

Correction: Calculs d'incertitude

Exercice

- A. Plusieurs binomes mesurent la capacité thermique massique de l'éthanol par une méthode calorimétrique. Ils obtiennent les résultats suivants :

Table 1.1: Mesures expérimentales de la capacité thermique massique de l'éthanol

Binôme	c ($\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	Incertitude ($\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)
1	2,51	0.05
2	2,41	0.03
3	2,40	0.05
4	2,50	0.08
5	2,36	0.05
6	2,46	0.04
7	2,43	0.05
8	2,40	0.05
9	2,48	0.05
10	2,43	0.04
11	2,42	0.05
12	2,50	0.08
13	3,58	0.05
14	2,39	0.05
15	2,35	0.06

La valeur tabulée pour la capacité thermique massique de l'éthanol est $c_{\text{ethanol}} = 2,44 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

Déterminer c_{ethanol} obtenu à partir des mesures du tableau 1.1 et réaliser l'application numérique. Préciser l'intervalle et le niveau de confiance de ce résultat. Commenter.

- B. On souhaite déterminer avec précision la capacité thermique C d'un calorimètre, ainsi que l'incertitude associée à la mesure. Celui-ci est constitué d'un vase intérieur en zinc, dont la masse est $m_z = 300 \text{ g}$ et d'un agitateur en verre de masse $m_v = 50 \text{ g}$. La précision indiquée sur la balance est de 1 g .

Déterminer la capacité thermique C du calorimètre et de ses accessoires et réaliser l'application numérique. Préciser l'intervalle et le niveau de confiance de ce résultat. Commenter.

Données :

Substance	zinc	verre
Capacité massique ($\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$)	0,38	0,80
Incertitude ($\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$)	0,01	0,01

Correction

- A. On écarte la valeur aberrante de cette série statistique (binôme 13), il reste alors $N = 14$ mesures.

Un tableur donne alors les résultats suivants :

Moyenne \bar{c} ($\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$)	2,4314
Estimateur écart-type s_c ($\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$)	0,0498

Pour une série statique, l'incertitude (avec un niveau de confiance de 95%) vaut : $U(c_{\text{ethanol}}) = \frac{2s_c}{\sqrt{N}}$

$$\text{AN: } U(c_{\text{ethanol}}) = \frac{2 \times 0,0498}{\sqrt{14}} = 0,0266 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$$

Une incertitude s'arrondit toujours par excès avec un seul chiffre significatif, on garde donc $U(c_{\text{ethanol}}) = 0,03 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$

Puisque l'incertitude est estimée à $0,03 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, le résultat de la mesure ne peut pas être plus précis que l'unité de cette incertitude soit $0,01 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$. Aussi le résultat de la mesure doit être arrondi à $0,01 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ près.

Le résultat de la mesure s'écrit alors $c_{\text{ethanol}} = 2,43 \pm 0,03 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (niveau de confiance de 95%) ou encore $2,40 \leq C \leq 2,46 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (niveau de confiance de 95%).

La valeur de référence appartient à l'intervalle de confiance de cette mesure, il semble donc ne pas y avoir d'erreur systématique dans cette mesure. **Le résultat de la mesure semble cohérent.**

Rq : les incertitudes sur chaque mesure ne sont pas utilisées dans une étude statistique.

- B. La capacité thermique est une grandeur extensive, et le calorimètre étant constitué d'un vase en zinc et d'un agitateur en verre, on a donc :

$$C = m_v \times c_v + m_z \times c_z \quad \text{AN : } C = 154 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

La formule de propagation des incertitudes donne alors :

$$U(C) = \sqrt{c_v^2 U(m_v)^2 + m_v^2 U(c_v)^2 + c_z^2 U(m_z)^2 + m_z^2 U(c_z)^2}$$

$$\text{AN : } U(C) = \sqrt{800^2 \times 0,001^2 + 0,05^2 \times 10^2 + 380^2 \times 0,001^2 + 0,3^2 \times 10^2}$$

$$\text{On trouve } U(C) = 3,168 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Une incertitude s'arrondit toujours par excès avec un seul chiffre significatif, on garde donc $U(C) = 4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

Le résultat de la mesure s'écrit alors $C = 154 \pm 4 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (niveau de confiance de 95%) ou encore $150 \leq C \leq 158 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ (niveau de confiance de 95%).