

D.S. de P1-1 du vendredi 19 juin 2026

Durée : 2h

Notes à lire avant de commencer :

INSCRIRE SON NOM, PRENOM, GROUPE EN HAUT DE L'ÉNONCÉ

Les calculatrices non-graphiques non-programmables sont autorisées.

Pour les élèves internationaux, les dictionnaires en papier non-annotés sont autorisés.

Les téléphones portables (éteints) et les montres doivent être rangés dans les sacs.

- Tout résultat doit être justifié.
- Les calculs doivent prendre en compte les notations de l'énoncé.

Formulaire :

Données numériques :

- constante universelle des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- masse molaire de l'air $M_{\text{air}} = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$
- Données pour l'hélium : $M_{\text{He}} = 4,00 \text{ g.mol}^{-1}$; $\gamma_{\text{He}} = 1,67$
- Données pour le diazote : $M_{\text{N}_2} = 28,0 \text{ g.mol}^{-1}$; $\gamma_{\text{N}_2} = 1,4$
- Données pour l'eau : $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18,0 \text{ g.mol}^{-1}$; $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1,114$

Exercice 1 : Fonctionnement d'un train à vapeur

Nous nous intéresserons ici au fonctionnement du moteur d'un train à vapeur qui repose sur un cycle de deux isobares et de deux adiabatiques réversibles nommé cycle de Rankine. Tous les calculs seront effectués en considérant qu'une mole de fluide parcourt le cycle.

Partie A : Un train entièrement à vapeur

Nous considérerons ici que le fluide du moteur est constitué de vapeur d'eau restant à l'état gazeux lors de tout le cycle et se comportant comme un gaz parfait. Le fonctionnement du moteur est alors le suivant :

- 1 → 2 La vapeur d'eau initialement à pression atmosphérique $P_1 = 1,00$ bar et température $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$ subit une compression adiabatique réversible pour atteindre une pression $P_2 = 10,0$ bar.
- 2 → 3 La vapeur d'eau est chauffée à pression constante à l'aide d'une chaudière à charbon à la température $\theta_{ch} = 600^\circ\text{C}$.
- 3 → 4 La vapeur est injectée dans un cylindre où elle subit une détente adiabatique réversible. Lors de cette détente, la vapeur pousse sur un piston permettant d'entraîner les roues du train.
- 4 → 1 La vapeur subit un refroidissement isobare.

1) Identifier la source chaude et la source froide dans le cycle. Donner la température de la source froide.

2) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron $P = f(V)$. Indiquer si le cycle est moteur ou récepteur. Justifier.

NOM : Prénom : Groupe :

3) Donner, en justifiant les expressions, puis en réalisant les applications numériques, les températures T_2 et T_4 .

4) Donner l'expression du transfert thermique de la source chaude Q_{ch} et réaliser l'application numérique. Commenter le signe.

NOM : Prénom : Groupe :

5) Donner l'expression du transfert thermique de la source froide Q_{fr} et réaliser l'application numérique. Commenter le signe.

6) Déterminer l'expression du travail mécanique total sur le cycle W_{cycle} et réaliser l'application numérique. Commenter le signe.

7) Rappeler la définition du rendement ρ dans le cas général, puis donner son expression dans le cas du moteur. Réaliser l'application numérique et commenter.

8) Démontrer l'expression du rendement ρ_C correspondant à un moteur de Carnot fonctionnant à l'aide de ces sources chaude et froide. Réaliser l'application numérique. Commenter.

NOM : Prénom : Groupe :

Un train vraiment à vapeur

En pratique, un train à vapeur repose sur un circuit d'eau qui sera alternativement vaporisée puis condensée. Un cycle plus proche de la réalité du fonctionnement de ces moteurs est le suivant (nous considérerons toujours qu'il est parcouru par une mole d'eau) :

- 1 → 2 L'eau liquide initialement à pression ambiante $P_1 = 1,00$ bar et température ambiante $\theta_1 = 20,0$ °C subit une compression adiabatique réversible pour atteindre une pression $P_2 = 10,0$ bar et une température $T_2 = 80,0$ °C, l'eau est alors encore entièrement liquide.
- 2 → 2' L'eau est chauffée à pression constante jusqu'à atteindre la température $T_{vap} = 180$ °C à l'aide d'une chaudière à charbon.
- 2' → 3 L'eau est entièrement vaporisée à l'aide de la chaudière à charbon avec une température constante de 180 °C. L'enthalpie nécessaire pour vaporiser un kilogramme d'eau liquide à la pression 10 bar est $\Delta h_{vap}(10\text{bar}) = 2001$ kJ.kg⁻¹.
- 3 → 4 La vapeur d'eau est injectée dans un cylindre où elle subit une détente adiabatique réversible. Lors de cette détente, la vapeur pousse sur un piston permettant d'entraîner les roues du train. Pendant cette détente, 20% de la vapeur redevient de l'eau liquide. Le mélange eau/vapeur est alors à température ambiante.
- 4 → 1 Le mélange eau/vapeur subit un refroidissement isobare dans un condenseur duquel il ressort dans un état entièrement liquide. L'enthalpie fournie par la liquéfaction d'un kilogramme de vapeur d'eau à la pression atmosphérique est $\Delta h_{liq}(1\text{bar}) = 2257$ kJ.kg⁻¹.

L'eau liquide a pour capacité thermique massique $c = 4,18$ kJ.kg⁻¹.K⁻¹.

1) Donner l'expression de la variation d'enthalpie lors de l'échauffement de l'eau liquide de la température T_2 à la température T_{vap} lors de la transformation 2 → 2' et réaliser l'application numérique.

2) Sachant que la variation d'enthalpie entre l'état 2 et 3 est la somme de la variation d'enthalpie de la question précédente et de l'enthalpie nécessaire pour vaporiser l'eau liquide, donner l'expression du transfert thermique avec la source chaude Q_{ch} et réaliser l'application numérique.

NOM : Prénom : Groupe :

3) Donner l'expression du transfert thermique avec la source froide Q_{fr} et réaliser l'application numérique.

4) Donner l'expression du rendement ρ du moteur et réaliser l'application numérique. Commenter.

5) Pourquoi les trains à vapeur utilisaient-ils un mélange d'eau liquide et vapeur et non uniquement de la vapeur d'eau ?

Exercice 2 : Etude du cycle à gaz d'une centrale nucléaire

La figure 1 montre le fonctionnement d'un réacteur nucléaire avec un fluide caloporteur gaz (ici l'hélium ou un mélange hélium-diazote).

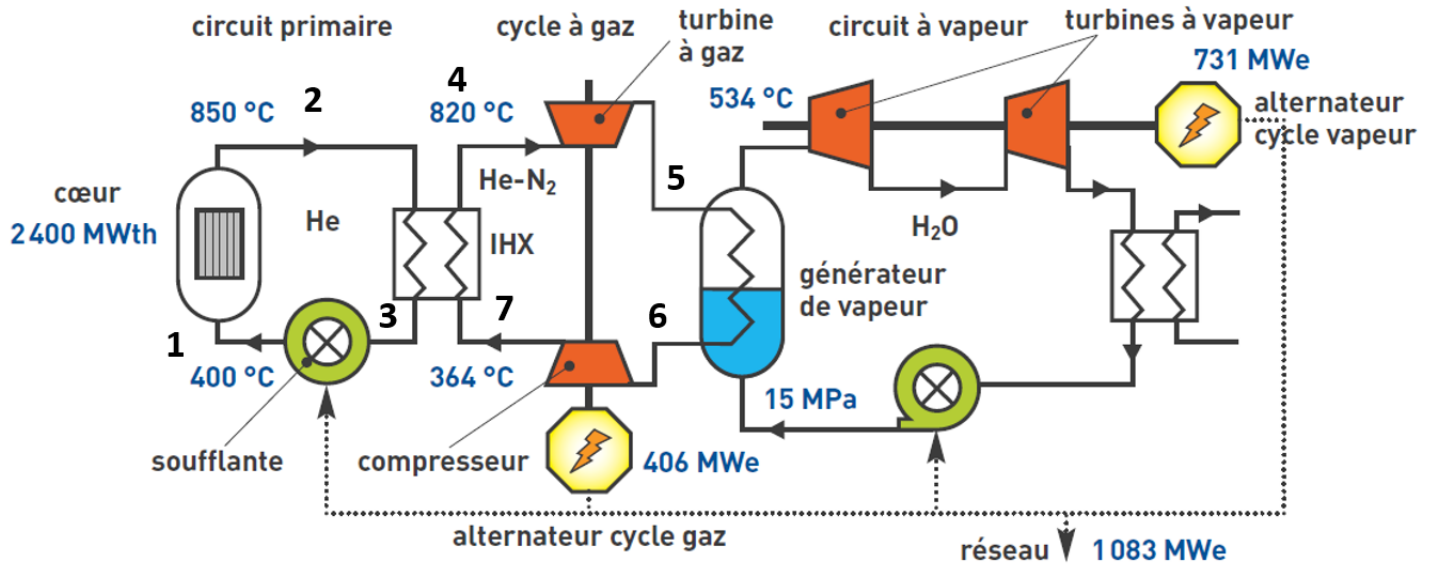


FIGURE 1 – Schéma d'un réacteur nucléaire RNR-G (Réacteur à Neutrons Rapides avec un caloporteur gaz (CLEFS CEA - N°55 - ÉTÉ 2007)

La réaction nucléaire a lieu dans le cœur et fournit une puissance thermique $\mathcal{P}_{th} = 2400$ MW (MWth = MegaWatt thermique) au fluide (Hélium). L'hélium circulant dans le circuit primaire échange ensuite cette chaleur avec le mélange He-N₂ du cycle à gaz dans l'échangeur de chaleur IHX. Le cycle à gaz fournit une puissance électrique $\mathcal{P}_{el} = 406$ MW (MWe = MegaWatt électrique).

On étudie dans l'exercice le cycle primaire ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$) et le cycle à gaz ($4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 4$). La partie droite du schéma (cycle à vapeur) ne sera pas étudiée en détail.

L'hélium du circuit primaire et le mélange He-N₂ du cycle à gaz sont considérés comme des gaz parfaits. Leurs propriétés sont données sur la première page du sujet.

1) Caractéristiques des gaz parfaits

1a) Calculer les constantes massiques des gaz parfaits r_{He} pour l'hélium et r_{N_2} pour le diazote.

NOM : Prénom : Groupe :

1b) Donner l'expression de la capacité thermique massique à pression constante d'un gaz parfait de rapport isentropique γ . Réaliser l'application numérique pour l'hélium ($c_{p_{He}}$) et pour le diazote ($c_{p_{N_2}}$)

1c) Montrer que la capacité thermique massique du mélange He-N₂ avec une fraction massique x_{He} d'hélium s'écrit : $c_{p_{mel}} = x_{He} c_{p_{He}} + (1 - x_{He}) c_{p_{N_2}}$.
Faire le calcul pour $x_{He} = 0,2$.

2) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement (premier principe industriel) dans le cas le plus général.

Le fluide reçoit un travail utile négligeable dans la soufflante, ce qui permet de considérer que $\Delta h_{3 \rightarrow 1} = 0$ (ce qui implique que $\Delta h_{1 \rightarrow 2} = -\Delta h_{2 \rightarrow 3}$ pour le cycle primaire).
De plus, les transformations dans l'échangeur de chaleur et dans le générateur de vapeur sont isobares.
Enfin, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans la suite de l'exercice.

NOM : Prénom : Groupe :

Les autres hypothèses introduites dans l'écriture du premier principe pour les différents organes devront être soigneusement justifiées.

3) Détermination des débits

3a) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour le coeur. En déduire le débit d'hélium $\dot{m}_{He}$ dans le circuit primaire.

3b) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour l'échangeur de chaleur IHX. En déduire le débit du mélange He-N₂ $\dot{m}_{mel}$ dans le cycle à gaz.

NOM : Prénom : Groupe :

4) Donner l'expression de l'efficacité e du cycle à gaz seul ($4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 4$) à partir des données de la figure 1, en justifiant. Réaliser l'application numérique.

5) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour la turbine à gaz.

6) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour le compresseur.

7) Montrer que l'efficacité de ce cycle à gaz peut s'écrire sous la forme : $e = 1 + \frac{T_6 - T_5}{T_4 - T_7}$.

NOM : Prénom : Groupe :

8) On introduit le rapport des pressions $\tau = \frac{P_4}{P_5}$. Donner l'expression de l'efficacité en fonction de τ et de γ_{mel} (rapport isentropique du mélange). En déduire la valeur numérique de τ (on prendra $\gamma_{mel} = 1,54$).

9) Donner la valeur numérique de la température T_5 .
Quel est l'intérêt de rajouter un cycle à vapeur à la suite du cycle à gaz étudié ici ?