

D.S. de P3 du jeudi 15 Janvier 2026

Durée : 2h

INSCRIRE SON NOM, PRENOM, GROUPE EN HAUT DE CHAQUE FEUILLE

Une calculatrice non programmable, non graphique est autorisée.

Pour les élèves internationaux, les dictionnaires en papier non-annotés sont autorisés.

Les téléphones portables et montres connectées doivent être éteints et rangés dans les sacs.

TOUTE APPLICATION NUMERIQUE EST PRECEDEE D'UN CALCUL LITTERAL
ET COMPORTE UNE UNITE.

Exercice 1 : Caractéristiques d'un filtre - Application

Partie A : Etude du filtre

On étudie dans cet exercice le filtre ci-dessous :

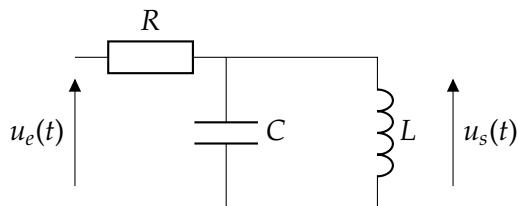


FIGURE 1

Dans la partie A, on se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω .

- 1) Avec une analyse qualitative, déterminer la nature de ce filtre.

NOM : Prénom : Groupe :

2) Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre. Préciser l'ordre du filtre.

La forme canonique de cette fonction de transfert est $\underline{H} = \frac{A_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ avec $A_0 = 1$, $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega\sqrt{LC}$ et $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$. On rappelle l'expression de la largeur de la bande passante : $\Delta x = \frac{1}{Q}$.

3) Par une étude asymptotique, déterminer les pentes des asymptotes du gain G_{dB} de ce filtre.

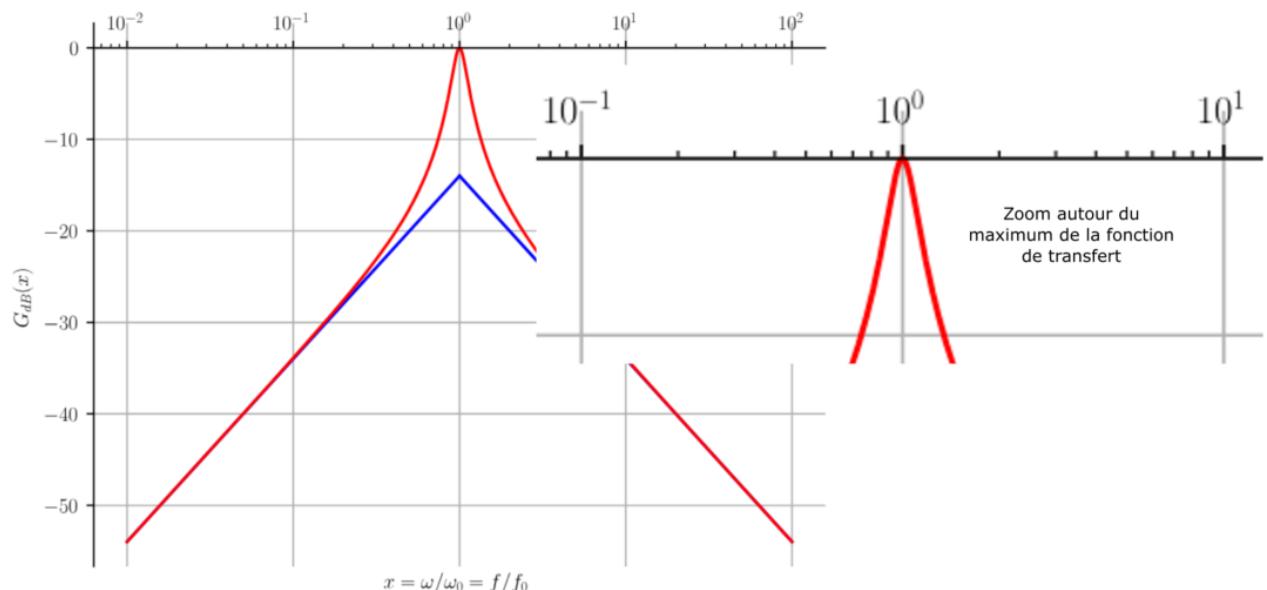
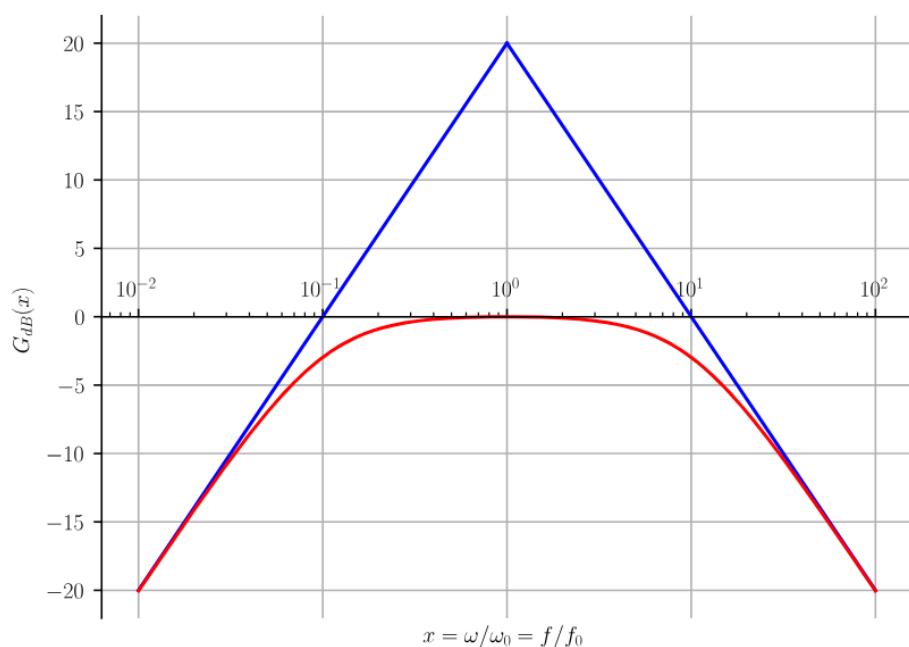
NOM : Prénom : Groupe :

Deux diagrammes de Bode en gain de ce filtre, obtenus pour des jeux de valeurs différentes de R , L et C , sont tracés sur les figures 2 et 3.

- 4) Expliquer la différence entre ces deux diagrammes. Préciser le paramètre qui varie et estimer sa valeur pour chaque graphique. Expliciter votre démarche.

NOM : Prénom : Groupe :

--

**FIGURE 2** – Diagramme de Bode (avec ses asymptotes) du filtre avec le jeu de valeurs n°1**FIGURE 3** – Diagramme de Bode (avec ses asymptotes) du filtre avec le jeu de valeurs n°2

Partie B : Application - Spectre d'un signal

Pour transmettre un signal donné, on mélange le signal à transmettre (appelé signal modulateur) avec une porteuse de très haute fréquence.

Soit le signal modulateur : $u(t) = U_0 + U \cos(\omega_m t)$ et la porteuse $s(t) = S \cos(\omega_p t)$ avec $\omega_p \gg \omega_m$.

Le signal modulé est le résultat de la multiplication de ces deux signaux $v(t) = u(t) s(t)$. C'est ce signal qui est transmis.

On donne les relations : $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$ et $\cos(a) = \cos(-a)$.

1a) Tracer les spectres de $u(t)$, $s(t)$.

1b) Déterminer l'expression de $v(t)$ et tracer son spectre. Expliquer pourquoi il est impossible de récupérer le signal modulateur $u(t)$ avec un simple filtre.

NOM : Prénom : Groupe :

2) Une des techniques utilisées est de multiplier $v(t)$ de nouveau par la porteuse à réception du signal. On obtient le signal $y(t) = v(t)s(t)$.

Déterminer l'expression littérale de $y(t)$ et tracer son spectre.

La fréquence du signal modulateur est $f_m = 5 \text{ kHz}$ et celle de la porteuse $f_p = 500 \text{ kHz}$.
On utilise un filtre passe-bande pour récupérer seulement le signal de fréquence f_m . On veut donc que la première fréquence supérieure à f_m ne soit pas incluse dans la bande passante.

3a) Donner la valeur numérique de la fréquence propre f_0 qui convient.

A partir du spectre de la question 2), donner la condition que doit vérifier la largeur de la bande passante et en déduire une condition sur le facteur de qualité pour ce filtre.

3b) Est-ce que les deux jeux de valeurs du filtre passe-bande étudiés dans la partie A conviennent?
Commenter.

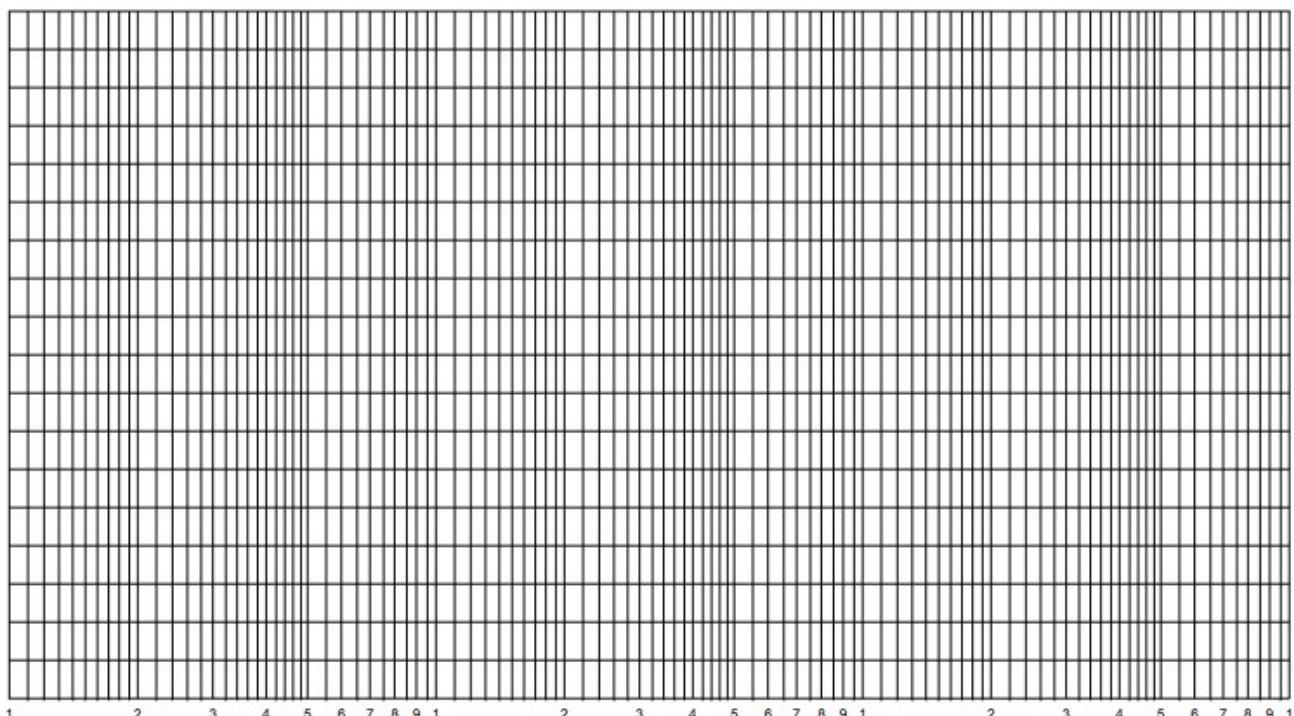
Exercice 2 : Traitement d'un signal sonore - Gabarit

Un dispositif de traitement de signaux accoustiques nécessite la séparation des composantes sonores (de 0 à 20 kHz) et des composantes ultrasonores (au delà de 40 kHz). On souhaite éliminer les composantes ultrasonores.

Le cahier des charges du dispositif indique les caractéristiques suivantes :

- le gain pour les composantes sonores doit être supérieur à -3dB.
- le gain pour les composantes ultrasonores doit être inférieur à -10 dB.

1) Tracer le gabarit correspondant à ce cahier des charges. *On choisira 4 dB pour 1 carreau pour l'échelle verticale. On indiquera l'échelle horizontale choisie.*



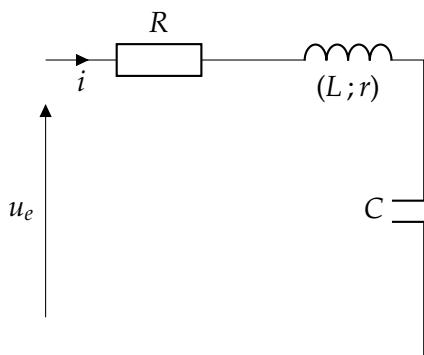
NOM : Prénom : Groupe :

2) En déduire la nature et l'ordre du filtre correspondant. Justifier.

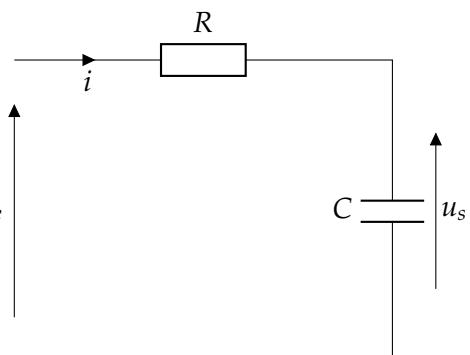
3) A l'aide de l'annexe et du gabarit, déterminer les paramètres caractéristiques du filtre qui convient en justifiant. On donnera un encadrement pour la fréquence caractéristique. Le raisonnement sera clairement indiqué sur le graphique.

NOM : Prénom : Groupe :

On propose les deux filtres ci-dessous :



(1)



(2)

- 4) Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 des filtres (1) et (2), respectivement.

- 5) Indiquer le filtre qu'il faut choisir. Justifier.

ANSWER The answer is 1000.

- 6) A l'aide de l'annexe, donner la forme canonique de la fonction de transfert de ce filtre. Déterminer les expressions des paramètres caractéristiques.

NOM : Prénom : Groupe :

7) On dispose au laboratoire d'une bobine d'inductance $L = 40 \text{ mH}$ et de résistance interne $r = 20 \Omega$. On choisit la fréquence propre $f_0 = 20 \text{ kHz}$. Déterminer les valeurs littérales puis numériques de R et C .

Légende :

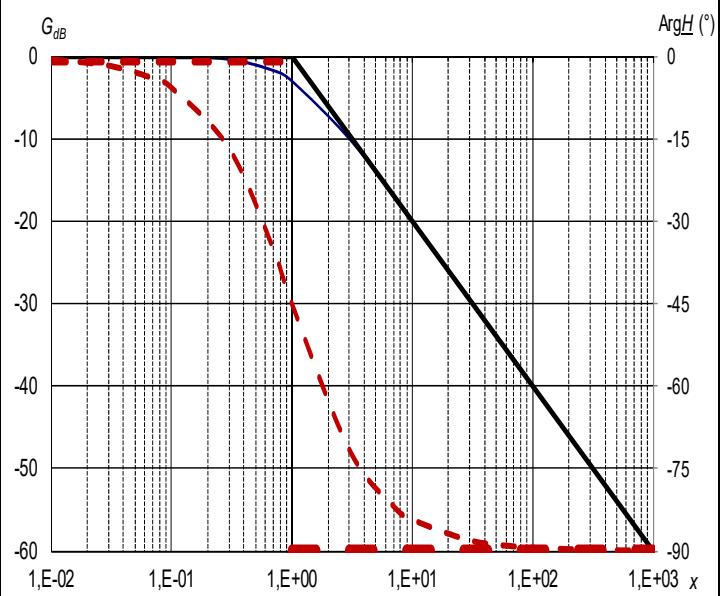
Les courbes sont tracées pour $A_0 = 1$

Traits pleins : Courbe de gain et ses asymptotes

Traits pointillés : Courbe de phase et ses asymptotes

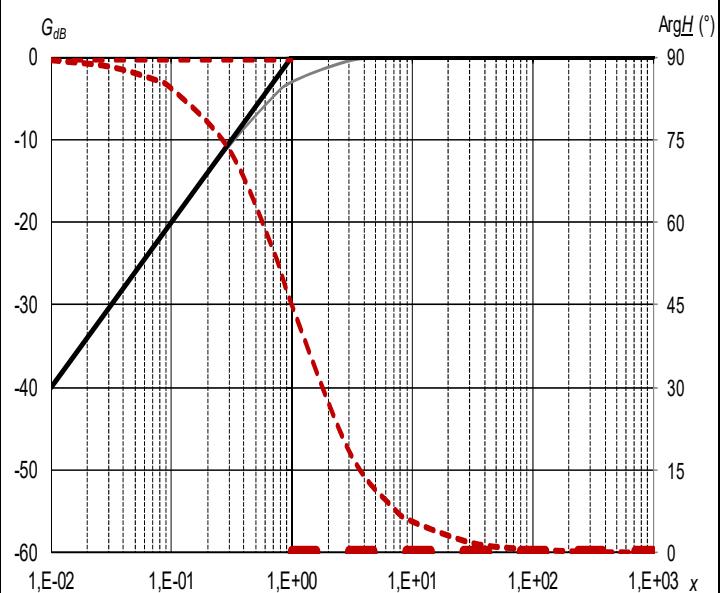
$$\underline{T}(jx) = \frac{A_0}{1 + jx}$$

$$x = \frac{f}{f_c} \quad f_c : \text{fréquence de coupure}$$



$$\underline{T}(jx) = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{jx}}$$

$$x = \frac{f}{f_c} \quad f_c : \text{fréquence de coupure}$$

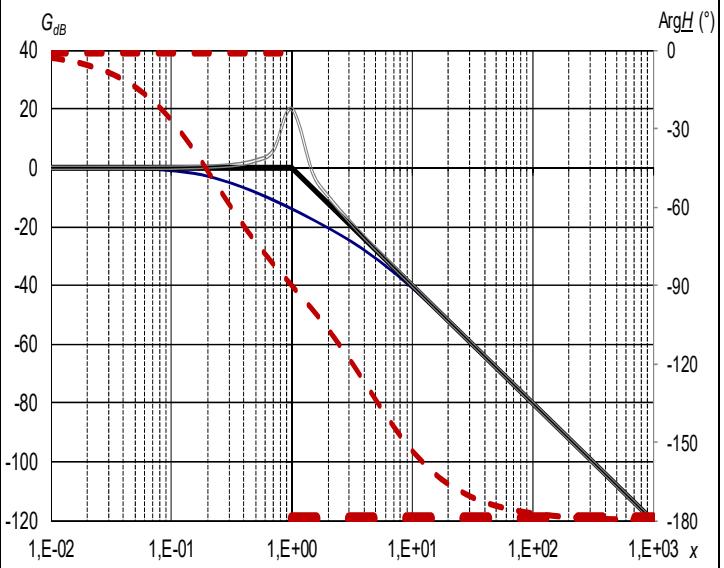


$$\underline{T}(jx) = \frac{A_0}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

$$x = \frac{f}{f_0} \quad f_0 : \text{fréquence propre}$$

$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (trait plein double) :
présence d'un phénomène de résonance

$Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (trait plein simple) :
pas de résonance



Légende :

Les courbes sont tracées pour $A_0 = 1$

Traits pleins : Courbe de gain et ses asymptotes

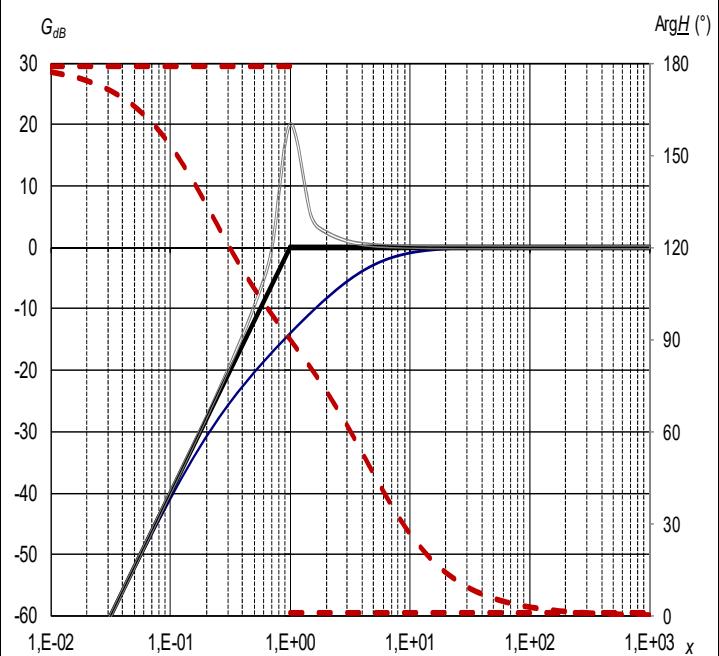
Traits pointillés : Courbe de phase et ses asymptotes

$$T(jx) = A_0 \frac{(jx)^2}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

$$x = \frac{f}{f_0} \quad f_0 : \text{fréquence propre}$$

$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (trait plein double) : présence d'un phénomène de résonance

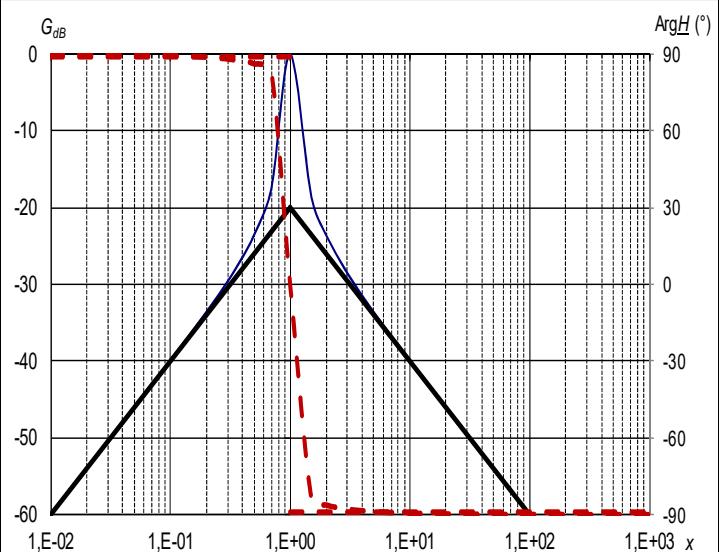
$Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (trait plein simple) : pas de résonance



$$T(jx) = \frac{A_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} = A_0 \frac{\frac{jx}{Q}}{1 + \frac{jx}{Q} + (jx)^2}$$

$$x = \frac{f}{f_0} \quad f_0 : \text{fréquence propre}$$

Les asymptotes se coupent en $\left(G_{dB} = 20 \log \frac{A_0}{Q} \right)$



$$T(jx) = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}}$$

$$x = \frac{f}{f_0} \quad f_0 : \text{fréquence propre}$$

