

1 Lois générales

Entraînement libre à faire en autonomie

Objectif : Revoir les lois fondamentales de l'électricité avant (si possible) la première séance de travaux dirigés.

Exercice 1 – Lois de Kirchhoff : Loi des nœuds. Déterminer la valeur de i_4 sur chacun des schémas suivants.

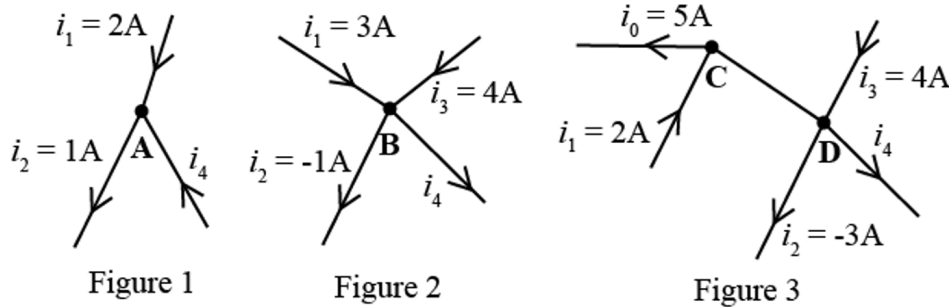


FIGURE 1 – Application de la loi des nœuds.

Réponses : Figure 1 : $i_4 = -1$ A, Figure 2 : $i_4 = 8$ A, Figure 3 : $i_4 = 4$ A.

Exercice 2 – Lois de Kirchhoff : Loi des mailles. Calculer les valeurs des tensions U_2 .

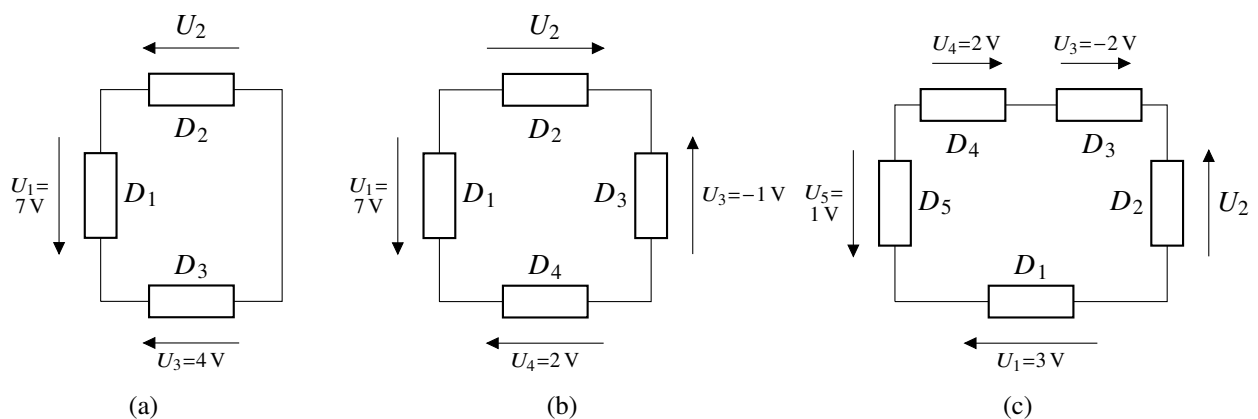


FIGURE 2 – Application de la loi des mailles.

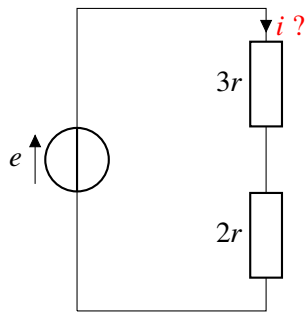
Réponses : 1) $U_2 = -3$ V, 2) $U_2 = 4$ V, 3) $U_2 = 2$ V

Semaine 37 – Séance 1

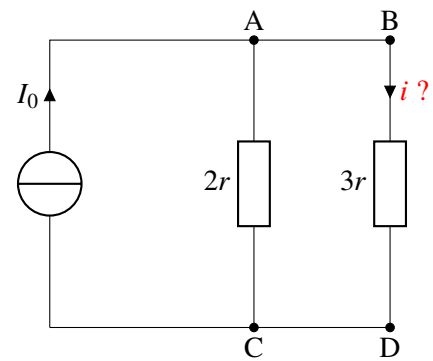
Exercice 3 – Détermination d'intensité et de tension sur des circuits simples

Objectif : Appliquer les lois de Kirchhoff pour déterminer une grandeur électrique inconnue dans un circuit simple.

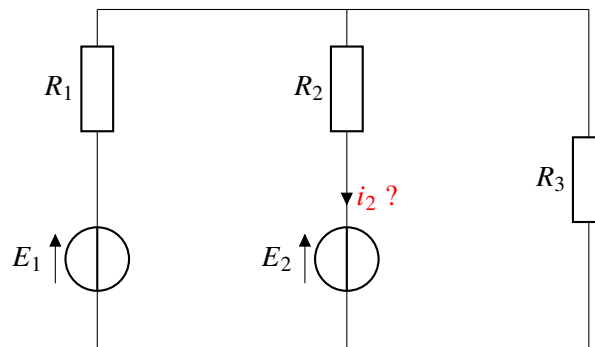
- Déterminer la grandeur électrique demandée (i ou i_2) dans chacun des cas suivants. On vérifiera systématiquement la pertinence du résultat obtenu :
 - dimension de la grandeur calculée ;
 - signe du résultat ;
 - cohérence avec les conventions choisies sur le schéma.
- Dans la figure 3c,



(a) Ex. 1



(b) Ex. 2



(c) Ex. 3

FIGURE 3 – Étude de circuits simples par les lois de Kirchhoff.

- a. Où positionner l'ampèremètre pour mesurer l'intensité du courant i dans la résistance R_2 ? dans le générateur de fém E_1 ?
- b. Où positionner le voltmètre pour mesurer la tension aux bornes de la résistance R_1 ? de la résistance R_3 extérieure ?

A préparer pour la semaine 38

Etudier le document sur les incertitudes.

Semaine 38 – Séance 2

Exercice 4 – Incertitudes en électricité

Objectif : Évaluer des incertitudes expérimentales, comme il sera pratiqué en TP.

On mesure une résistance par deux méthodes.

Deux types d'erreurs peuvent entacher une mesure, l'erreur systématique et l'erreur aléatoire.

Le calcul d'incertitude ne permet pas d'évaluer l'erreur systématique. On étudie ici deux méthodes d'évaluation de l'incertitude associée à l'erreur aléatoire.

1^{ère} méthode : Incertitude sur une mesure.

On mesure une tension U et une intensité I . On en déduit la résistance R sans arrondis. Le calcul d'incertitudes permet ensuite de déterminer le bon nombre de chiffres significatifs du résultat. À l'aide de la notice des appareils, on détermine les incertitudes ΔU et ΔI . Par propagation des incertitudes, on en déduit ΔR . On conclut en faisant la synthèse des résultats en tenant compte du bon nombre de chiffres significatifs.

Le voltmètre APPA97 indique une tension :

U en V				
1	5	.	6	8

L'ampèremètre M9803R indique une intensité :

I en mA				
2	2	3	.	8

Les notices indiquent :

Appareil	Calibre	Précision
APPA97	32 V	$\pm(0,5\% \text{ rdg} + 2d)$
M9803R	400 mA	$\pm(0,8\% \text{ rdg} + 5d)$

Calculer R et son incertitude.

2^{ème} méthode : Incertitude déterminée à partir de plusieurs mesures

n groupes de TP font chacun une mesure de U et de I pour une même résistance. On calcule ainsi n valeurs de R . On constate une dispersion des résultats. On écarte les valeurs aberrantes. La valeur expérimentale affectée à R est la moyenne des n mesures : $R = \bar{R}$.

L'incertitude de répétabilité associée à la mesure $\bar{R}$, pour un niveau de confiance de 95 %, est :

$$\Delta R = 2 \frac{s_R}{\sqrt{n}},$$

où s_R est l'estimateur de l'écart-type de la série de mesures.

Application : tableau des 14 mesures et valeurs statistiques.

Binôme	1	2	3	4	5	6	7
U (V)	4,525	8,332	12,35	0,436	1,025	2,036	3,587
I (A)	0,06490	0,1190	0,1738	0,006228	0,01430	0,02856	0,07254
R (Ω)	69,723	70,017	71,059	70,006	71,678	71,289	49,449

Binôme	8	9	10	11	12	13	14
U (V)	5,243	6,287	7,853	8,003	9,451	10,57	11,26
I (A)	0,07502	0,08979	0,1116	0,1168	0,1301	0,1523	0,1611
R (Ω)	69,888	70,019	70,367	68,519	72,644	69,402	69,894

Grandeur statistique	Valeur
R moyenne	68,854 Ω
Estimateur de l'écart-type	5,679 563 75 Ω

Calculer R et préciser l'intervalle et le niveau de confiance de ce résultat.

Exercice 5 – Réseau ramifié

Objectif : Appliquer les lois de Kirchhoff à un réseau comportant plusieurs mailles et plusieurs nœuds. Mettre en œuvre une démarche d'analyse qualitative avant la résolution analytique.

Le circuit de la figure 4 est constitué d'une source idéale de tension de force électromotrice E , d'une source idéale de courant d'intensité I_0 et de trois résistances R_1 , R_2 et R_3 .

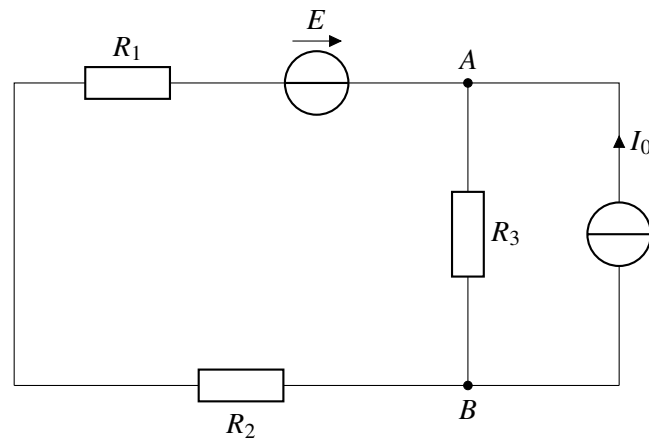


FIGURE 4 – Réseau ramifié.

Les données numériques sont :

E	I_0	R_1	R_2	R_3
39 V	200 mA	$10\ \Omega$	$20\ \Omega$	$30\ \Omega$

• **Analyse qualitative**

1. Combien y a-t-il de valeur d'intensité indépendantes dans ce circuit ?
2. Combien y a-t-il de potentiels électriques différents ?
3. Quels sont les sens conventionnels des différents courants ?
4. Classer (autant que possible) les différents potentiels.

• **Analyse quantitative**

5. Écrire les équations issues de la loi des nœuds et celles issues de la loi des mailles..
6. Déterminer l'intensité du courant dans chacun des dipôles en fonction d'une partie des paramètres E , I_0 , R_1 , R_2 et R_3 .
7. Choisir une masse (par exemple le point B), puis exprimer en fonction d'une partie des paramètres E , I_0 , R_1 , R_2 et R_3 les différents potentiels dans le circuit
8. Les résultats obtenus sont-ils cohérents avec l'analyse qualitative ?

A rédiger pour la semaine 39

- Préparation du TP 1 « Mesures de résistance »
- CONTRÔLE : Résolution d'un circuit électrique à l'aide des lois de Kirchhoff – Puissance d'un dipôle
- Faire / terminer la partie « Analyse quantitative » de l'exercice 5.

Semaine 39 – Séance 3

2 Réseaux linéaire

Exercice 6 – Théorème de l'équivalence Thévenin-Norton

Objectif : Utiliser le théorème de l'équivalence Thévenin-Norton.

Le modèle de Norton convient bien aux calculs d'intensité. Le modèle de Thévenin convient bien aux calculs de tension.

Dans les deux montages ci-dessous, $R_u = R$.

À l'aide de ce théorème, déterminer :

- dans le réseau 1, l'intensité dans R_u ;
- dans le réseau 2, la tension aux bornes de R_u .

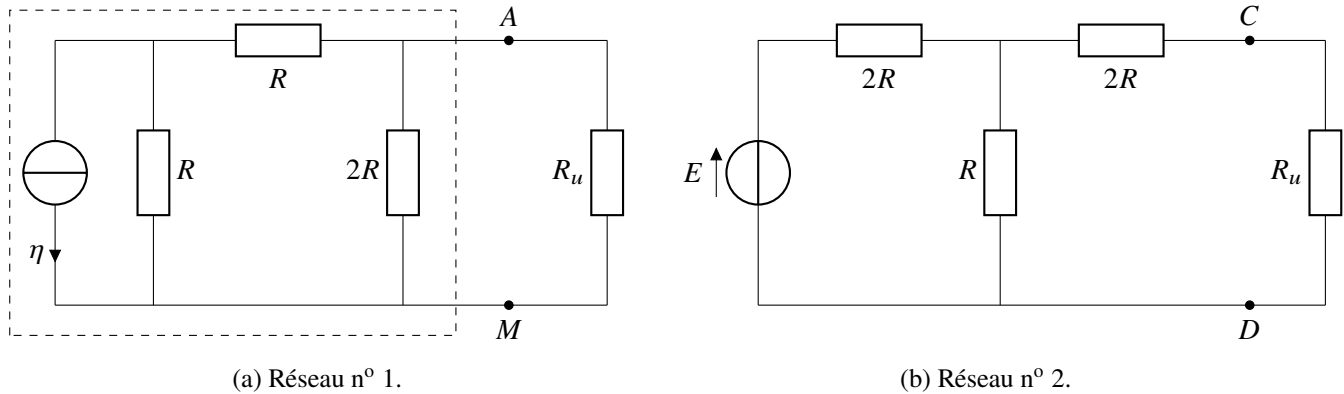


FIGURE 5 – Thévenin-Norton

Semaine 40 – Séance 4

Exercice 7 – Autour du panneau photovoltaïque

Dans les stratégies pour augmenter la part des énergies renouvelables dans le mix énergétique mondial, l'énergie solaire occupe une place en constante progression. L'énergie solaire peut être convertie en énergie électrique grâce à l'effet photo-électrique mis en œuvre dans les panneaux photovoltaïques.

En 2021, la production d'électricité d'origine photovoltaïque représentait 15,1 TWh avec une puissance installée de 13990 MWc (Données 2022 sur les énergies renouvelables en France, Ministère de la transition écologique). Un des inconvénients de l'énergie photovoltaïque est son facteur de charge faible (un panneau solaire produit sur une certaine durée seulement entre 6% et 21% de l'énergie qu'il aurait pu produire à sa puissance nominale sur la même durée). Par ailleurs, la technologie des panneaux photovoltaïques, solution permettant de décarboner la production d'électricité mondiale, peut néanmoins avoir un impact important sur l'environnement et les ressources.

Cet exercice est une étude des caractéristiques électriques d'un panneau photovoltaïque. Après avoir défini les grandeurs pertinentes à partir de la caractéristique du panneau, l'exercice en propose une modélisation à l'aide de dipôles électrocinétiques. Une dernière partie permettra de revenir sur les impacts environnementaux des panneaux solaires.

Partie A – Caractéristique du panneau solaire

La figure 6 suivante présente la caractéristique $i(U)$ d'un panneau photovoltaïque en convention générateur ainsi que la puissance fournie par ce panneau. La surface du panneau est de $1,50 \text{ m}^2$.

1. Proposer un protocole expérimental permettant de tracer ces courbes. Faire un schéma du circuit.
2. Dans les conditions d'utilisation du panneau, quels pourraient être les différents paramètres qui peuvent influencer sur la puissance fournie par le panneau à l'installation électrique qu'il alimente ?
3. Donner la définition du rendement du panneau photovoltaïque.
4. Calculer les rendements maximaux pour les différents éclaircissements.
5. On caractérise souvent les panneaux par leur puissance crête, notée W_c . Un watt-crête représente la puissance fournie sous un ensoleillement standard de 1000 W/m^2 à 25°C . Donner la puissance crête du panneau étudié avec son unité. Que peut-on conclure en lien avec la question 2. ?

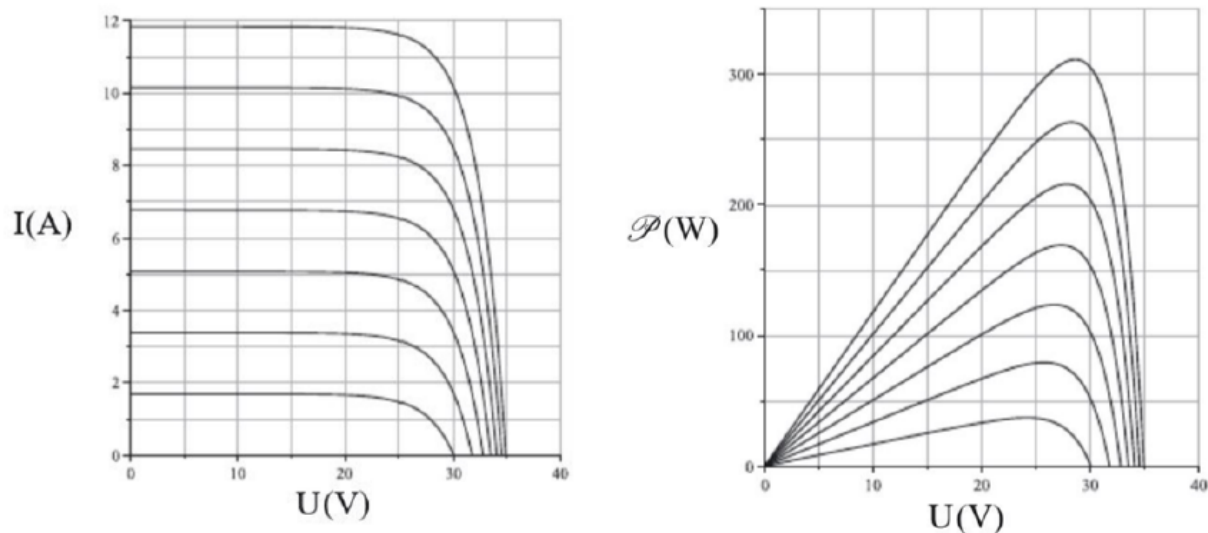


FIGURE 6 – *Gauche* : caractéristique d'un panneau photovoltaïque en convention générateur. *Droite* : Puissance délivrée par le panneau. Dans les deux cas, les différentes courbes correspondent à des flux lumineux ϕ variant de 200 W m^{-2} à 1400 W m^{-2} avec un pas de 200 W m^{-2} .

6. Sur le panneau sont affichées les données suivantes.

Peak Power	220 W
Voltage (V_{mp})	28 V
Current (I_{mp})	7,8 A
Open Circuit Voltage (V_{oc})	35 V
Short Circuit Current (I_{sc})	8,4 A

Identifier ces grandeurs sur les graphiques de la figure 6.

Partie B – Modélisation électrocinétique du panneau solaire

Pour une première modélisation du panneau photovoltaïque, on peut remarquer sur la caractéristique deux zones de fonctionnement. Pour les basses tensions, le panneau a un comportement proche d'un générateur idéal de courant. Au-delà d'une certaine tension, il a un comportement proche d'un générateur idéal de tension.

En première approximation, on peut donc modéliser une cellule photovoltaïque par le circuit de la figure 7 comportant une diode. Pour un éclairement de 1000 W/m^2 , on prendra :

$$R = 0,5 \Omega, \quad R_p = 100 \Omega, \quad I_0 = 8,4 \text{ A}, \quad E = 30 \text{ V}.$$

On donne aussi la caractéristique d'une diode idéale.

1. Rappeler le comportement d'un générateur idéal de tension et d'un générateur idéal de courant.
2. Dans un premier temps, on considère que la diode est bloquante.
 - a. Refaire le schéma équivalent dans ce cas.
 - b. Déterminer le générateur de Norton équivalent au panneau photovoltaïque.
 - c. Donner l'expression littérale puis numérique de la caractéristique $i(U)$ du panneau photovoltaïque.

La diode devient passante lorsque la condition de conduction est vérifiée, c'est à dire quand $U_d > 0$. Cette condition est équivalente à la condition $U > E$. Quand $U = E = 30 \text{ V}$, la valeur de l'intensité est de 8,1 A.

3. Déterminer le générateur de Thévenin équivalent au panneau photovoltaïque quand la diode est passante. Donner l'expression littérale puis numérique de la caractéristique $i(U)$ du panneau photovoltaïque.

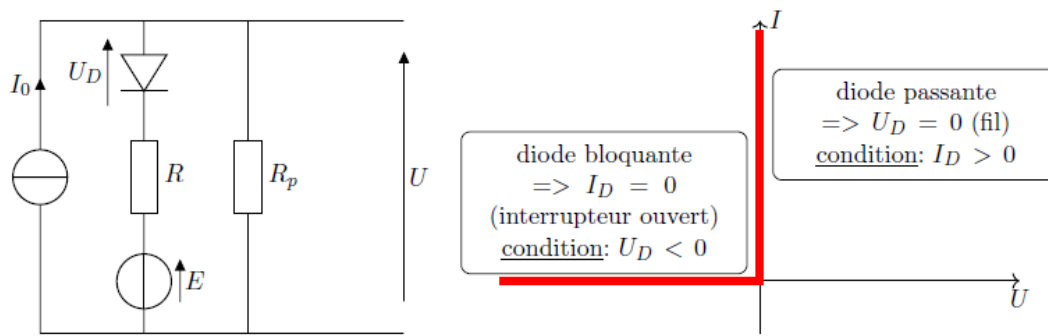


FIGURE 7 – Modèle équivalent d'un panneau photovoltaïque (à gauche) et caractéristique d'une diode idéale (à droite).

- Tracer l'allure de la caractéristique obtenue. Relier les différents paramètres du modèle aux caractéristiques du panneau étudiées dans la partie A. En particulier, que peut-on dire du courant I_0 ?
- Dans ce modèle, quelle est la puissance maximale fournie par le panneau ? Comparer à la valeur obtenue dans la partie A. Quelles sont les limites du modèle utilisé ici ?

A rédiger pour la semaine 41

Préparation du TP 2 « Etude d'une cellule photovoltaïque »

Semaine 41 – Séance 5 Suite de l'exercice 7

Partie C – Utilisation du panneau solaire

Le flux lumineux vaut $\Phi = 1000 \text{ W/m}^2$ et le panneau a une surface $S = 1,5 \text{ m}^2$. On branche aux bornes du panneau une résistance utile R_u .

- On veut obtenir une puissance maximale fournie par le panneau à la résistance. Déterminer graphiquement la valeur numérique de la résistance $R_{u,\max}$.
- On choisit une résistance $R_{u,1} = 2 \Omega$. Déterminer le point de fonctionnement de l'ensemble à l'aide du modèle précédent. Comparer aux valeurs mesurées graphiquement.
- Donner le rendement du panneau photovoltaïque dans les deux cas :
 - avec $R_{u,\max}$;
 - avec $R_{u,1}$.

Commenter.

Partie D – Impact de la fabrication du panneau solaire

Les panneaux photovoltaïques sont basés sur la technologie des semi-conducteurs au silicium. Leur fabrication nécessite une très grande quantité d'énergie. Cette énergie, appelée énergie grise, constitue une dette énergétique que le panneau doit « rembourser » au cours de sa durée de vie.

On appelle temps de retour énergétique le temps nécessaire pour rembourser cette dette. On considère que l'énergie grise d'un panneau solaire vaut : $E_g = 583 \text{ kW h/m}^2$.

On donne la carte de la puissance potentielle photovoltaïque moyenne sur la figure 8 et la carte de l'intensité carbone de l'électricité à la figure 9.

- Quel est le temps de retour énergétique d'un panneau solaire installé dans différentes zones du globe ? On prendra comme exemples la France, la Norvège, la Chine et les États-Unis.
- Quel est le temps de retour concernant les émissions de CO_2 d'un panneau solaire installé dans différentes zones du globe et fabriqué dans différentes zones du globe ? On reprendra les mêmes pays et on présentera les résultats sous forme de tableau croisé.

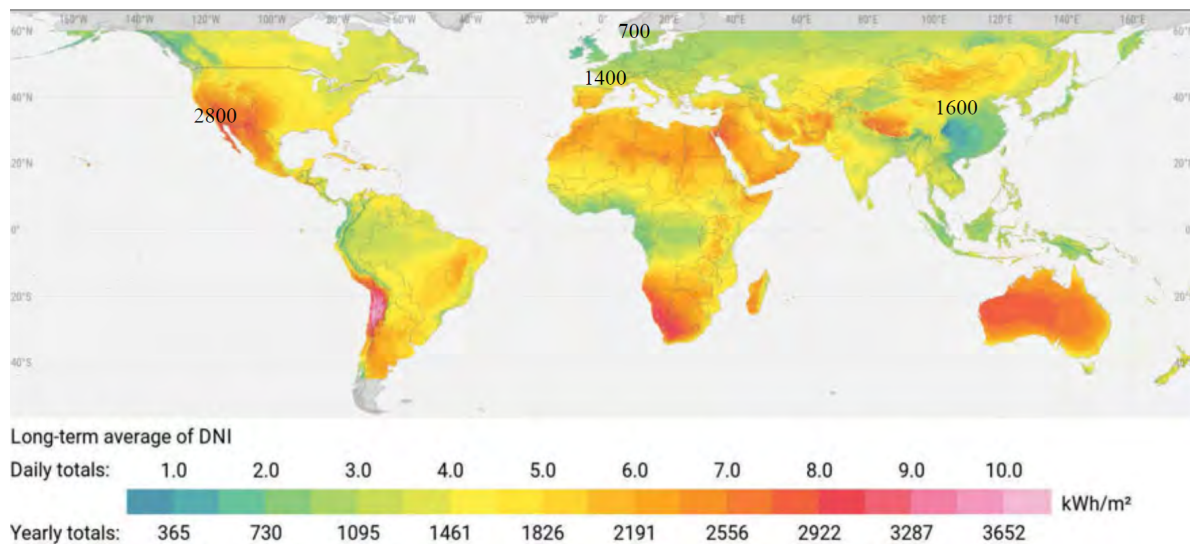


FIGURE 8 – Potentiel énergétique photovoltaïque moyen dans différentes zones du globe.

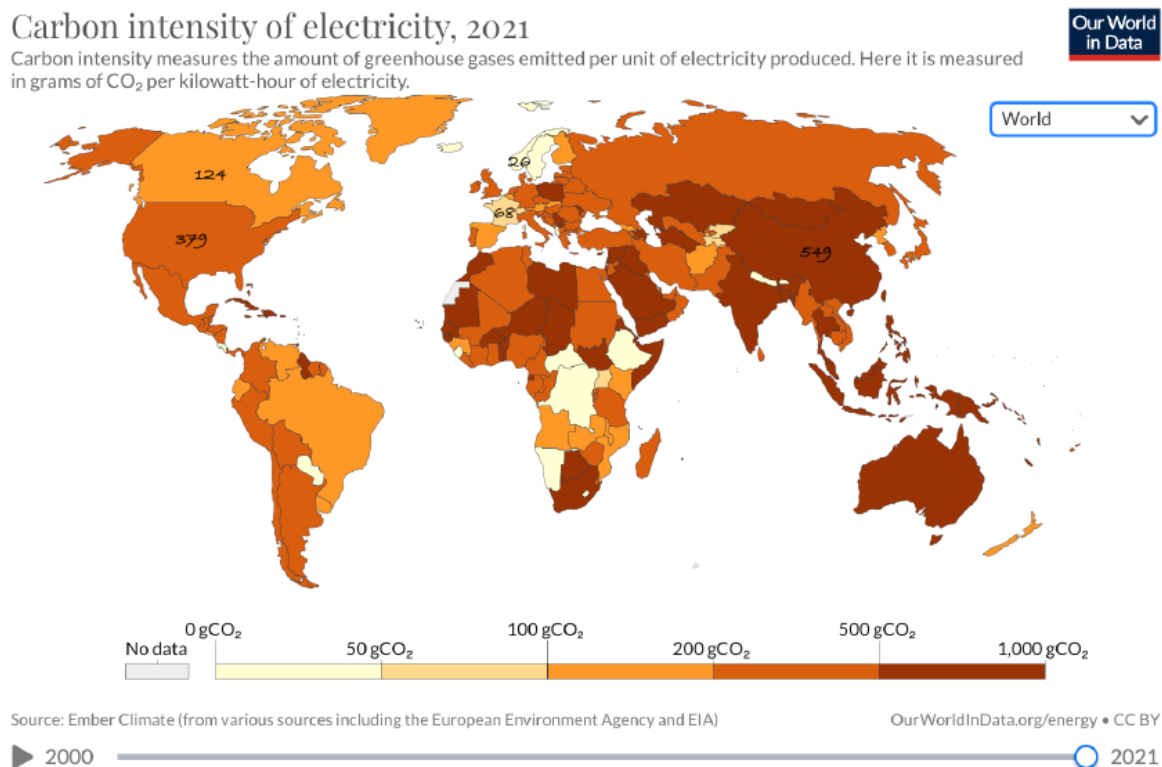


FIGURE 9 – Intensité carbone de l'électricité produite dans différents pays.

A rédiger pour la semaine 42 - séance 6

Exercice complémentaire C1 : Conception d'une alimentation USB embarquée

On souhaite installer une prise USB dans un véhicule ancien. La prise doit permettre de recharger un téléphone à partir de la batterie du véhicule.

La batterie est modélisée par un générateur réel de tension de force électromotrice $E = 12,6 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,10 \, \Omega$.

Le câble reliant la batterie au convertisseur est modélisé par une résistance $R_c = 0,20 \, \Omega$.

Le convertisseur DC/DC fournit une tension USB constante $U_{\text{USB}} = 5,0 \text{ V}$. Son rendement est $\eta = 90 \, \%$.

Le rendement du convertisseur est défini par $\eta = \frac{P_{\text{USB}}}{P_e}$ où P_{USB} est la puissance électrique fournie par le convertisseur au téléphone et P_e la puissance électrique absorbée par le convertisseur à son entrée.

Un téléphone peut consommer au maximum $I_{\text{USB}} = 2,0 \text{ A}$.

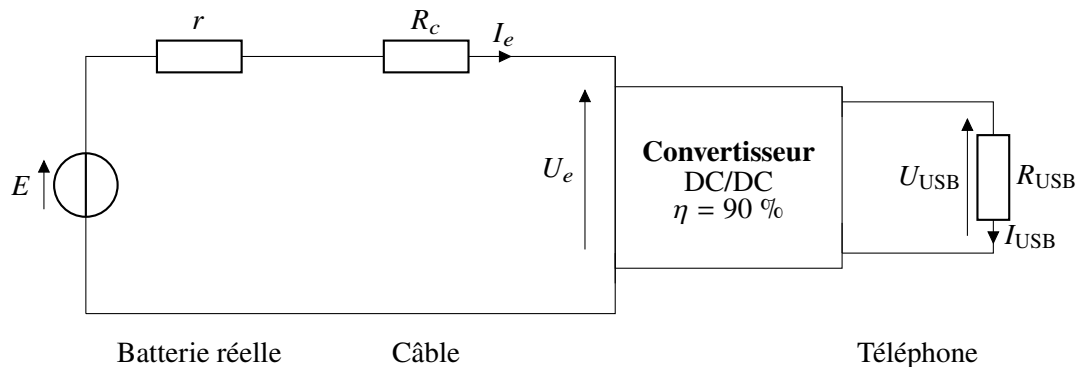


FIGURE 10 – Modélisation simplifiée d'une alimentation USB embarquée.

1. Calculer la puissance maximale P_{USB} fournie au téléphone.
2. À l'aide du rendement du convertisseur, calculer la puissance P_e absorbée par celui-ci à son entrée.
3. On envisage, dans un premier temps, de brancher directement le téléphone à la batterie, sans utiliser le convertisseur DC/DC.
 - a. En supposant que le courant consommé est de l'ordre de 2 A, calculer la tension aux bornes de l'ensemble constitué de la résistance interne r de la batterie et de la résistance R_c du câble.
Cette tension correspond à la chute de tension entre la source idéale de tension E et le téléphone.
 - b. En déduire un ordre de grandeur de la tension aux bornes du téléphone.
 - c. Le téléphone peut-il être alimenté directement par la batterie ? En déduire le rôle du convertisseur DC/DC dans l'installation.
4. On suppose désormais que le convertisseur fonctionne « normalement » et absorbe une puissance constante égale à la puissance P_e calculée à la question 2. On note la tension d'entrée du convertisseur U_e et le courant absorbé I_e .
 - a. Tracer l'allure de la caractéristique $U_e = f(I_e)$ du convertisseur pour $I_e > 0$.
 - b. Modéliser l'ensemble batterie + câble par un générateur de Thévenin équivalent vu depuis l'entrée du convertisseur. Déterminer ses paramètres et tracer sa caractéristique $U_e = f(I_e)$ sur le même graphique que celle du convertisseur.
 - c. Déterminer graphiquement le ou les points de fonctionnement possibles de l'installation.
 - d. Retrouver par calcul la valeur du/des points de fonctionnement en montrant que I_e vérifie une équation du second degré.
 - e. Calculer la tension U_e et les pertes par effet Joule pour chacun des deux points de fonctionnement.
Comparer les résultats obtenus et identifier le point correspondant au fonctionnement normal attendu de l'installation. Commenter l'autre solution.
5. On considère désormais uniquement le point de fonctionnement normal de l'installation. Calculer la puissance fournie par le générateur idéal de force électromotrice E , puis effectuer un bilan de puissance de l'installation.
6. On souhaite maintenant brancher deux téléphones identiques simultanément. Quel(s) paramètre(s) faut-il modifier dans les questions précédentes ? Déterminer le nouveau point de fonctionnement normal de l'installation.
7. Après plusieurs années d'utilisation, la résistance interne de la batterie augmente et devient $r = 0,60 \Omega$.
Déterminer l'influence de ce vieillissement sur le point de fonctionnement de l'installation lorsque deux téléphones sont connectés. Commenter.

3 Réseaux linéaire en régime sinusoïdal forcé

Exercice 8 – Tension, intensité, impédance et déphasage

Trois dipôles $R = 820 \Omega$, $L = 0,300 \text{ H}$ et $C = 0,470 \mu\text{F}$ sont associés en série.

L'intensité a pour équation horaire $i(t) = 7,00 \times 10^{-3} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$.

La fréquence vaut $f = 800 \text{ Hz}$.

1. Déterminer l'impédance $|Z|$ du dipôle RLC.
2. Déterminer le déphasage φ de la tension u par rapport à l'intensité i (u est la tension aux borne du dipôle RLC).
3. Déterminer l'expression de la tension $u(t)$ aux bornes du dipôle RLC.

Exercice 9 – Étude d'un oscillogramme

On réalise le montage représenté sur la figure 11.

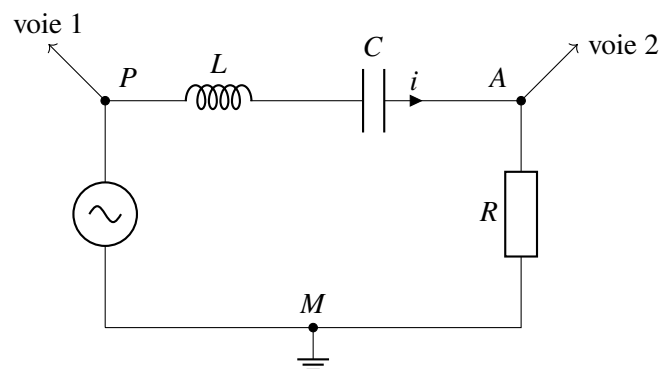


FIGURE 11 – Montage utilisé pour l'étude de l'oscillogramme.

Il comporte :

- un résistor de résistance $R = 10 \Omega$;
- une bobine d'inductance L et de résistance négligeable;
- un condensateur de capacité C .

L'ensemble est alimenté par un générateur fournissant une tension alternative sinusoïdale de fréquence f .

L'oscillogramme obtenu est reproduit sur la figure 12.

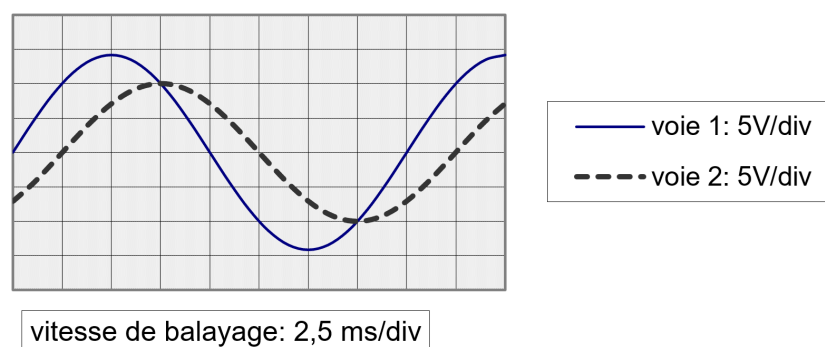


FIGURE 12 – Oscillogramme obtenu.

1. Dédire de l'oscillogramme les valeurs de la fréquence f , l'impédance Z du dipôle (P, M) et du déphasage ψ de l'intensité i par rapport à la tension appliquée aux bornes de tout le circuit.
2. Donner l'expression numérique de l'intensité instantanée $i(t)$ et de la tension instantanée $u_{PM}(t)$ en fonction du temps.
3. Déterminer, en fonction de R , L , C et ω , les expressions littérales de l'impédance complexe $\underline{Z}$ et de ψ .
On donne $C = 20 \mu\text{F}$. En déduire la valeur de L .

A rédiger pour la semaine 43

Préparation du TP3 « Mesure à l'oscilloscope »

Semaine 43 – Séance 7

Exercice 10 – Résolution d'un réseau en représentation complexe

Le circuit de la figure 13 est alimenté par une source de tension sinusoïdale : $u(t) = U_{\max} \cos(\omega t)$ de fréquence : $f = 50 \text{ Hz}$.

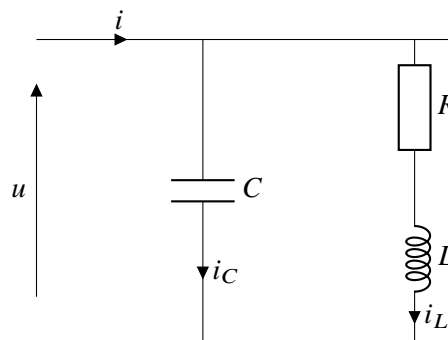


FIGURE 13

1. Quelle est la représentation complexe de $u(t)$?

Donner, en fonction de R , L , C , ω et $\underline{u}$, les expressions des grandeurs instantanées complexes $\underline{i}_C$ et $\underline{i}_L$.

En déduire :

- les amplitudes $I_{C,\max}$ et $I_{L,\max}$;
- les déphasages respectifs ψ_C et ψ_L de ces courants par rapport à u .

Effectuer l'application numérique.

2. De même, donner l'expression littérale de $\underline{i}$, puis de l'amplitude $I_{\max}$ et du déphasage ψ de ce courant par rapport à u .

On donne :

$$U_{\max} = 12 \text{ V}, \quad C = 1 \mu\text{F}, \quad L = 100 \text{ mH}, \quad R = 200 \Omega.$$

Exercice 11 – Théorème en représentation complexe

Objectif : Appliquer les équivalences de Thévenin et Norton en représentation complexe.

On considère le circuit de la figure 14.

Les données sont :

$$E_{\max} = 120 \text{ V}, \quad f = 50 \text{ Hz}, \quad L = 12,8 \text{ mH}, \quad C = 50 \mu\text{F}, \quad \underline{Z} = 5 + 4j.$$

1. Par un calcul littéral, déterminer le modèle équivalent de Thévenin du dipôle MN vu de $\underline{Z}$.

Faire l'analyse dimensionnelle des résultats obtenus.

Effectuer l'application numérique.

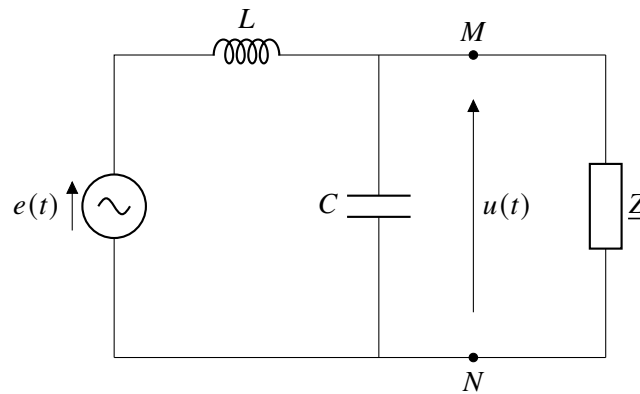


FIGURE 14

- Déterminer, par un calcul numérique uniquement, la tension instantanée $u(t)$ aux bornes de $\underline{Z}$.

A préparer pour la semaine 46 - séance 8

Apporter votre ordinateur portable, **chargé** après avoir installé Latis Pro (version découverte).

Télécharger le fichier d'installation sur moodle dans l'onglet Documents de TD et installer la version découverte.

Semaine 46 – Séance 8 TD numérique n° 1

Exercice 12 – Spectre avec Latis Pro

Préparation : apporter votre ordinateur après avoir installé Latis Pro en version découverte.

On choisit une tension u_e de forme sinusoïdale, avec :

- une fréquence comprise entre 100 Hz et 200 Hz ;
- une amplitude comprise entre 1 V et 10 V.

Nous allons créer dans Latis Pro deux variables : Temps et u_e .

- Créer la variable Temps, en précisant son unité, dans :

Tableur / onglet Variables / Nouvelle

La variable Temps se remplit en utilisant les commandes :

Tableur / onglet Variables / Remplir avec une rampe

Proposer une durée et un nombre de points à utiliser pour créer la variable Temps.

- Donner l'expression littérale de la tension $u_e(t)$. Écrire cette expression dans la feuille de calcul et exécuter avec F2.
- Représenter la courbe u_e en fonction du temps dans une fenêtre.
- Dans l'onglet Traitements / Calculs spécifiques / Analyse de Fourier représenter le spectre de la fonction.

Vérifier que vous obtenez bien la fréquence et l'amplitude choisies au début.

- Faire maintenant la somme de deux signaux sinusoïdaux.

Vous choisirez pour le deuxième signal :

- une fréquence comprise entre 1 kHz et 2 kHz ;
- une amplitude comprise entre 1 V et 10 V.

Représenter le signal en fonction du temps ainsi que son spectre.

- Rajouter à l'expression de la question précédente une valeur continue. Quelle est la valeur moyenne du signal ? Effectuer l'analyse de Fourier et commenter.

7. On va maintenant créer un signal rectangulaire. Recopier dans la feuille de calcul le code ci-dessous.

```
Vo=5 //Amplitude du signal
fo=100 //fréquence du fondamental

Vm=4*Vo/pi //Amplitude du fondamental
e=0*Temps/Temps //initialisation de e

N=-1 // initialisation n° harmonique

REPETER 5 // partie répétée 5 fois
N=N+1 // incrément n° harmonique
cosN=Vm/(2*N+1)*cos(2*pi*fo*(2*N+1)*Temps+pi/2) // harmonique N
e=e+cosN
FIN
```

Commenter le programme.

Modifier le programme, puis effectuer l'analyse de Fourier.

À rédiger pour la semaine 47

Préparation du TP 4 « Spectre d'un signal »

Semaine 47 – Séance 9

4 Filtrage

Semaine 47 – Séance 9

Exercice 13 – Filtre inductif

Objectif : Déterminer les propriétés d'un filtre.

Le dipôle R, L représenté sur la figure 15 fonctionne en régime sinusoïdal forcé

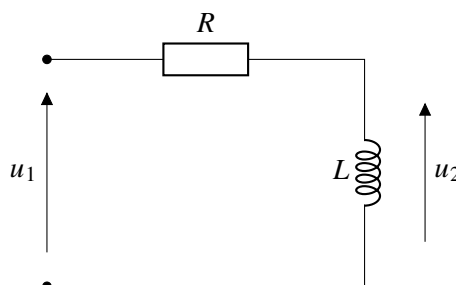


FIGURE 15 – Filtre inductif R - L .

1. Déterminer sa fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1}$ en fonction de R, L et ω . Quel est l'ordre de cet opérateur ?
2. Déterminer la bande passante à -3 dB de ce filtre. En déduire la nature du filtre.
3. La nature de ce filtre n'aurait-elle pas pu être identifiée plus simplement, sans calcul ?

Exercice 14 – Phénomène de résonance

Objectif : Mettre en évidence le lien entre le filtrage et le phénomène de résonance.

On considère l'opérateur représenté sur la figure 16. Il est constitué de composants parfaits et alimenté par une tension sinusoïdale v_2 de pulsation ω .

La tension de sortie de l'opérateur est notée v_3 .

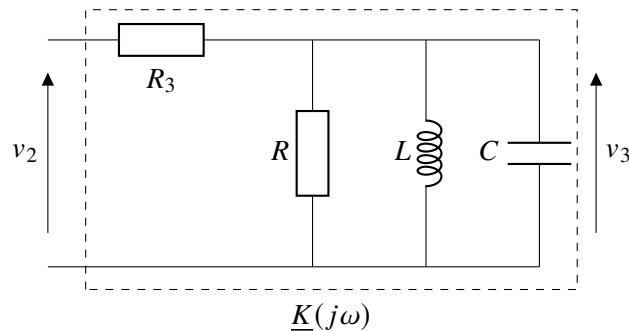


FIGURE 16 – Opérateur étudié.

1. Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{K}(j\omega) = \frac{v_3}{v_2}$ en fonction de R , R_3 , L , C et ω .
2. Montrer que cette fonction de transfert peut se mettre sous la forme canonique :

$$\underline{K}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}.$$

La grandeur x est la pulsation réduite, A_0 est un réel et Q est le facteur de qualité du système.

Déterminer les expressions de A_0 , de Q et de x . En déduire :

- l'ordre de l'opérateur ;
 - la pulsation propre ω_0 du système, définie par $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.
3. Montrer que le module $|\underline{K}(j\omega)|$ passe par un maximum pour une valeur de x que l'on déterminera.
On dit alors que l'opérateur est à la résonance. Préciser :
 - la pulsation de résonance ;
 - la valeur maximale du module de la fonction de transfert.
 4. Tracer l'allure des variations de $|\underline{K}(j\omega)|$ en fonction de la pulsation ω . En déduire la nature du filtre.
 5. On s'intéresse à la bande passante du filtre, notée $\Delta\omega$ et exprimée en pulsations. Déterminer $\Delta\omega$ en fonction de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q .

Méthode : on ne cherchera pas à déterminer séparément les deux pulsations de coupure ω_{c1} et ω_{c2} , mais directement leur différence :

$$\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1}.$$

6. Commenter l'allure de la courbe tracée à la question 4. en fonction des valeurs du facteur de qualité Q .

A préparer pour la semaine 48 - séance 10

Apporter votre ordinateur portable, **chargé** avec Latis Pro d'installé (version découverte).

Exercice 15 – Filtrage avec Latis Pro

Préparation : Apporter votre ordinateur **chargé** après avoir installé Latis Pro en version découverte.

Objectif : Étudier les diagrammes de Bode de filtres passe-bas du premier et du deuxième ordre, puis observer leur action sur un signal périodique non sinusoïdal.

On souhaite modifier un signal à l'aide d'un filtre. En représentation complexe, le signal de sortie du filtre est relié au signal d'entrée par :

$$\underline{U}_s = \underline{H} \underline{U}_e,$$

où $\underline{H}$ est la fonction de transfert complexe du filtre.

1. Étude d'un filtre du premier ordre

On commence par étudier un filtre du premier ordre caractérisé par la fonction de transfert :

$$\underline{H}_1(f) = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_c}},$$

avec la fréquence de coupure $f_c = 100$ Hz.

- a. Préciser la nature de ce filtre.
- b. Déterminer l'expression :
 - du module $|\underline{H}_1(f)|$;
 - de l'argument $\arg(\underline{H}_1(f))$.
- c. Tracer avec Latis Pro :
 - le diagramme de Bode en gain ;
 - le diagramme de Bode en phase.

Faire varier les paramètres du filtre et commenter leur influence sur les diagrammes obtenus.

2. Étude d'un filtre passe-bas du deuxième ordre

On souhaite maintenant comparer le filtre passe-bas du premier ordre précédent à un filtre passe-bas du deuxième ordre.

- a. Donner la fonction de transfert complexe d'un filtre passe-bas du deuxième ordre en fonction de la fréquence.
Donner ensuite l'expression de son module et de son argument.
- b. Tracer avec Latis Pro :
 - le diagramme de Bode en gain ;
 - le diagramme de Bode en phase.

Effectuer les tracés pour plusieurs valeurs des paramètres du filtre.

Mettre en évidence le phénomène de résonance et commenter l'influence des paramètres du filtre.

3. Filtrage d'un signal rectangulaire

On applique maintenant les deux filtres précédents au signal rectangulaire étudié dans l'exercice 12.

On cherche à obtenir un signal de sortie aussi proche que possible d'un signal sinusoïdal.

- a. Expliquer en quoi les filtres précédents peuvent permettre d'obtenir le signal de sortie souhaité.

b. Recopier le code utilisé à l'exercice 12 pour construire le signal rectangulaire.

Compléter ce code afin d'obtenir :

- la tension $u_{s1}(t)$ à la sortie du filtre du premier ordre ;
- la tension $u_{s2}(t)$ à la sortie du filtre du deuxième ordre.

Répéter la boucle de calcul un nombre de fois suffisant.

Choisir les paramètres de chacun des deux filtres. Justifier le choix des valeurs retenues.

Représenter dans Latis Pro :

- le signal rectangulaire d'entrée $u_e(t)$;
- le signal de sortie $u_{s1}(t)$;
- le signal de sortie $u_{s2}(t)$.

c. Effectuer une analyse de Fourier des signaux de sortie.

Justifier, à partir des spectres obtenus, le caractère sinusoïdal ou non des signaux $u_{s1}(t)$ et $u_{s2}(t)$.

d. Comparer l'efficacité des deux filtres et conclure.

À rédiger pour la semaine 49

Préparation du TP 5 « Diagramme de Bode »

Semaine 49 – Séance 11

Fin de l'exercice 12

Exercice 16 – Gestion économique de la distribution de l'énergie électrique

EDF propose plusieurs types d'abonnement aux usagers de l'énergie électrique, dont l'abonnement « EDF Tempo ».

Dans ce cadre, l'abonné se voit facturer l'énergie au prix fort pendant les périodes de grande consommation, tandis qu'il bénéficie d'un tarif réduit pendant le reste du temps. EDF prévient l'utilisateur d'un changement de tarif en injectant sur le réseau un signal, appelé *signal d'alerte*.

À la tension simple du secteur $u(t)$, de valeur efficace 240 V et de fréquence 50 Hz, EDF superpose pendant un bref instant un signal $s(t)$, de fréquence 175 Hz et d'amplitude égale à 1 % de l'amplitude du signal $u(t)$.

Ce procédé avertit l'utilisateur que le tarif du kilowattheure va changer dans les heures qui suivent.

Le problème porte sur le traitement de la tension :

$$S(t) = u(t) + s(t)$$

afin de rendre le signal d'alerte détectable.



FIGURE 17 – Chaîne de traitement du signal d'alerte.

I – Étude du transformateur

Un transformateur est un appareil permettant de modifier la tension efficace du signal reçu, avec un rendement énergétique proche de 100 %.

On rappelle la relation entre la valeur efficace U_{eff} d'une tension sinusoïdale et son amplitude U_{max} :

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}.$$

Le rapport de transformation du transformateur est : $m = \frac{S_{1,\text{eff}}}{S_{\text{eff}}} = \frac{1}{30}$.

Si l'on néglige le signal d'alerte $s(t)$, la valeur efficace de $S(t)$ est égale à 240 V.

1. Calculer la valeur efficace de $S_1(t)$.

II – Étude du filtre 1

On pose : $S(t) = A \cos(100\pi t) + B \cos(350\pi t)$ et $S_1(t) = A_1 \cos(100\pi t) + B_1 \cos(350\pi t)$.

1. Calculer numériquement A_1 et B_1 , puis représenter le spectre en amplitude du signal $S_1(t)$.
2. La fonction de transfert complexe du filtre 1 est définie par :

$$\underline{T}_1(j\omega) = \frac{\underline{S}_2(j\omega)}{\underline{S}_1(j\omega)}.$$

Elle est de la forme : $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{K j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}$.

- a. À l'aide des diagrammes du cours (annexe du chapitre 5), identifier :

- l'ordre du filtre ;
- la nature du filtre.

Que représente ω_1 pour ce filtre ?

- b. Le diagramme de Bode en gain $G_{\text{dB}}(f)$ est représenté sur la figure 18.

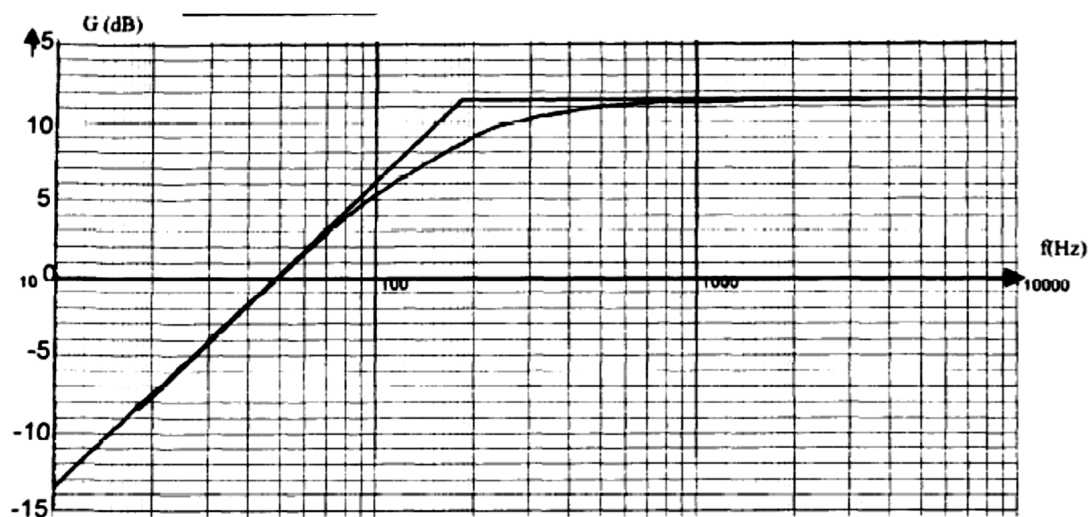


FIGURE 18 – Diagramme de Bode en gain du filtre 1.

Déterminer graphiquement :

- la fréquence de coupure à -3 dB ;
- la pulsation de coupure correspondante ;
- la bande passante du filtre.

- c. Après filtrage, la tension de sortie s'écrit :

$$S_2(t) = A_2 \cos(100\pi t + \Phi_{A_2}) + B_2 \cos(350\pi t + \Phi_{B_2}).$$

Les grandeurs Φ_{A_2} et Φ_{B_2} sont les phases à l'origine, qui ne seront pas étudiées ici.

Déterminer les amplitudes A_2 et B_2 des différentes composantes du signal de sortie $S_2(t)$, puis représenter son spectre en amplitude.

- d. Calculer le rapport $\frac{B_2}{A_2}$.

III – Étude du filtre 2 : réalisation analogique

Le filtre 2 est réalisé à l'aide du circuit RLC série représenté sur la figure 19.

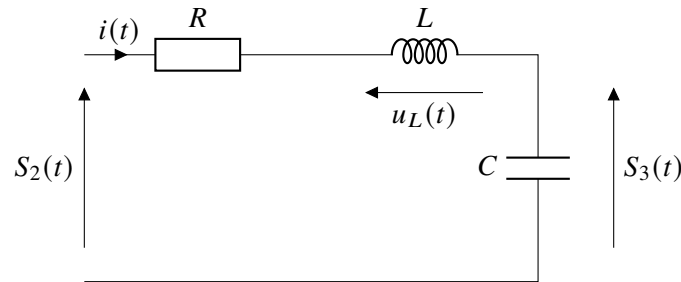


FIGURE 19 – Réalisation analogique du filtre 2.

La fonction de transfert du filtre 2 est définie par $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{\underline{S}_3(j\omega)}{\underline{S}_2(j\omega)}$.

1. Exprimer, en fonction de R , L , C et ω , la fonction de transfert $\underline{T}_2(j\omega)$.
2. À l'aide des diagrammes du cours :
 - identifier l'ordre du filtre ;
 - identifier sa nature ;
 - déterminer, en fonction de R , L et C , une pulsation ω_2 caractérisant ce filtre ;
 - déterminer deux autres paramètres remarquables de ce filtre.
3. La figure 20 représente les abaques de gain de ce type de filtre.

En abscisse figure la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_2}$, et en ordonnée le gain en décibels.

Le paramètre m est relié au facteur de qualité Q par $m = \frac{1}{2Q}$.

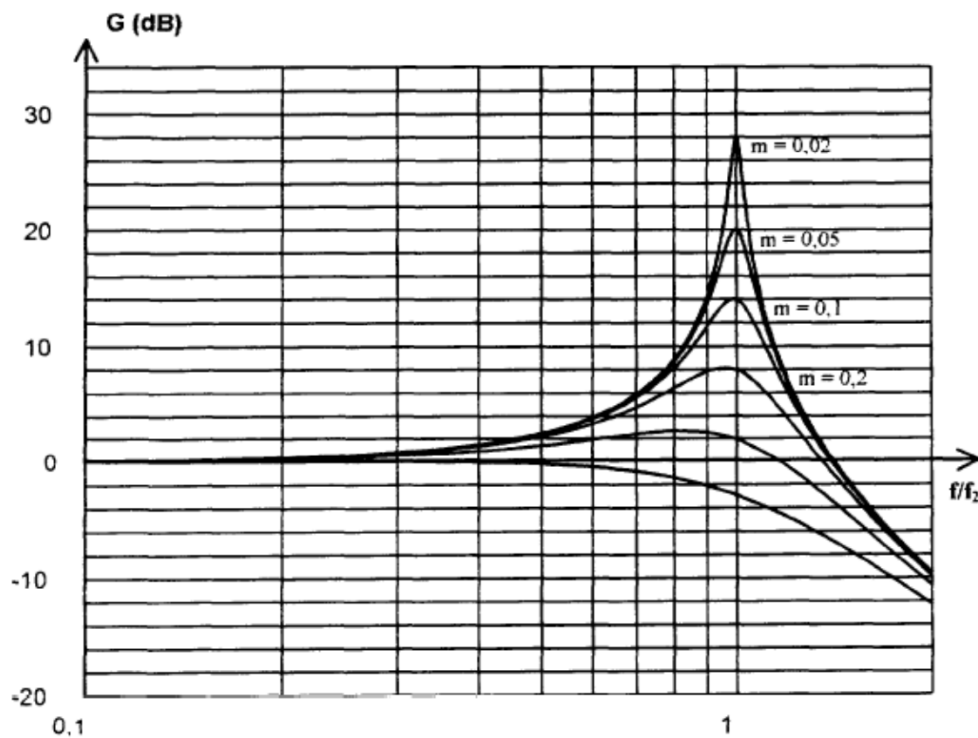
On choisit $m = 0,05$ et $f_2 = 175$ Hz.

Après filtrage, la tension de sortie s'écrit :

$$S_3(t) = A_3 \cos(100\pi t + \Phi_{A_3}) + B_3 \cos(350\pi t + \Phi_{B_3}) .$$

Déterminer les amplitudes A_3 et B_3 des différentes composantes du signal de sortie $S_3(t)$, puis représenter son spectre en amplitude.

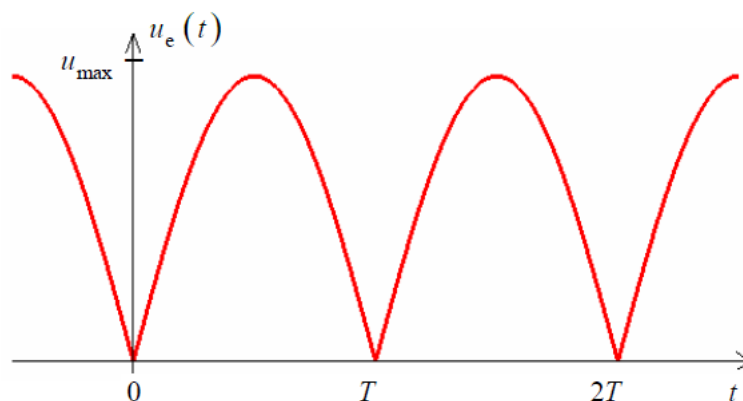
4. Calculer le rapport $\frac{B_3}{A_3}$.
5. En revenant à la problématique initiale — rendre le signal d'alerte détectable — expliquer le rôle de chacune des étapes du traitement effectué.

FIGURE 20 – Gain du filtre 2 en fonction de la pulsation réduite et du paramètre m .

À rédiger pour la semaine 50 – Séance 12

Exercice complémentaire C2 – Obtention d'un signal continu

On veut transformer un signal sinusoïdal en signal continu. Pour cela, on va isoler la composante continue du signal redressé ci-dessous, donné avec sa représentation temporelle.



La décomposition de Fourier de ce signal d'entrée $u_e(t)$, avec T la période du signal, s'écrit :

$$u_e(t) = u_{\max} \left| \sin \frac{\pi t}{T} \right| = u_{\max} \left(\frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4}{4n^2 - 1} \cos(n\omega t + \pi) \right)$$

1. Tracer l'allure du spectre de ce signal jusqu'à la quatrième harmonique.
2. A partir de la décomposition de Fourier, donner la valeur de la composante continue de ce signal. Comment peut-on calculer cette valeur sans la décomposition de Fourier ? La calculer.
3. Quel type de filtre va-t-on choisir ? Donner un intervalle pour sa fréquence de coupure.

4. Le filtre est un filtre RC du premier ordre. Faire le schéma de ce filtre en précisant les tensions d'entrée $u_e(t)$ et de sortie $u_s(t)$. Montrer que votre choix est le bon avec une analyse qualitative.
5. Donner la fonction de transfert de ce filtre. On exprimera ses caractéristiques en fonction de R et C .
6. On considère que le signal de sortie est continu si l'amplitude du fondamental en sortie est au plus 1% de la valeur de la composante continue. Donner le critère que doit respecter la fréquence de coupure de ce filtre sous la forme d'une inégalité.

Semaine 50 – Séance 12

TDS

À rédiger pour la semaine 51 – Séance 13

Préparation du TP 6 « Filtre ADSL »

Semaine 51 – Séance 13

Exercice 17 – Filtre de Hartley**Objectif :** Étudier la fonction de transfert et le comportement fréquentiel d'un filtre de Hartley.

On réalise le montage représenté sur la figure 21.

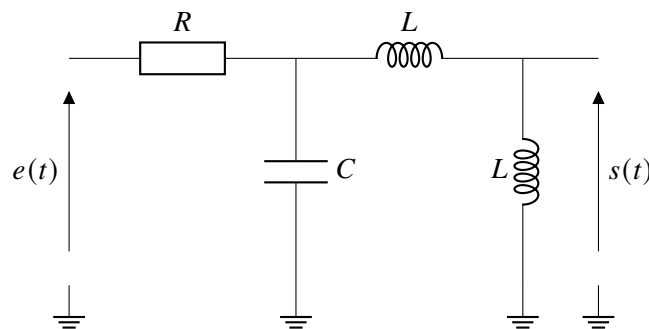


FIGURE 21 – Filtre de Hartley étudié.

1. Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}(j\omega)}{\underline{E}(j\omega)}$ en fonction de R , L , C et ω .
2. À l'aide des diagrammes en annexe du chapitre 5 consacré au filtrage :
 - identifier l'ordre du filtre ;
 - identifier sa nature ;
 - déterminer, en fonction de R , L et C , une pulsation ω_0 caractérisant ce filtre ;
 - déterminer deux autres paramètres remarquables du filtre.
3. La courbe de gain du diagramme de Bode a l'allure représentée sur la figure 22.
 - a. Par une étude asymptotique, déterminer les pentes des portions linéarisées de la courbe.
 - b. Dans le cas où : $L = 1,0 \text{ mH}$, $C = 100,0 \text{ nF}$ et $R = 100 \text{ k}\Omega$ déterminer les valeurs numériques des coordonnées du maximum.
 - c. Déterminer la largeur de la bande passante à -3 dB du filtre.

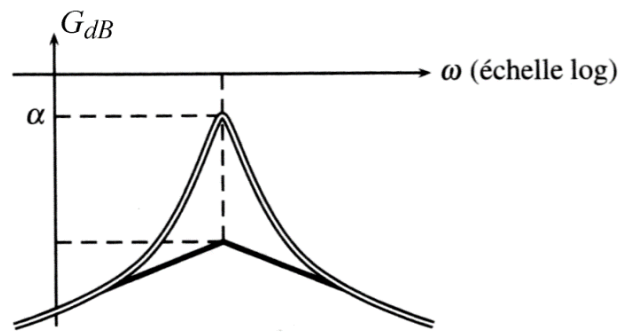


FIGURE 22 – Allure du diagramme de Bode en gain du filtre de Hartley.

Semaine 02 – Séance 14

Exercice 18 – Adaptation d'impédance

Objectif : Déterminer les conditions permettant de transmettre une puissance moyenne maximale d'un générateur vers une charge en régime sinusoïdal forcé.

I – Étude générale

Un générateur de force électromotrice : $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et d'impédance complexe : $\underline{Z}_g = R_g + jX_g$ alimente une charge d'impédance complexe : $\underline{Z}_u = R_u + jX_u$.

La grandeur E représente la valeur efficace de la force électromotrice du générateur.

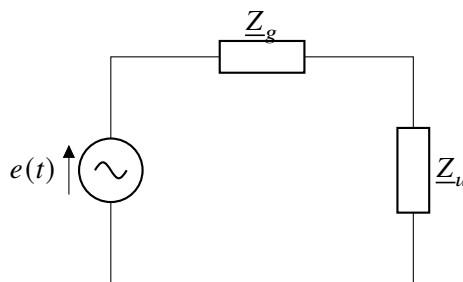


FIGURE 23 – Générateur complexe alimentant une charge complexe.

1. Déterminer, en fonction de E , R_u , R_g , X_u et X_g , l'expression de la puissance électrique moyenne absorbée par la charge $\underline{Z}_u$.
2. Pour quelle valeur du couple (R_u, X_u) la puissance moyenne absorbée par la charge $\underline{Z}_u$ est-elle maximale ?

II – Application

Dans le montage étudié précédemment, le générateur possède désormais une impédance de sortie purement résistive : $\underline{Z}_g = r$.

Les données numériques sont : $E = 18\text{ V}$, $r = 25\ \Omega$ et $\underline{Z}_u = (5 - 10j)\ \Omega$.

1. Calculer la puissance moyenne absorbée par la charge $\underline{Z}_u$.
2. Afin de transmettre une puissance maximale du générateur (e, r) à la charge $\underline{Z}_u$, on branche en parallèle avec celle-ci un dipôle passif (D) à déterminer comme sur la figure 24 suivante.

Déterminer l'admittance complexe $\underline{Y}_D$ du dipôle (D) afin que l'adaptation d'impédance soit réalisée.

En déduire :

- la nature des composants constituant ce dipôle ;
- la valeur de ces composants, sachant que la fréquence du générateur vaut $f = 100\text{ Hz}$.

3. Comparer les puissances moyennes absorbées par la charge $\underline{Z}_u$ avant et après adaptation d'impédance.

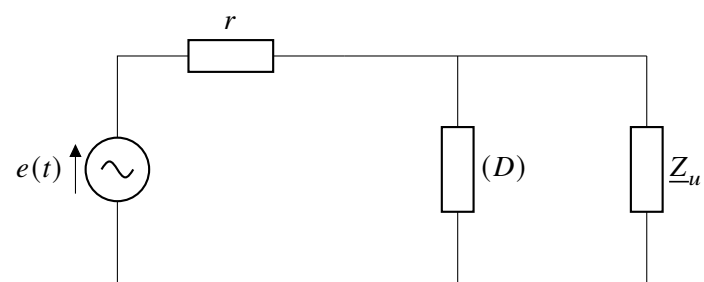


FIGURE 24 – Adaptation d'impédance par ajout du dipôle passif (D) .

Les nombres complexes

Notations utilisées en mathématiques

- Un nombre complexe z possède une représentation dite « algébrique » : $z = x + iy$ avec x et y **réels** et $i^2 = -1$.
 $x = Re(z)$ est la **partie réelle** du nombre complexe z .
 $y = Im(z)$ est la **partie imaginaire** du nombre complexe z .
- Si z est un complexe non nul, alors z possède une représentation dite « exponentielle » $z = r e^{i\theta}$ avec $r > 0$ et θ réel avec la convention que $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ (point de coordonnées polaires $[1; \theta]$). Donc $|e^{i\theta}| = 1$
 θ est un angle défini à 2π près (on dit que c'est un argument de z). L'unique argument de z appartenant à $] -\pi; \pi]$ est noté $Arg(z)$.

Le **conjugué** de $z = x + iy$ (x, y , réels) est le complexe $\bar{z} = x - iy$.
On a $\bar{\bar{z}} = z$ et $|z|e^{-i Arg(z)}$.

Quelques propriétés des nombres complexes

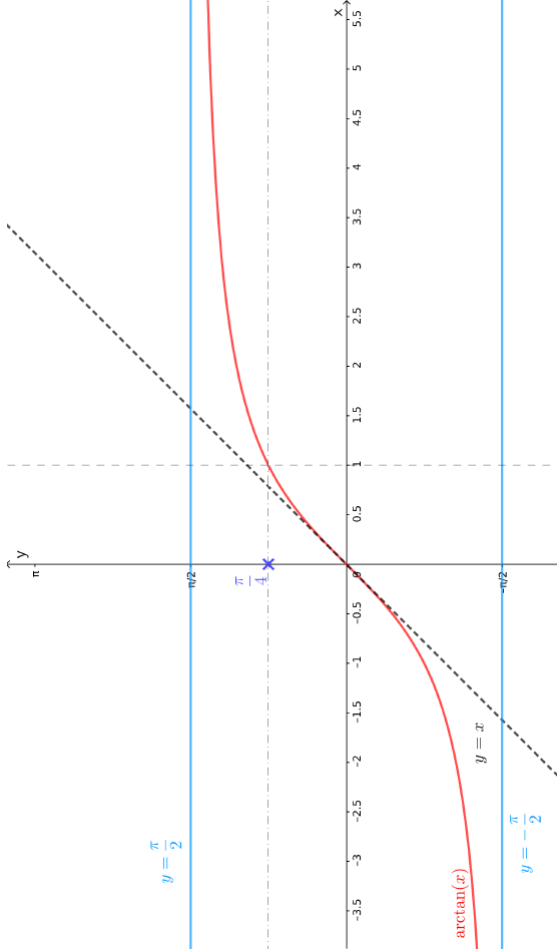
(avec les notations utilisées en physique)

Les égalités d'angle sont vraies à 2π près.

Propriétés du conjugué

$$|\underline{z}^*| = |\underline{z}| \text{ et } Arg(\underline{z}^*) = -Arg(\underline{z})$$

Courbe représentative de la fonction $y=\arctan(x)$



Notations utilisées en physique

En électricité, les nombres complexes sont soulignés et l'unité imaginaire est notée j ($j^2 = -1$).

- $\underline{z} = x + jy$ avec x et y des nombres **réels** et $j^2 = -1$.
 $x = Re(\underline{z})$ est la **partie réelle** du nombre complexe $\underline{z}$
 $y = Im(\underline{z})$ est la **partie imaginaire** du nombre complexe $\underline{z}$.
- $\underline{z} = |\underline{z}|e^{j\theta}$

$|\underline{z}|$, le **module** du nombre complexe $\underline{z}$, est un nombre réel positif.
 $\theta = Arg(\underline{z})$, l'**argument** du nombre complexe $\underline{z}$, est un angle compris entre $-\pi$ et π .

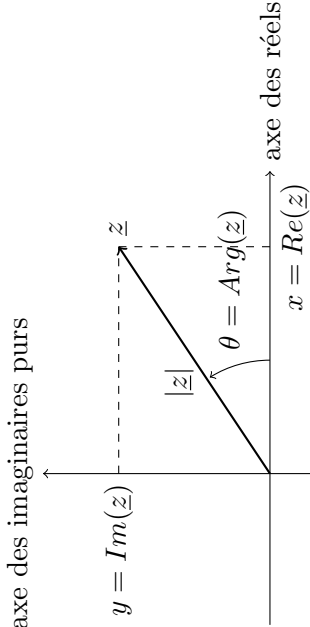
On note $\underline{z}^* = x - jy = |\underline{z}|e^{-j\theta}$, le **conjugué** de $\underline{z}$.

Soient $\underline{z}_1$ et $\underline{z}_2$ deux nombres complexes ($\underline{z}_2 \neq 0$) :

$$|\underline{z}_1 \underline{z}_2| = |\underline{z}_1| |\underline{z}_2| \quad Arg(\underline{z}_1 \underline{z}_2) = Arg(\underline{z}_1) + Arg(\underline{z}_2) \quad (\underline{z}_1 \underline{z}_2)^* = \underline{z}_1^* \underline{z}_2^*$$

$$\left| \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2} \right| = \frac{|\underline{z}_1|}{|\underline{z}_2|} \quad Arg\left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right) = Arg(\underline{z}_1) - Arg(\underline{z}_2) \quad \left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right)^* = \frac{\underline{z}_1^*}{\underline{z}_2^*}$$

Représentation dans le plan complexe



- $x = |\underline{z}| \cos \theta$
- $y = |\underline{z}| \sin \theta$
- $|\underline{z}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- Si $x > 0$, $\theta = Arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$