Traitement du signal

ASI3 – Examen Final janvier 2008

durée : 2h, documents autorisés, sans calculatrice.

Exercice Echantillonnage (2 points)

Un signal analogique est échantillonné à la fréquence 12KHz. Une TFD est calculée sur 1024 points. Quelle est la résolution fréquentielle de la TFD obtenue en utilisant une fenêtre de rectangulaire? Une fenêtre de Hanning ? Une fenêtre de Blackman ? En admettant qu'on ne puisse pas récupérer d'échantillon supplémentaire, comment améliorer cette résolution ?

Exercice Système linéaire (8points)

Soit un système discret défini par l'équation aux différences suivante :

$$y[n]=x[n]+ay[n-1] \quad \text{avec} \quad a>0 \ .$$

i. Calculer la réponse impulsionnelle causale du système.
ii. Quelle est la condition de stabilité du système ?
ii. En admettant que le système est stable, s'agit t'il d'un système de type RIF ou RII (justifier) ?
iii. Calculer la réponse du système au signal $x[n]=\Gamma[n]e^{j\omega_0 n}$ avec $\omega_0 \in \mathbb{R}$ sachant que la condition initiale est y[n] = 0 pour n < 0.
iv. Montrer que y[n] peut se décomposer en 2 termes dont l'un caractérise la réponse en régime transitoire et l'autre caractérise la réponse en régime permanent. En déduire la nature du signal en régime permanent.

Exercice TZ inverse (4 points)

Soit un système défini par $H(z)=\dfrac{z^3-\frac{z^2}{3}+\frac{2z}{3}}{z^2-\frac{z}{3}+\frac{1}{3}}$ avec $|z|>1$.

Déterminer sa réponse impulsionnelle, et étudier sa causalité ainsi que sa stabilité.

Exercice TFD (6 points)

Soit un signal numérique défini par $s(n)=\cos(2\pi f_0 n)$ observé sur N points : n ∈ [0,N-1].

1. Rappeler la définition de la TFD S(k) de s(n) calculée sur K points, pour k ∈ [0,K-1]
2. En transformant cette écriture sous la forme donnée en eq. 1 : déterminer l'écriture de A,B,C et D en fonction de f_0,k,N et K

   (eq. 1) $S(k)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1-e^A}{1-e^B}+\dfrac{1-e^C}{1-e^D}\right)$

3. On suppose désormais que K=N, et que $f_0=\dfrac{\alpha}{K}$, avec $\alpha \in \mathbb{N}$. Donner dans ce cas les valeurs de A,B,C et D
4. Rappeler la propriété de la TFD induite par l'échantillonnage du signal d'entrée. Illustrer cette propriété à l'aide de l'équation 1.