Correction – Exercice complémentaire C1 : Conception d'une alimentation USB embarquée

1. **Puissance maximale fournie au téléphone**

   La puissance électrique fournie au téléphone est : $P_{\text{USB}} = U_{\text{USB}} I_{\text{USB}}$.

   Pour un téléphone consommant le courant maximal de 2 A :

   $$\boxed{P_{\text{USB}} = 5,0 \times 2,0 = 10\,\text{W}}$$

2. **Puissance absorbée par le convertisseur**

   Le rendement du convertisseur est défini par : $\eta = \dfrac{P_{\text{USB}}}{P_e}$.

   On en déduit :

   $$\boxed{P_e = \frac{P_{\text{USB}}}{\eta} = \frac{10}{0,90} \simeq 11,11\,\text{W}}$$

   Le convertisseur absorbe donc environ 11,11 W à son entrée pour fournir 10 W au téléphone.

   La différence correspond aux pertes internes du convertisseur : $P_{\text{pertes,conv}} = P_e - P_{\text{USB}}$.

   $$\boxed{P_{\text{pertes,conv}} \simeq 1,11\,\text{W}}$$

3. **Branchement direct du téléphone à la batterie**

   a. **Chute de tension dans la batterie et le câble**

   La résistance totale entre la source idéale de tension et le téléphone vaut : $R_{\text{tot}} = r + R_c = 0,10 + 0,20 = 0,30\,\Omega$.

   En supposant un courant de 2 A, la chute de tension est :

   $$\boxed{\Delta U = (r + R_c) I = 0,30 \times 2,0 = 0,60\,\text{V}}$$

   b. **Tension aux bornes du téléphone**

   D'après la loi des mailles : $E = \Delta U + U_{\text{tel}}$.

   On obtient :

   $$\boxed{U_{\text{tel}} = E - \Delta U = 12,6 - 0,6 = 12,0\,\text{V}}$$

   c. **Rôle du convertisseur DC/DC**

   La tension obtenue est nettement supérieure à la tension USB requise, égale à 5 V.

   Le téléphone ne doit donc pas être branché directement à la batterie par son entrée USB.

   Le convertisseur DC/DC permet :

   - d'abaisser la tension de la batterie à 5 V ;
   - de réguler cette tension malgré les variations de la tension d'entrée ;
   - de transférer l'énergie électrique avec un rendement élevé.

   Remarque : le courant de 2 A est ici une hypothèse de calcul. En l'absence de convertisseur, le courant réellement absorbé par le téléphone ne peut pas être déterminé à partir des seules données de l'énoncé.

4. **Caractéristiques électriques et points de fonctionnement**

   Le convertisseur est supposé absorber une puissance constante : $P_e = 11,11\,\text{W}$.

   a. **Caractéristique du convertisseur**

   La puissance électrique absorbée par le convertisseur est : $P_e = U_e I_e$.

   On en déduit :

   $$\boxed{U_e = \frac{P_e}{I_e}}$$

Pour $I_e > 0$, la caractéristique du convertisseur est donc une **hyperbole décroissante**.

Lorsque le courant augmente, la tension nécessaire pour maintenir une puissance constante diminue.

b. Générateur de Thévenin équivalent

L'ensemble constitué de la batterie réelle et du câble peut être modélisé par un générateur de Thévenin équivalent.

Sa force électromotrice est :

$$\boxed{E_{\text{Th}} = E = 12{,}6\,\text{V}}$$

Sa résistance interne équivalente est :

$$\boxed{R_{\text{Th}} = r + R_c = 0,10 + 0,20 = 0{,}30\,\Omega}$$

La caractéristique du générateur s'écrit :

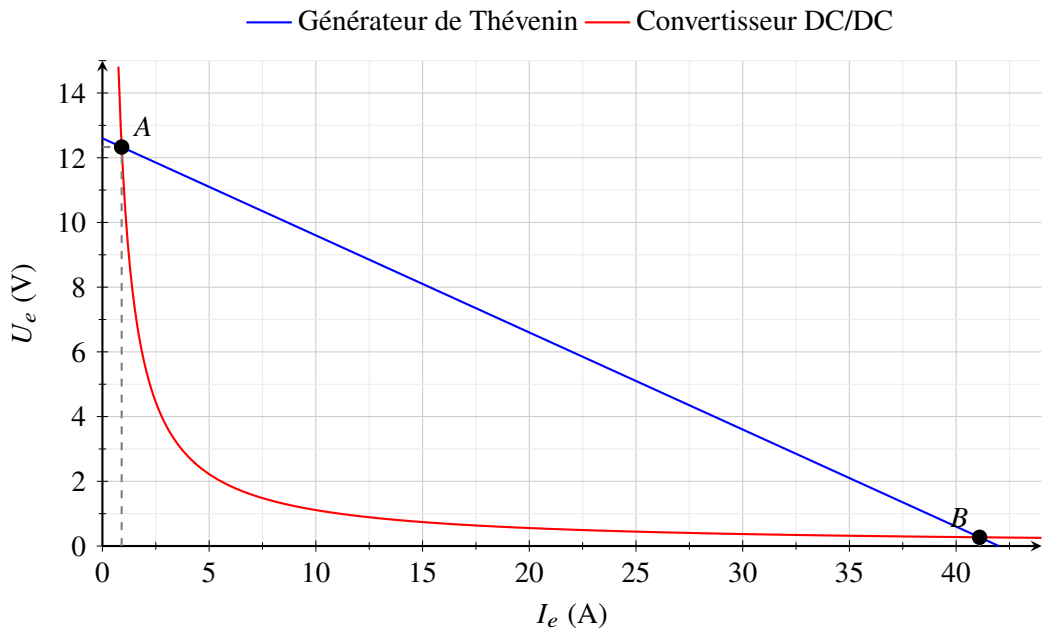
$$\boxed{U_e = E_{\text{Th}} - R_{\text{Th}} I_e = 12,6 - 0,30 I_e}$$

Il s'agit d'une **droite décroissante** passant par les points :

- $I_e = 0$ et $U_e = 12{,}6\,\text{V}$: fonctionnement à vide ;
- $U_e = 0$ et $I_e = I_{\text{cc}}$: court-circuit théorique.

Le courant de court-circuit théorique vaut :

$$\boxed{I_{\text{cc}} = \frac{E_{\text{Th}}}{R_{\text{Th}}} = \frac{12,6}{0,30} = 42\,\text{A}}$$



c. Détermination graphique des points de fonctionnement

Le point de fonctionnement correspond à l'intersection des caractéristiques du générateur et du convertisseur.

Il doit donc vérifier simultanément :

$$\begin{cases} U_e = E - R_{\text{Th}} I_e \\ U_e = \dfrac{P_e}{I_e} \end{cases}$$

Graphiquement, on observe deux intersections :

- une première pour un courant faible et une tension proche de E ;
- une seconde pour un courant très élevé et une tension proche de zéro.

d. Détermination analytique des points de fonctionnement

À l'intersection des deux caractéristiques : $E - R_{\text{Th}} I_e = \dfrac{P_e}{I_e}$.

En multipliant par I_e, on obtient : $E I_e - R_{\text{Th}} I_e^2 = P_e$.

Le courant vérifie donc l'équation du second degré :

$$\boxed{R_{\text{Th}} I_e^2 - E I_e + P_e = 0}$$

Numériquement :

$$0,30 I_e^2 - 12,6 I_e + 11,11 = 0$$

Le discriminant vaut : $\Delta = E^2 - 4 R_{\text{Th}} P_e$.

$$\Delta = 12,6^2 - 4 \times 0,30 \times 11,11 \simeq 145,43 > 0$$

Il existe donc deux solutions réelles :

$$I_{e,1} = \frac{E - \sqrt{\Delta}}{2R_{\text{Th}}} \qquad \text{et} \qquad I_{e,2} = \frac{E + \sqrt{\Delta}}{2R_{\text{Th}}}$$

Les applications numériques donnent :

$$\boxed{I_{e,1} \simeq 0{,}901\,\text{A}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{I_{e,2} \simeq 41{,}10\,\text{A}}$$

e. Tensions et pertes Joule aux deux points de fonctionnement

La tension d'entrée du convertisseur est : $U_e = E - R_{\text{Th}} I_e$.

Les pertes par effet Joule dans la batterie et le câble sont : $P_J = R_{\text{Th}} I_e^2$.

Premier point de fonctionnement :

Pour $I_{e,1} \simeq 0{,}901$ A :

$$U_{e,1} = 12,6 - 0,30 \times 0,901 \simeq \boxed{12{,}33\,\text{V}}$$

$$P_{J,1} = 0,30 \times 0,901^2 \simeq \boxed{0{,}244\,\text{W}}$$

Second point de fonctionnement :

Pour $I_{e,2} \simeq 41{,}10$ A :

$$U_{e,2} = 12,6 - 0,30 \times 41,10 \simeq \boxed{0{,}270\,\text{V}}$$

$$P_{J,2} = 0,30 \times 41,10^2 \simeq \boxed{507\,\text{W}}$$

Interprétation :

Le premier point correspond au fonctionnement normal attendu : le convertisseur reçoit une tension proche de celle de la batterie et les pertes Joule sont faibles.

Le second point correspond à un régime de très forte intensité, proche du court-circuit théorique. La quasi-totalité de la puissance fournie par la source idéale est dissipée par effet Joule dans la batterie et le câble.

Cette seconde solution est mathématiquement valide dans le modèle à puissance constante, mais ne correspond pas au fonctionnement normal recherché. Le comportement réel du convertisseur dans ce régime dépendrait notamment de ses limites de fonctionnement et de ses protections.

Pour la suite, on retient donc :

$$\boxed{I_e \simeq 0{,}901\,\text{A} \quad ; \quad U_e \simeq 12{,}33\,\text{V}}$$

5. Bilan de puissance de l'installation

On considère uniquement le point de fonctionnement normal : $I_e \simeq 0{,}901$ A.

La puissance fournie par le générateur idéal de force électromotrice E est :

$$\boxed{P_E = EI_e = 12,6 \times 0,901 \simeq 11{,}355\,\text{W}}$$

Les pertes par effet Joule dans la résistance interne de la batterie sont :

$$P_r = rI_e^2 = 0,10 \times 0,901^2 \simeq \boxed{0{,}081\,\text{W}}$$

Les pertes par effet Joule dans le câble sont :

$$P_c = R_c I_e^2 = 0,20 \times 0,901^2 \simeq \boxed{0{,}162\,\text{W}}$$

La puissance totale dissipée par effet Joule vaut donc :

$$\boxed{P_J = P_r + P_c \simeq 0{,}244\,\text{W}}$$

La puissance disponible à l'entrée du convertisseur est :

$$P_e = P_E - P_J \simeq 11,355 - 0,244 \simeq \boxed{11{,}111\,\text{W}}$$

On retrouve bien la puissance calculée à la question 2.

En tenant compte des pertes internes du convertisseur :

$$\boxed{P_E = P_r + P_c + P_{\text{pertes,conv}} + P_{\text{USB}}}$$

Numériquement :

$$11,355 \simeq 0,081 + 0,162 + 1,111 + 10$$

Le bilan énergétique est donc cohérent : la puissance fournie par la source idéale se répartit entre la puissance utile transmise au téléphone et les différentes pertes de l'installation.

6. Branchement simultané de deux téléphones

Les deux téléphones sont identiques et consomment chacun une puissance maximale de 10 W.

La puissance totale fournie par le convertisseur devient :

$$\boxed{P_{\text{USB}} = 2 \times 10 = 20\,\text{W}}$$

Le rendement du convertisseur étant supposé inchangé :

$$\boxed{P_e = \frac{20}{0,90} \simeq 22{,}22\,\text{W}}$$

Seule la puissance demandée au convertisseur est modifiée. Les paramètres E, r et R_c restent inchangés.

La caractéristique du convertisseur devient : $U_e = \dfrac{22,22}{I_e}$.

L'équation du point de fonctionnement est donc :

$$0,30I_e^2 - 12,6I_e + 22,22 = 0$$

En retenant la solution correspondant au fonctionnement normal :

$$\boxed{I_e \simeq 1{,}845\,\text{A}}$$

La tension d'entrée du convertisseur vaut :

$$U_e = 12,6 - 0,30 \times 1,845 \simeq \boxed{12{,}05\,\text{V}}$$

Interprétation :

Lorsque deux téléphones sont connectés, la puissance demandée au convertisseur double. Le courant absorbé à l'entrée augmente, ce qui provoque une chute de tension plus importante dans la batterie et le câble.

Le courant d'entrée ne double pas exactement, car la tension d'entrée diminue également.

Les pertes Joule deviennent :

$$P_J = 0,30 \times 1,845^2 \simeq \boxed{1{,}02\,\text{W}}$$

Elles sont environ quatre fois plus importantes qu'avec un seul téléphone, en raison de leur dépendance quadratique avec le courant.

7. Influence du vieillissement de la batterie

Après vieillissement, la résistance interne de la batterie devient : $r = 0{,}60\,\Omega$.

La nouvelle résistance de Thévenin équivalente vaut :

$$\boxed{R_{\text{Th}} = r + R_c = 0,60 + 0,20 = 0{,}80\,\Omega}$$

On considère toujours deux téléphones, donc : $P_e \simeq 22{,}22\,\text{W}$.

L'équation du point de fonctionnement devient :

$$0,80I_e^2 - 12,6I_e + 22,22 = 0$$

En retenant la solution correspondant au fonctionnement normal :

$$\boxed{I_e \simeq 2{,}024\,\text{A}}$$

La tension d'entrée du convertisseur vaut :

$$U_e = 12,6 - 0,80 \times 2,024 \simeq \boxed{10{,}98\,\text{V}}$$

Les pertes Joule dans la batterie et le câble deviennent :

$$P_J = R_{\text{Th}} I_e^2 = 0,80 \times 2,024^2 \simeq \boxed{3{,}28\,\text{W}}$$

Comparaison avec la batterie neuve :

	Batterie neuve	Batterie vieillie
R_{Th} (Ω)	0,30	0,80
I_e (A)	1,845	2,024
U_e (V)	12,05	10,98
P_J (W)	1,02	3,28

Interprétation :

Le vieillissement de la batterie provoque une augmentation de sa résistance interne.

Pour maintenir la même puissance d'entrée du convertisseur :

- le courant absorbé augmente ;

- la chute de tension dans la batterie et le câble augmente ;
- la tension disponible à l'entrée du convertisseur diminue ;
- les pertes par effet Joule augmentent fortement.

Les pertes Joule passent de 1,02 W à 3,28 W, soit une multiplication par environ $3,2$.

La tension d'entrée diminue quant à elle d'environ 1,07 V.

Le convertisseur doit donc absorber davantage de courant pour maintenir la puissance demandée par les deux téléphones.

Conclusion :

Le vieillissement de la batterie dégrade les conditions d'alimentation du convertisseur et augmente les pertes énergétiques.