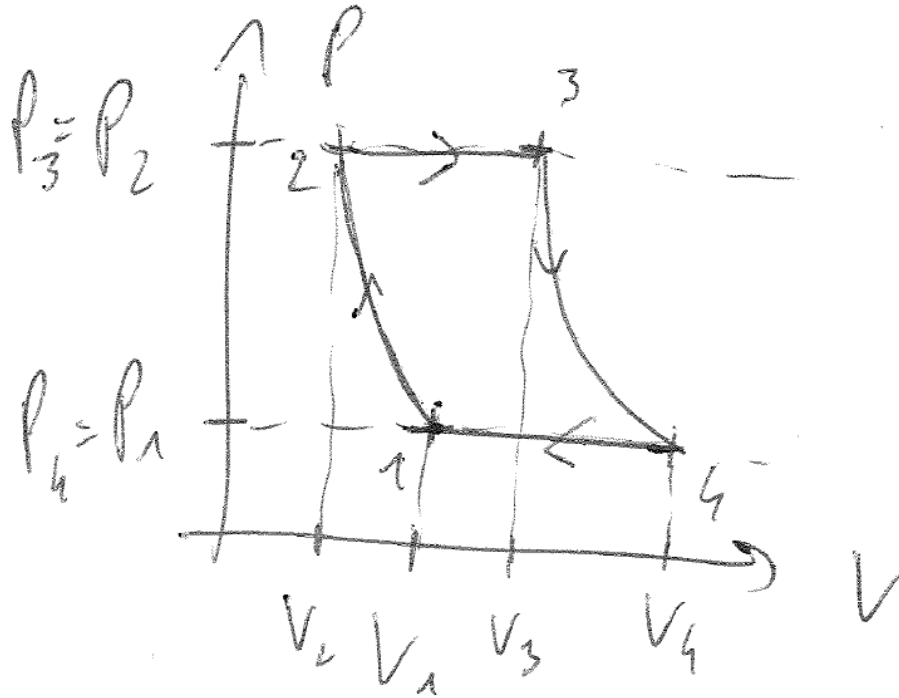


Corrigé du DS 2025/2026 : Fonctionnement d'un train à vapeur

Un train entièrement à vapeur

1. La source chaude se trouve en $2 \rightarrow 3$ et est la chaudière à charbon.
La source froide se trouve en $4 \rightarrow 1$, sa nature n'est pas précisée dans l'énoncé.
La température de la source froide est la température de la vapeur à la fin de la transformation $4 \rightarrow 1$, $\theta_{fr} = 100^\circ\text{C}$.
2. Le cycle tourne dans le sens horaire, il s'agit donc d'un moteur.



3. $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ sont des transformations adiabatiques réversibles d'un gaz parfait, on peut donc appliquer la relation de Laplace : $P^{1-\gamma}T^\gamma = \text{constante}$.
On a donc $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 472\text{K}$.
 $2 \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$ sont isobares donc $P_3 = P_2 = 10\text{bar}$ et $P_4 = P_1 = 1\text{bar}$.
De plus $T_3 = T_{ch} = 873\text{K}$.
Finalement $T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 690\text{K}$.
4. $2 \rightarrow 3$ est isobare donc $Q_{ch} = Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta H_{2 \rightarrow 3}$.
L'air est un gaz parfait, il suit donc la seconde loi de Joule, donc $\Delta H_{2 \rightarrow 3} = C_P(T_3 - T_2) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_3 - T_2)$.
Donc $Q_{ch} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_3 - T_2) = 32,6\text{kJ}$.
 $Q_{ch} > 0$, le fluide prend de l'énergie à la source chaude, la chaudière fournit de l'énergie au moteur.
5. De même que précédemment, on a $Q_{fr} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_1 - T_4) = -25,8\text{kJ}$.
 $Q_{fr} < 0$, le fluide cède de l'énergie à la source froide, la vapeur se refroidit.
6. D'après le premier principe sur le cycle, $W_{cycle} + Q_{ch} + Q_{fr} = 0$.
Donc $Q_{cycle} = -Q_{ch} - Q_{fr} = -6,8\text{kJ}$.
 $W_{cycle} < 0$, le moteur fournit du travail mécanique à l'extérieur, c'est bien le but d'un moteur.

$$7. \rho = \frac{|Energie\ utile|}{Energie\ consommée} = -\frac{W_{cycle}}{Q_{ch}} = 0,21.$$

C'est une valeur plutôt basse même comparée à un moteur thermique classique de rendement autour de 35%.

$$8. \text{Un moteur de Carnot est réversible, on a donc } S_{cycle}^{cr} = 0.$$

D'après le second principe sur le cycle, on a $\frac{Q_{fr}}{T_{fr}} + \frac{Q_{ch}}{T_{ch}} = 0$.

$$\text{Donc } \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = -\frac{T_{fr}}{T_{ch}}.$$

$$\text{Or } \rho_{Carnot} = -\frac{W_{cycle}}{Q_{ch}} = \frac{Q_{ch} + Q_{fr}}{Q_{ch}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}.$$

$$\text{Donc } \rho_{Carnot} = 0,57 > \rho.$$

Le moteur du train à vapeur n'est donc pas réversible.

Un train vraiment à vapeur

1. L'eau liquide se comporte comme une phase condensée purement thermique.

$$\text{Donc } \Delta H_{2 \rightarrow 2'} = mc(T_{2'} - T_2) = nMc(T_{vap} - T_2) = 7,5 \text{ kJ}.$$

2. $2 \rightarrow 3$ est isobare, donc $Q_{ch} = \Delta H_{2 \rightarrow 3}$.

$$\text{D'après l'énoncé, } \Delta H_{2 \rightarrow 3} = \Delta H_{2 \rightarrow 2'} + \Delta H_{2' \rightarrow 3} \text{ et } \Delta H_{2' \rightarrow 3} = nM\Delta h_{vap}(10\text{bar}) = 36,0 \text{ kJ}.$$

$$\text{Finalement } Q_{ch} = 43,5 \text{ kJ}.$$

3. On a de même $Q_{fr} = \Delta H_{4 \rightarrow 1} = -m\Delta h_{liq}(1\text{bar}) = -0,8nM\Delta h_{liq}(1\text{bar}) = -32,5 \text{ kJ}.$

$$4. \rho = -\frac{W_{cycle}}{Q_{ch}} = 1 + \frac{Q_{fr}}{Q_{ch}} = 0,25.$$

C'est meilleur que dans le cas précédent, mais c'est toujours une valeur plutôt basse même comparée à un moteur thermique classique de rendement autour de 35%.

5. Beaucoup de réponses possibles, les raisonnements cohérents ont été valorisés et à l'inverse les affirmations n'ayant aucune base dans les calculs précédents ou données de l'énoncé n'ont pas donné de points.

Le rendement est comparable, même si légèrement meilleur, ce point n'est probablement pas si important.

Le travail mécanique est plus élevé (presque deux fois plus élevé), le second moteur produit donc a priori plus de puissance mécanique.

La chaudière est beaucoup moins chaude, le second moteur consomme donc a priori nettement moins de charbon et la chaudière impose des contraintes mécaniques et thermiques plus faibles sur le moteur.

L'eau liquide est bien plus facile à gérer mécaniquement que la vapeur, elle est en effet incompressible et plus dense que la vapeur.

Les températures dans les différents organes du second moteur sont plus faibles que dans le premier, les contraintes thermiques sur les différents organes sont donc moins fortes.

Exercice 2 : Etude du cycle à gaz d'une centrale nucléaire

La figure 1 montre le fonctionnement d'un réacteur nucléaire avec un fluide caloporteur gaz (ici l'hélium ou un mélange hélium-diazote).

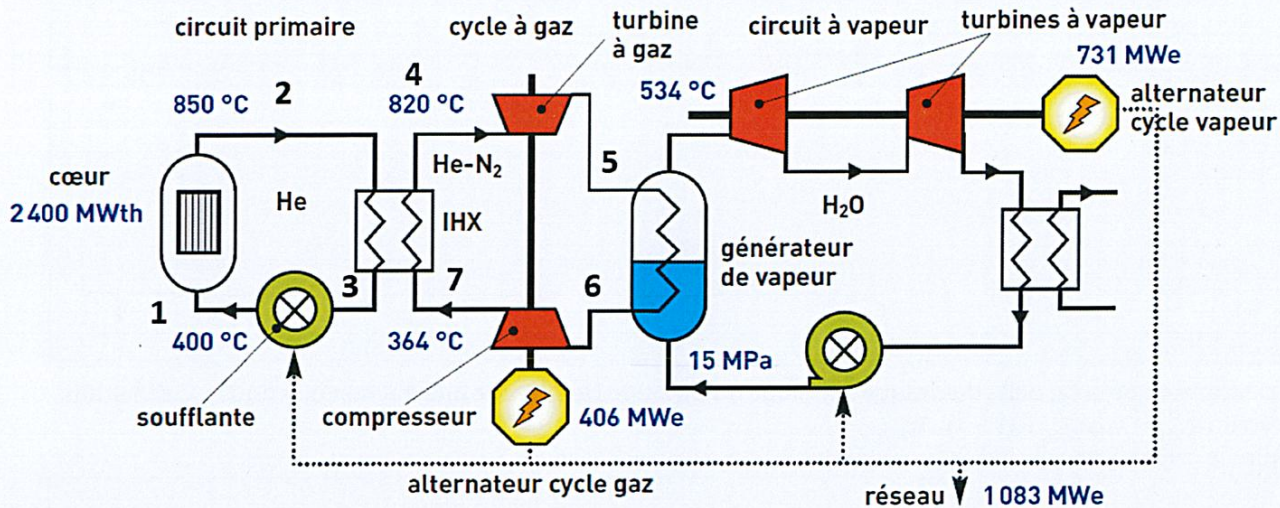


FIGURE 1 – Schéma d'un réacteur nucléaire RNR-G (Réacteur à Neutrons Rapides avec un caloporteur gaz (CLEFS CEA - N°55 - ÉTÉ 2007)

La réaction nucléaire a lieu dans le cœur et fournit une puissance thermique $P_{th} = 2400 \text{ MW}$ (MWth = MegaWatt thermique) au fluide (Hélium). L'hélium circulant dans le circuit primaire échange ensuite cette chaleur avec le mélange He-N₂ du cycle à gaz dans l'échangeur de chaleur IHX. Le cycle à gaz fournit une puissance électrique $P_{el} = 406 \text{ MW}$ (MWe = MegaWatt électrique).

On étudie dans l'exercice le cycle primaire ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$) et le cycle à gaz ($4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 4$). La partie droite du schéma (cycle à vapeur) ne sera pas étudiée en détail.

L'hélium du circuit primaire et le mélange He-N₂ du cycle à gaz sont considérés comme des gaz parfaits. Leurs propriétés sont données sur la première page du sujet.

1) Caractéristiques des gaz parfaits

1a) Calculer les constantes massiques des gaz parfaits r_{He} pour l'hélium et r_{N_2} pour le diazote.

$$r = \frac{R}{M}$$

$$r_{He} = \frac{8,314}{4,00 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 2080 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$r_{N_2} = \frac{8,314}{28,0 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 297 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

NOM : Prénom : Groupe :

1b) Donner l'expression de la capacité thermique massique à pression constante d'un gaz parfait de rapport isentropique γ . Réaliser l'application numérique pour l'hélium (c_{pHe}) et pour le diazote (c_{pN_2})

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

$$c_{pHe} = 5180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \quad c_{pN_2} = 1039 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

1c) Montrer que la capacité thermique massique du mélange He-N₂ avec une fraction massique x_{He} d'hélium s'écrit : $c_{p_{mel}} = x_{He} c_{pHe} + (1 - x_{He}) c_{pN_2}$.
Faire le calcul pour $x_{He} = 0,2$.

$$C_{p_{mel}} = C_{pHe} + C_{pN_2} \quad (C_p \text{ extensive})$$

$$m c_{p_{mel}} = m_{He} c_{pHe} + m_{N_2} c_{pN_2} \quad \text{avec } m = m_{He} + m_{N_2}$$

$$c_{p_{mel}} = \frac{m_{He}}{m} c_{pHe} + \frac{m_{N_2}}{m} c_{pN_2}$$

$$c_{p_{mel}} = x_{He} c_{pHe} + (1 - x_{He}) c_{pN_2}$$

$$c_{p_{mel}} = 1867 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

2) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement (premier principe industriel) dans le cas le plus général.

$$\dot{m} ((h_s - h_e) + (e_s - e_e) + (p_s - p_e)) = \dot{W}_u + \dot{Q}$$

ou

$$(h_s - h_e) + (e_s - e_e) + (p_s - p_e) = w_u + q$$

Le fluide reçoit un travail utile négligeable dans la soufflante, ce qui permet de considérer que $\Delta h_{3 \rightarrow 1} = 0$ (ce qui implique que $\Delta h_{1 \rightarrow 2} = -\Delta h_{2 \rightarrow 3}$ pour le cycle primaire).

De plus, les transformations dans l'échangeur de chaleur et dans le générateur de vapeur sont isobares.

Enfin, on négligera les variations d'énergie cinétique et potentielle dans la suite de l'exercice.

NOM : Prénom : Groupe :

Les autres hypothèses introduites dans l'écriture du premier principe pour les différents organes devront être soigneusement justifiées.

3) Détermination des débits

3a) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour le coeur. En déduire le débit d'hélium $\dot{m}_{He}$ dans le circuit primaire.

L'hélium ne reçoit qu'une puissance thermique. P_{th} .

$$\dot{m}_{He} (h_2 - h_1) = P_{th}$$

Un gaz parfait suit la deuxième loi de Joule.
 $dh = c_p dT \Rightarrow h_2 - h_1 = c_{pHe} (T_2 - T_1)$

$$\dot{m}_{He} = \frac{P_{th}}{c_{pHe} (T_2 - T_1)}$$

$$\dot{m}_{He} = 1030 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

3b) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour l'échangeur de chaleur IHX. En déduire le débit du mélange He-N₂ $\dot{m}_{mel}$ dans le cycle à gaz.

Dans l'échangeur de chaleur, il n'y a ni travail utile, ni transfert thermique avec l'extérieur.

$$\dot{m}_{He} (h_3 - h_2) + \dot{m}_{mel} (h_4 - h_7) = 0$$

Avec la 2^{de} loi de Joule,

$$\dot{m}_{He} c_{pHe} (T_3 - T_2) + \dot{m}_{mel} c_{p_{mel}} (T_4 - T_7) = 0$$

$$\dot{m}_{mel} = - \dot{m}_{He} \frac{c_{pHe} (T_3 - T_2)}{c_{p_{mel}} (T_4 - T_7)}$$

$$\dot{m}_{mel} = 2820 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

NOM : Prénom : Groupe :

4) Donner l'expression de l'efficacité e du cycle à gaz seul ($4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 4$) à partir des données de la figure 1, en justifiant. Réaliser l'application numérique.

énergie utile : $P_{el} = 406 \text{ kW}$
 énergie coûteuse : $P_{th} = 2400 \text{ kW}$ entièrement dissipée dans l'échangeur de chaleur.

$$e = \frac{P_{el}}{P_{th}} = \frac{406}{2400} = 0,17$$

5) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour la turbine à gaz.

Dans la turbine, le mélange fournit un travail, il n'y a pas de transfert thermique.

$$\dot{m}_{\text{mel}} (h_5 - h_4) = \dot{W}_{uT} < 0$$

6) Ecrire le premier principe pour les systèmes en écoulement pour le compresseur.

Dans le compresseur, le mélange reçoit un travail, il n'y a pas de transfert thermique.

$$\dot{m}_{\text{mel}} (h_7 - h_6) = \dot{W}_{uC} > 0$$

7) Montrer que l'efficacité de ce cycle à gaz peut s'écrire sous la forme : $e = 1 + \frac{T_6 - T_5}{T_4 - T_7}$.

$$\begin{aligned}
 P_{el} &= |\dot{W}_{uT}| - |\dot{W}_{uC}| \\
 \text{avec le 1^{er} loi de Joule} \quad &\dot{W}_{uT} = \dot{m}_{\text{mel}} c_{p,\text{mel}} (T_5 - T_4) < 0 \\
 &\dot{W}_{uC} = \dot{m}_{\text{mel}} c_{p,\text{mel}} (T_7 - T_6) > 0 \\
 P_{th} &= \dot{m}_{\text{mel}} c_{p,\text{mel}} (T_4 - T_7) > 0 \\
 e &= \frac{-c_{p,\text{mel}} \dot{m}_{\text{mel}} (T_4 - T_5 + T_7 + T_6)}{\dot{m}_{\text{mel}} c_{p,\text{mel}} (T_4 - T_7)} = 1 + \frac{T_6 - T_5}{T_4 - T_7}
 \end{aligned}$$

NOM : Prénom : Groupe :

8) On introduit le rapport des pressions $\tau = \frac{P_4}{P_5}$. Donner l'expression de l'efficacité en fonction de τ et de γ_{mel} (rapport isentropique du mélange). En déduire la valeur numérique de τ (on prendra $\gamma_{\text{mel}} = 1,54$).

On utilise les lois de Laplace pour $4 \rightarrow 5$ et $6 \rightarrow 7$
compression et turbine : transformation isentropique.

$$P_4^{1-\gamma} T_4^{\gamma} = P_5^{1-\gamma} T_5^{\gamma}$$

$$P_6^{1-\gamma} T_6^{\gamma} = P_7^{1-\gamma} T_7^{\gamma}$$

$$T_5 = T_4 \left(\frac{P_4}{P_5} \right)^{1-\gamma/\gamma}$$

$$P_5 = P_6 \text{ et } P_4 = P_7$$

$$= T_4 \tau^{1-\gamma/\gamma}$$

$$P_5^{1-\gamma} T_6^{\gamma} = P_4^{1-\gamma} T_7^{\gamma}$$

$$T_6 = T_7 \tau^{1-\gamma/\gamma}$$

$$e = 1 + \frac{T_7 \tau^{1-\gamma/\gamma} - T_4 \tau^{1-\gamma/\gamma}}{T_4 - T_7}$$

$$e = 1 - \tau^{1-\gamma/\gamma}$$

$$\tau^{1-\gamma/\gamma} = 1 - e$$

$$\tau = (1 - e)^{\gamma/(1-\gamma)}$$

$$\tau = 1,7$$

9) Donner la valeur numérique de la température T_5 .

Quel est l'intérêt de rajouter un cycle à vapeur à la suite du cycle à gaz étudié ici ?

On utilise la relation précédente

$$T_5 = 635^{\circ}\text{C}.$$

le mélange ressort de la turbine à haute température.

On peut se servir de cette énergie pour faire

fonctionner le cycle à vapeur et on se rend compte que

On augmente la puissance utile avec la même puissance continue. L'efficacité globale s'améliore.