 2003

Jean COURBON, « Techniques de l'ingénieur », A410

Sources internet:

[1] http://csiweb2.cite-sciences.fr/derosnay/articles/utls_conf.html (valide à la date du 19/03/08)

[2] http://www2.head.com/tennis/technology.php?region=fr&tag=protect_system (valide à la date du 19/03/08)

[3] <http://www2.head.com/tennis/technology.php?region=as&tag=intelligence> (valide à la date du 19/03/08)

[4] http://www2.head.com/tennis/technology.php?region=as&tag=intelligence_x (valide à la date du 19/03/08)

[5] http://aimm.info/download/site_principal/document/les_news/2003/newx23_2003_01.pdf (valide à la date du 19/03/2008)

[6] <http://fr.wikipedia.org/wiki/Piezzo-%C3%A9lectrique> (valide à la date du 27/03/2008)

[7] <http://fr.encarta.msn.com/encnet/refpages/RefArticle.aspx?refid=761573315> (valide à la date du 27/03/2008)

[8] <http://fujicera.co.jp/product/e/index.html> (valide à la date du 27/03/2008)

[9] http://www.journal.dnd.ca/frgraph/Vol1/no3/pdf/7-14_f.pdf (valide à la date du 27/05/2008)

[10] <http://www.eetimes.com/showArticle.jhtml?articleID=18307301> (valide à la date du 27/05/2008)

[11] <http://physics-animations.com/Physics/English/mech.htm> (valide à la date du 30/05/2008)

[12] http://en.wikipedia.org/wiki/Active_vibration_control (valide à la date du 30/05/2008)

[13] http://www.halcyonics.com/en/technology/technical_background.php?navid=8&topId=7 (valide à la date du 30/05/2008)

[14] <http://www.ceramicbulletin.org> (novembre 2003)

6 ANNEXES

6.1 Listings des programmes réalisés

Modèle du pendule simple avec frottements dépendants du temps Programme Scilab:

```

function dZ=derivation (t,Z)
dZ=zeros(1,2)

dZ(1)=Z(2)
dZ(2)= ( -k*Z(1) - (a*t^2+c)*Z(2) ) / m;

endfunction

Duree=500;
Nbpoints=5000;
xini=0; //position initiale
xpointini=1; // vitesse d'excitation initiale

a=0,01; // coefficient d'amortissement du aux piézos
c=0,1; // résistance du matériau
k=2;
m=1;

Z0=[xini,xpointini]';
Temps=[0 : Duree / (Nbpoints-1) : Duree]; // le temps varie de 0 à durée avec un pas
de temps de Duree/(Nbpoints-1)

T0=0;
EvoZ = ode (Z0, T0, Temps, derivation);
plot( Temps, EvoZ(1,:) )

// Ecriture resultat
fichier = mopen ( 'result.txt' , 'w' );
for i=1 : Nbpoints;
DEvoZ = derivation ( Temps (i), EvoZ (:,i) );
mfprint( fichier, « %e \ t%e \ t%e \ t%e \n », Temps(i), EvoZ (1,i), EvoZ (2,i), DevoZ(2) )

end
mclose (fichier);

```

Modèle dynamique de la poutre Programme Maple:

```

restart : l:= 0,8 ;

a1 := 1,875/l ;

a2 := 4,964/l ;

a3 = 7,855/l ;

a4 = 10,996/l ;

A:= 0,001745379274; Y1= A*( cosh(al*x) – sinh(al*x) – cos(al*x) + sin(al*x) ) ;

lx := (0,03^3 * 0,3)/12 ; E := 300*10^9 ; mu := 0,3/l ; Ebis := 300*10^9 + l*1875e10 ;

wl := evalf (al^2 * l^2 * sqrt(E*lx / mu*l^4) ) ;

with(plots) : yl := Y1*cos(4036,634708t) ; ylbis := yl/(0,5t^2-0,5) ;

P := animate (plot, [ylbis, x=0..0,8], t=1..3,4594, view = [0..0,8 , -0,005..0,005], frames = 100,
linestyle=dash) ;

Q := animate (plot, [yl, x=0..0,8], t=1..3,4594, view = [0..0,8 , -0,005..0,005], frames = 100,
color=red) ;

display([P,Q]);

Y2 := A* ( cosh(a2*x) – sinh(a2*x) – cos(a2*x) + sin(a2*x) ) ;

w2 := evalf (a2^2 * l^2 * sqrt( (E*lx) / (mu*l^4) ) ) ;

y2 := Y2*cos(28293,09460t) ; y2bis := y2/(0,5*t^2 – 0,5) ;

P1 := animate(plot, [y2bis, x=0..0,8], t=1..3,4837, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,
linestyle=dash) ;

Q1 := animate(plot, [y2, x=0..0,8], t=1..3,4837, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,
color=blue) ;

display( [P1,Q1] ) ;

Y3 := A*( cosh(a3*x) – sinh(a3*x) – cos(a3*x) -sin(a3*x) ) ;

w3 := evalf( a3^2 * l^2 sqrt( (E*lx)/(mu*l^4) ) ) ;

y3 := Y3*cos(70845,01306t) ; y3bis := y3 / (0,5*t^2-0,5) ;

P2 := animate(plot, [y3bis, x=0..0,8], t=1..3,6395, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,
linestyle=dash) ;

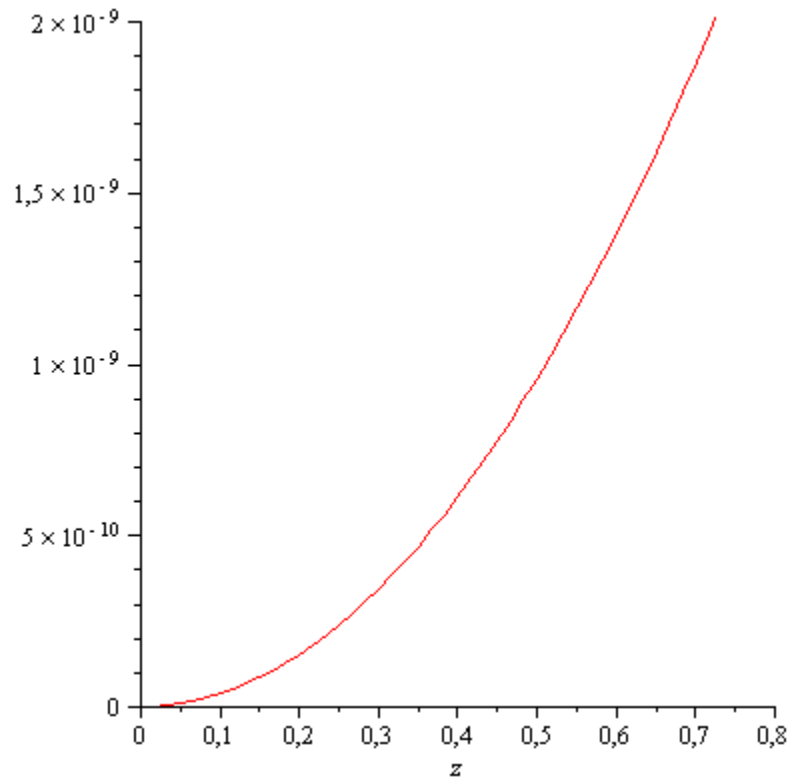
Q2 := animate(plot, [y3, x=0..0,8], t=1..3,6395, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,
color=blue) ;

display( [P2,Q2] ) ;

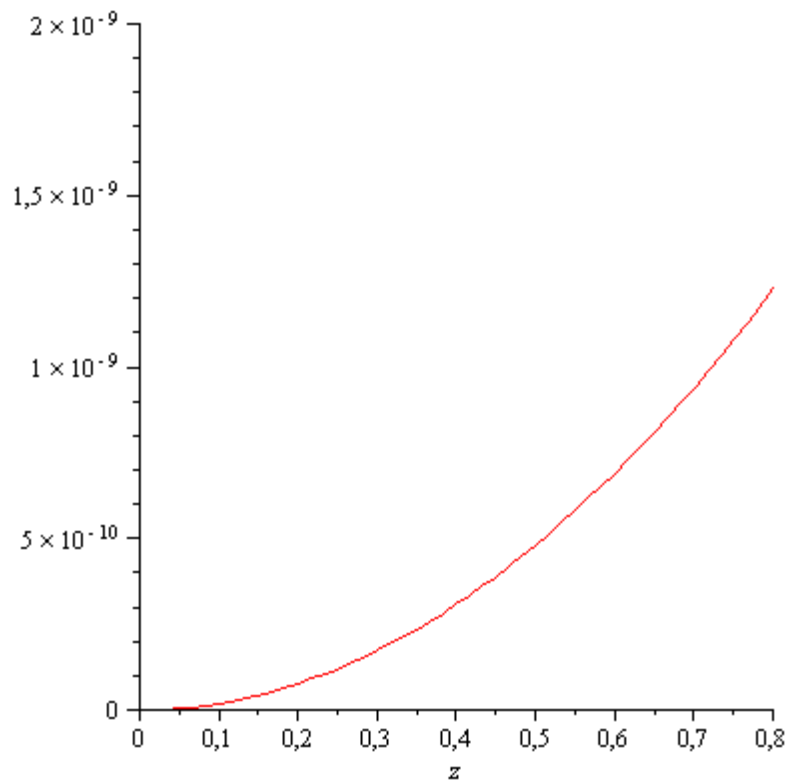
```

```
Y4 := A*( cosh(a4*x) – sinh(a4*x) – cos(a4*x) -sin(a4*x) ) ;  
w4 := evalf( a4^2 * l^2 sqrt( (E*l*x)/(mu*l^4) ) ) ;  
y4 := Y4*cos(1,38830973310^5*t) ; y4bis := y4 / (0,5*t^2-0,5) ;  
P3 := animate(plot, [y4bis, x=0..0,8], t=1..3,3161, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,  
linestyle=dash) ;  
Q3 := animate(plot, [y4, x=0..0,8], t=1..3,3161, view=[0..0,8, -0,005..0,005], frames=120,  
color=blue) ;  
display( [P3,Q3] ) ;
```

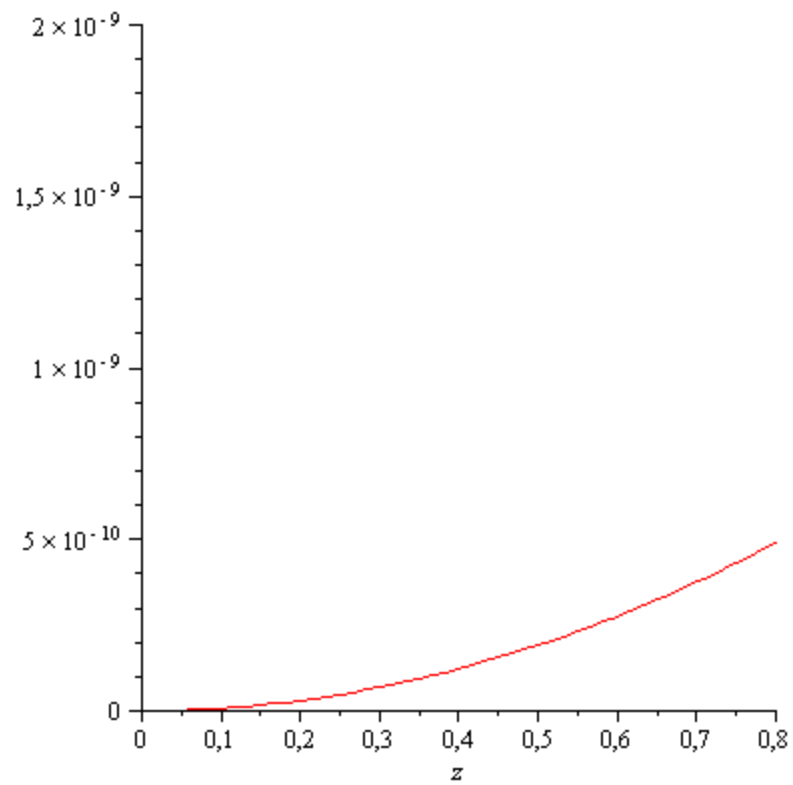
6.2 Courbes représentant la déformée en flexion de la raquette à différents temps donnés:



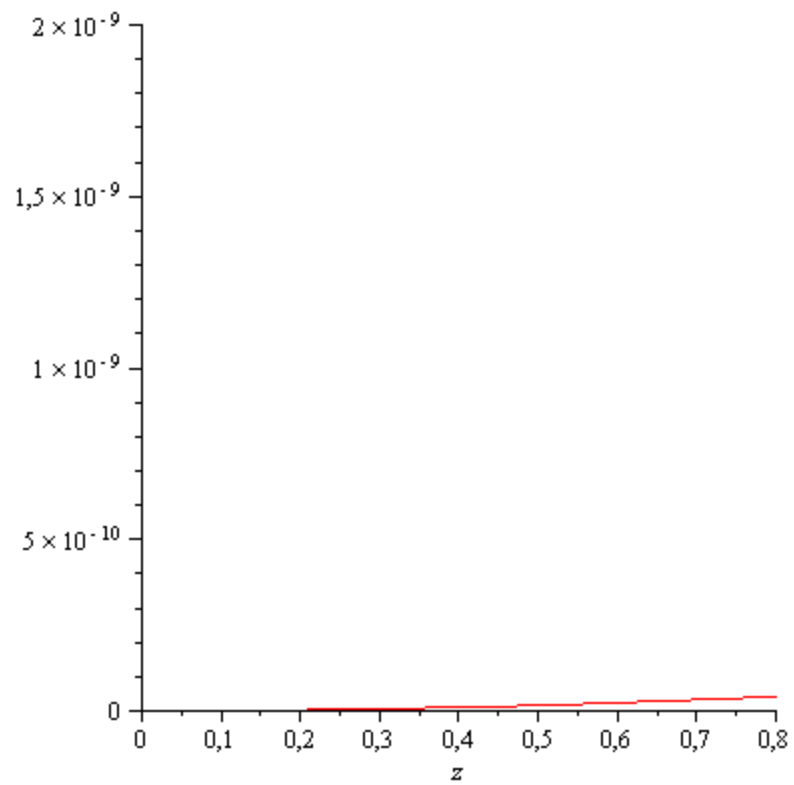
➤ $t=0$:



➤ $t=4$:



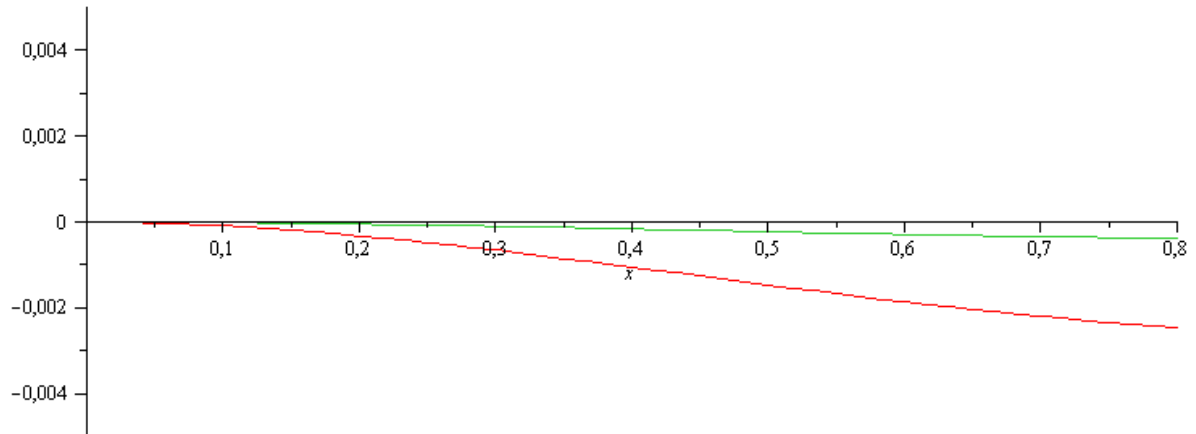
➤ $t=8$:



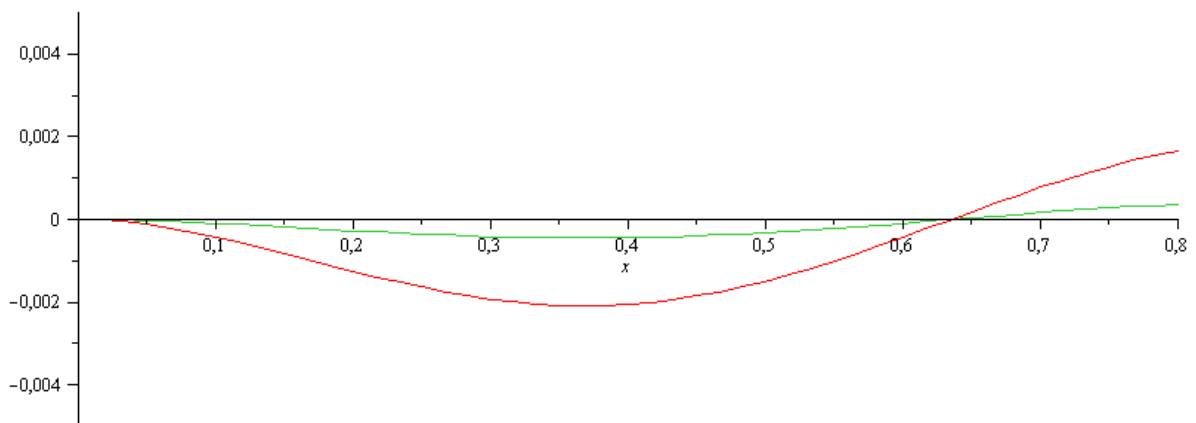
➤ $t=30$:

6.3 Courbes modélisant les oscillations dues à l'impact d'une balle sur une raquette de tennis suivant qu'elle soit équipée de fibres piézoélectriques (courbes vertes) ou non (courbes rouges):

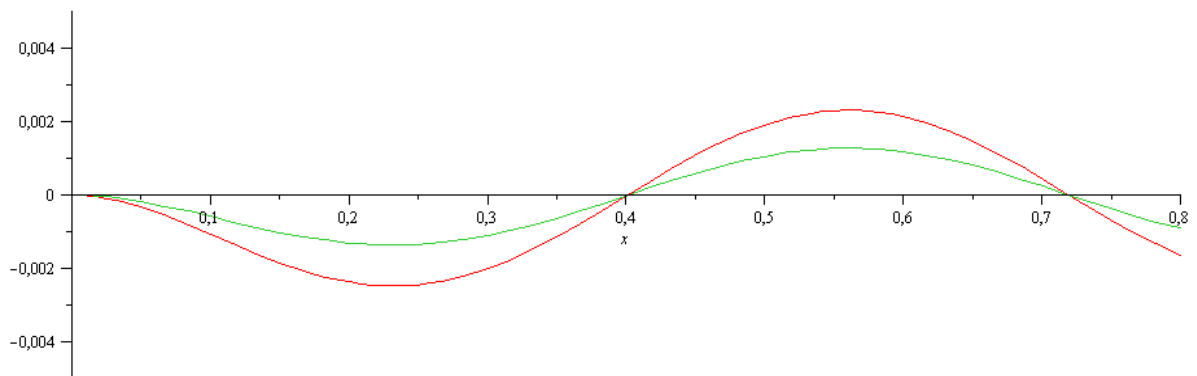
➤ $a_1 = 2,34375$:



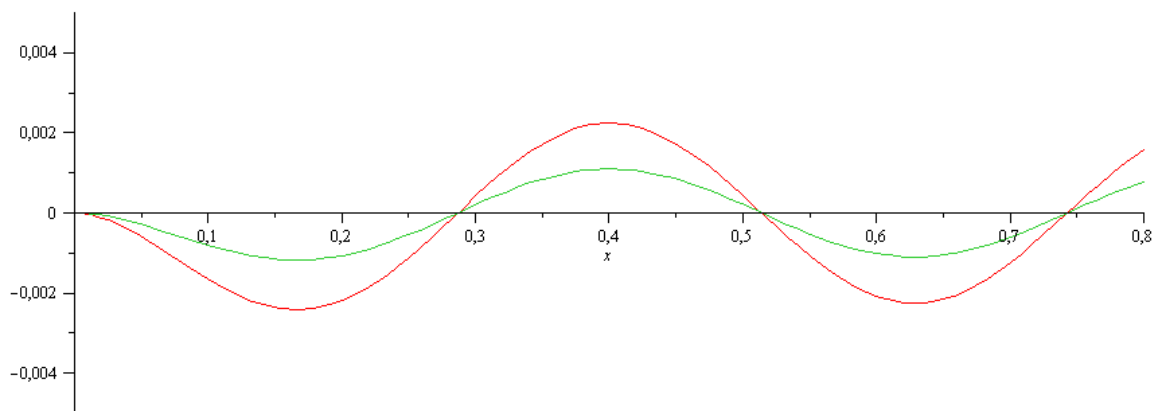
➤ $a_2 = 6,205$:



➤ $a_3 = 9,81875$:



➤ $a_4 = 13,745$:



6.4 Propositions de sujets de projets (en lien ou pas avec le projet réalisé)

Approche plus expérimentale des matériaux piézoélectriques

Cas particulier de contrôle passif des vibrations (ex: système de suspensions d'une voiture)