

NOM : Prénom : Groupe :

I.S. de P1-1 du vendredi 10 avril 2026

Durée : 1h30

Notes à lire avant de commencer :

INSCRIRE SON NOM, PRENOM, GROUPE EN HAUT DE L'ÉNONCÉ

Les calculatrices non-graphiques non-programmables sont autorisées.

Pour les élèves internationaux, les dictionnaires en papier non-annotés sont autorisés.

Les téléphones portables (éteints) et les montres doivent être rangés dans les sacs.

- Tout résultat doit être justifié.
- Les calculs doivent prendre en compte les notations de l'énoncé.

Formulaire :

Données numériques :

- constante universelle des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- masse molaire de l'air $M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$

Rappel :

Si un système reçoit une puissance thermique constante $\mathcal{P}$ pendant une durée t , l'énergie thermique Q reçue par le système est alors $Q = \mathcal{P} \times t$

NOM : Prénom : Groupe :

Exercice 1 : Refroidissement par compression puis détente

On considère un système constitué de n moles de gaz parfait de rapport isentropique γ . Il est initialement dans l'état défini par la pression P_L , la température T_0 et le volume V_0 (état 0).

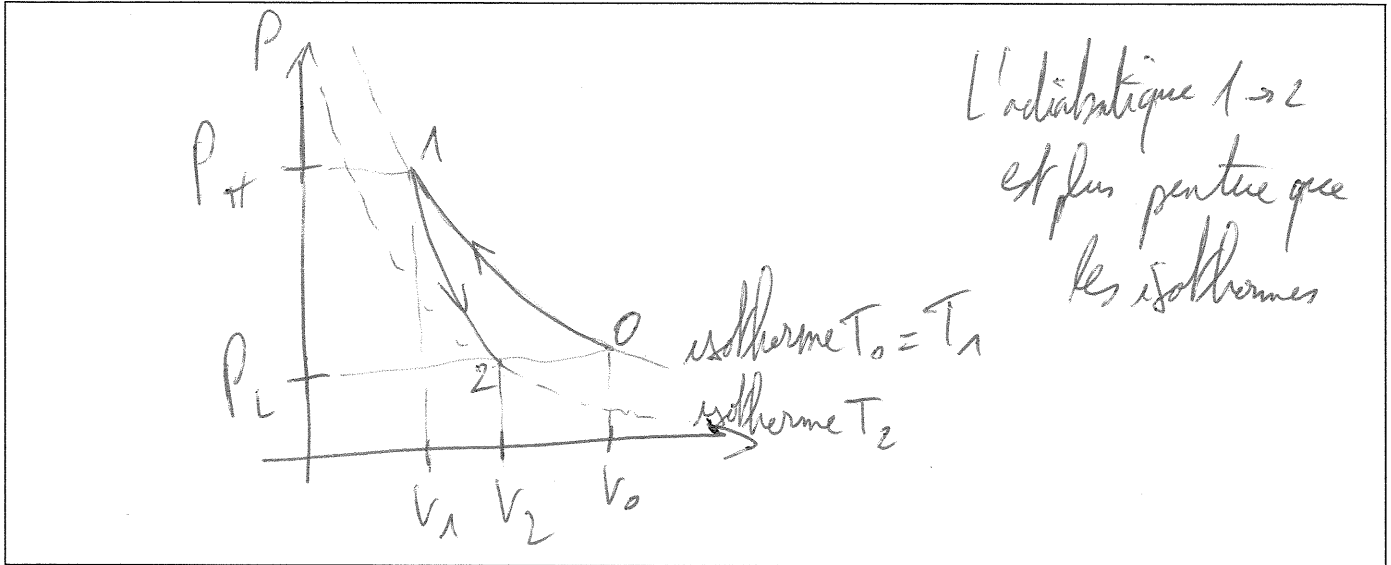
Le système subit une succession de deux transformations a) et b) :

a) compression isotherme lente jusqu'à une pression P_H (état 1)

b) suivie d'une détente adiabatique réversible ramenant la pression à la valeur P_L (état 2).

Données numériques : $P_L = 1 \text{ bar}$; $P_H = 10 \text{ bar}$; $T_0 = 300 \text{ K}$, $V_0 = 10 \text{ L}$ et $\gamma = 1,4$.

1) Représenter un groupe de transformations $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ dans un diagramme de Clapeyron (V en abscisse; P en ordonnée).



2) Déterminer l'expression de la quantité de matière n de gaz en fonction des données du problème. Réaliser l'application numérique.

$$\text{loi des gaz parfaits : } n = \frac{P_L V_0}{R T_0}$$

$$= 0,401 \text{ mol}$$

3) Déterminer l'expression de la température T_2 atteinte par le gaz après un groupe de transformations a) puis b) en fonction des données du problème. Réaliser l'application numérique.

Le gaz parfait subit une transformation adiabatique réversible d'après la loi de Laplace : $P^{1-\gamma} T^\gamma$ est constant

$$\text{donc } P_L^{1-\gamma} T_2^\gamma = P_H^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_H^{1-\gamma} T_0^\gamma \text{ car } 0 \rightarrow 1 \text{ est isotherme}$$

$$\text{Donc } T_2 = T_0 \left(\frac{P_H}{P_L} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 155 \text{ K}$$

4a) Déterminer, de manière littérale, en fonction de n, γ, R, T_0, P_H et P_L le travail reçu par le système lors du groupe de transformations : a) puis b). Commenter les signes de ces transferts d'énergie. Réaliser les applications numériques.

0 → 1 : $\delta W = -P_{\text{ext}} dV = -P dV$ car lente, or c'est un gaz parfait et 0 → 1 isotherme
donc $P = \frac{nRT_0}{V}$ donc $\delta W = -\frac{nRT_0}{V} dV$
En intégrant $W_{0 \rightarrow 1} = -nRT_0 \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right) = nRT_0 \ln \left(\frac{P_H}{P_L} \right)$ car isotherme
Donc $W_{0 \rightarrow 1} = 2,3 \text{ kJ}$, le gaz reçoit du travail mécanique

1 → 2 est adiabatique donc $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$
d'après le premier principe, $W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2}$
or un gaz parfait suit la 1^{re} loi deoule
donc $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = C_V (T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1)$ pour un gaz parfait
Donc $W_{1 \rightarrow 2} = \frac{nRT_0}{\gamma-1} \left(\frac{T_2}{T_0} - 1 \right) = \frac{nRT_0}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P_H}{P_L} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) = -1,2 \text{ kJ}$

Pendant 1 → 2, le gaz fournit du travail car $W_{1 \rightarrow 2} < 0$

4b) Déterminer, de manière littérale, en fonction de n, γ, R, T_0, P_H et P_L le transfert thermique reçu par le gaz lors du groupe de transformations : a) puis b). Commenter les signes de ces transferts d'énergie. Réaliser les applications numériques.

0 → 1 est isotherme et en gaz parfait suit la première loi deoule donc $\Delta U_{0 \rightarrow 1} = U(T_1) - U(T_0) = U(T_0) - U(T_0) = 0$
D'après le 1^{er} principe, $Q_{0 \rightarrow 1} = -W_{0 \rightarrow 1} = -nRT_0 \ln \left(\frac{P_H}{P_L} \right)$
 $Q_{0 \rightarrow 1} < 0$, le gaz fournit un transfert thermique à l'extérieur

1 → 2 est adiabatique donc $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$

NOM : Prénom : Groupe :

5) On s'intéresse dans cette question à la transformation $0 \rightarrow 1$.5a) Question indépendante : Démontrer, à l'aide d'une identité thermodynamique que l'on énoncera, la formule exprimant la variation d'entropie d'un gaz parfait en fonction des variables T et P .

Deuxième identité thermodynamique : $dH = TdS + VdP$
 Un gaz parfait suit la seconde loi deoule donc $dH = C_p dT$
 donc $dS = C_p \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dP = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - \frac{nR}{P} dP$ pour un gaz parfait
 En intégrant, on trouve $\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$

5b) En déduire la variation de l'entropie du système $\Delta S = S_1 - S_0$ entre les états du système 0 et 1 en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

$$\Delta S_{0 \rightarrow 1} = -nR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) \text{ car } T_1 = T_0$$

$$= -7,68 \text{ J.K}^{-1}$$

5c) Exprimer l'entropie échangée S^{ech} par le système entre les états 0 et 1 en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

$$S_{0 \rightarrow 1}^{ech} = \frac{\Delta S_{0 \rightarrow 1}}{T_0}$$

$$= -7,68 \text{ J.K}^{-1}$$

5d) Exprimer l'entropie créée S^{cr} par le système entre les états 0 et 1 en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique. Commenter.

Deuxième principe : $S_{0 \rightarrow 1}^{cr} = \Delta S_{0 \rightarrow 1} - S_{0 \rightarrow 1}^{ech} = 0 \text{ J.K}^{-1}$
 La transformation est donc réversible

NOM : Prénom : Groupe :

Exercice 2 : Un petit trajet en Mexicable

Le Mexicable est un ensemble de lignes de téléphérique inauguré en 2016 se trouvant dans l'agglomération du grand Mexico au Mexique. Nous regarderons dans cet exercice la ligne 1 se situant dans la ville d'Ecatepec de Morelos en banlieue de Mexico.

Le trajet étudié va de la station La Cañada (2360m au-dessus du niveau de la mer) à la station Santa Clara (2240m au-dessus du niveau de la mer).

Une cabine de Mexicable a un volume intérieur de $V = 10 \text{ m}^3$ et nous supposons dans cette partie que les portes peuvent rester fermées hermétiquement lors du trajet.

La descente dure $t_{\text{traj}} = 22 \text{ min}$ en moyenne. Lors de la descente, la cabine est éclairée par le Soleil qui transfère à l'air de la cabine une puissance thermique $\mathcal{P} = 50 \text{ W}$.

Au départ de La Cañada, une partie de l'air extérieur à la pression $P_{LC} = 1012 \text{ hPa}$ et à la température $\theta_{LC} = 20^\circ\text{C}$ est piégée à l'intérieur de la télécabine. Nous supposons également que la cabine elle-même est à l'équilibre thermique avec l'air extérieur à ce moment. Nous étudierons dans cet exercice la transformation subie par l'air emprisonné dans la cabine. L'air sera supposé se comporter comme un gaz parfait de rapport isentropique $\gamma = 1,4$.

On notera P_{SC} et θ_{SC} la pression et la température de l'air de la cabine à l'arrivée à la station Santa Clara.

1) Décrire la nature de la transformation subie par l'air de la cabine au cours de la descente. On attend ici un nom et deux adjectifs les plus précis possibles.

échauffement
ou
compression } isochore lent

2) Donner le travail W reçu par l'air de la cabine lors de la transformation. Une justification est attendue.

transformation isochore donc $dV=0$ donc $\delta W=0$
donc $W=0 \text{ J}$

3) Exprimer la variation d'énergie interne de l'air de la cabine en fonction de variables thermodynamiques.

L'air se comporte comme un gaz parfait, il suit la première loi de Joule (U ne dépend que de T)
donc $dU = C_v dT = \frac{nR}{\gamma-1} dT$
donc $\Delta U = \frac{nR}{\gamma-1} (\theta_{SC} - \theta_{LC})$

NOM : Prénom : Groupe :

4) Donner une expression du transfert thermique Q reçu par l'air de la cabine en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

$$Q = \int \dot{Q}_{ray} = 66 \text{ kJ}$$

5) En déduire une expression de la température θ_{SC} en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

D'après le 1^{er} principe, $\Delta U = W + Q$
 donc $\theta_{SC} = \theta_{LC} + \frac{(\gamma-1)\Delta U}{nR} = \theta_{LC} + \frac{(\gamma-1)Q}{nR}$
 or $n = \frac{P_{LC}V}{RT_{LC}} = 4.15 \text{ mol}$ donc $\theta_{SC} = 27.6^\circ\text{C}$

6) En pratique, l'éclairement solaire annuel moyen à Mexico donnerait une puissance thermique arrivant sur la cabine de l'ordre de 2,5 kW. Comment expliquer la différence avec la puissance thermique de 50 W réchauffant l'air de la cabine ?

La cabine est constituée de pièces solides de capacité thermique plus élevée que l'air et qui captent une partie du rayonnement (la majorité car $c_{\text{métal}} \gg c_{\text{air}}$)
 On a également accepté cette réponse cohérente autour du transfert thermique (réflexion, dissipation, résistance)

7) Donner une expression de la pression P_{SC} en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

$$P_{SC} = \frac{nRT_{SC}}{V} = 1.038 \text{ bar}$$

NOM : Prénom : Groupe :

8a) On s'intéresse maintenant à l'air extérieur à la cabine (dans l'atmosphère). Donner une expression de la masse volumique ρ d'un gaz parfait en fonction de P , T et de constantes (la démonstration est attendue). Réaliser l'application numérique pour l'air au niveau de la station La Cañada.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{\frac{nRT}{P}} = \frac{PM}{RT}$$

$$\rho_{LC} = \frac{P_{LC} M}{RT_{LC}} = 1,20 \text{ kg.m}^{-3}$$

8b) On supposera que la masse molaire de l'air est la même au niveau des deux stations. La variation de pression est alors proportionnelle à la variation d'altitude z en suivant la loi : $P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$ (axe z vertical ascendant). En déduire une expression de la pression P_{SC}^{ext} de l'air extérieur au niveau de la station Santa Clara. Réaliser l'application numérique.

$$P_{SC}^{ext} = P_{LC} - \rho_{LC} g(z_{SC} - z_{LC})$$

$$= 1,026 \text{ bar}$$

NOM : Prénom : Groupe :

9) L'air va-t-il entrer ou sortir de la cabine à l'ouverture des portes? Justifier.

$$P_{sc}^{ext} < P_{sc}$$

L'air de la cabine va donc sortir de la cabine
à l'ouverture des portes