

ASI3 - Traitement du signal - Médian 2009

Clément Chatelain

3 novembre 2009

Seul document autorisé : formulaire avec les Transformées de Fourier et les transformées de Laplace. Calculatrices interdites car inutiles - Barème à titre indicatif

1 Exercice 1 : distributions (4 points)

Soit la fonction « créneau » périodique de période $2T$ représentée en figure 1.

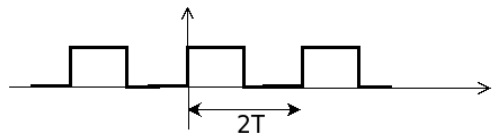


FIG. 1 – Fonction créneau

1. Donner une expression mathématique de cette fonction à l'aide d'une combinaison de $\Gamma(t)$.
2. En utilisant les relations vues en cours, calculer la dérivée au sens des distributions de la fonction créneau et la représenter.

2 Exercice 2 : Propriété de la TF (3 points)

Montrer que si $x(t)$ est réel alors $|X(f)|$ est pair et $\arg(X(f))$ est impaire.

3 Exercice 3 : réponse impulsionnelle (3 points)

Soit un système causal, linéaire et invariant.

1. Etant données l'entrée et la sortie représentées sur la figure 2, en déduire la réponse impulsionnelle du système.

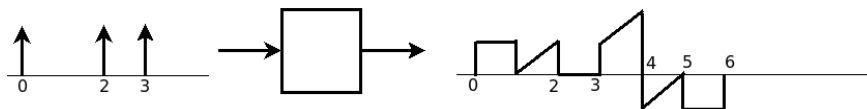


FIG. 2 – Entrée et sortie du système.

2. Calculer l'énergie et la puissance de $h(t)$.

4 Exercice 4 : systèmes linéaires (10 points)

Soit le circuit RC classique de la figure 3, avec en entrée $x(t)$ et en sortie $y(t)$ prise aux bornes du condensateur.

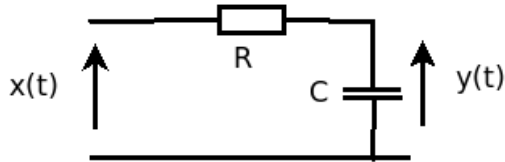


FIG. 3 – Circuit RC.

1. Donner l'équation différentielle régissant ce système.
2. En déduire (**en justifiant**) la réponse fréquentielle du système, puis sa réponse impulsionnelle.
3. Discuter de la stabilité du système.
4. Représenter l'allure du module de $H(f)$. Quelle est la nature de ce système ?
5. Déterminer sa bande passante à -3 dB.

Rappel : la bande passante à n dB est définie par :

$$B_{-ndB} = \left\{ f : 20 \log_{10} \left| \frac{|H(f)|}{|H(f)_{max}|} \right| > -n \right\}$$

6. déterminer sa bande passante équivalente définie par :

$$W_{eq} = \frac{1}{|H(f)_{max}|^2} \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df$$

7. Calculer la réponse du système à un échelon et en représenter l'allure. Même question avec une rampe.