

Corrigé de l'EC1: Gonfler une chambre à air de vélo

Énoncé

Considérons une chambre à air de vélo de volume une fois gonflée $V_0 = 2000 \text{ cm}^3$ et une pompe à vélo composée d'un piston et d'un réservoir cylindrique de diamètre 32 mm et de longueur 50 cm, on notera son volume utile V_{pompe} .

La pompe est constituée d'un piston de masse négligeable. Lorsque le piston est tiré, le réservoir se remplit d'air issu de l'atmosphère. Lorsque le piston est poussé, tout l'air contenu dans le réservoir est transvasé dans la chambre à air de vélo.

On supposera qu'à tout instant l'air de la pompe et de la chambre à air sont à l'équilibre thermique avec l'air extérieur et que l'air extérieur est à la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ bar}$. Nous supposons dans un premier temps que l'air extérieur est à la température $\theta_0 = 25^\circ\text{C}$.

1. Déterminer la quantité de matière d'air injectée dans la chambre à air suite à un aller-retour du piston de la pompe ? Déterminer alors la pression dans la chambre à air ? Réaliser l'application numérique dans les deux cas.
2. Déterminer le nombre d'aller-retour du piston pour que la pression de la chambre à air monte à la pression $P_f = 5 \text{ bar}$? Réaliser l'application numérique.
3. Même question pour une température extérieure $\theta_1 = 0^\circ\text{C}$. Commenter.

Correction

Nous supposons dans tout l'exercice que l'air se comporte comme un gaz parfait. Nous considérerons également que le volume de la chambre à air est constant égal à V_0 , cette hypothèse est discutable car le volume d'une chambre à air tend à augmenter lors de son gonflage. Nous accepterons donc les réponses supposant que la chambre à air est initialement vide ($P = 0$) ou rempli d'air à pression atmosphérique ($P = P_0$).

1. Le volume du réservoir de la pompe est $V_{pompe} = \pi r^2 h = 402 \text{ cm}^3$.

La quantité de matière contenue dans la pompe une fois le piston étiré au maximum est alors $n_{pompe} = \frac{P_0 V_{pompe}}{RT_0} = 16 \text{ mmol}$.

La quantité de matière n_1 injectée dans la chambre à air est donc égale à celle contenue dans la pompe, on a donc $n_1 = 16 \text{ mmol}$.

La pression P_1 dans la chambre à air initialement vide est alors $P_1 = \frac{n_1 RT_0}{V_0} = P_0 \frac{V_{pompe}}{V_0}$, donc $P_1 = 0,20 \text{ bar}$.

La quantité de matière n_0 initialement présente dans la chambre à air initialement à P_0 est $n_0 = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$.

La pression P_1 dans la chambre à air initialement à P_0 est alors $P_1 = \frac{(n_0 + n_1) RT_0}{V_0} = P_0 + \frac{n_1 RT_0}{V_0} = P_0 + P_0 \frac{V_{pompe}}{V_0}$, donc $P_1 = 1,20 \text{ bar}$.

2. La quantité de matière d'air à injecter dans la chambre à air est $n_f = \frac{P_f V_0}{RT_0}$.

Le nombre d'aller-retour du piston dans le cas où la chambre à air est initialement vide est alors la partie entière de la quantité $\frac{n_f}{n_1} = \frac{P_f V_0}{P_0 V_{pompe}} = 24,9$.

Il faudra donc **25 aller-retour** de la pompe pour gonfler totalement une chambre à air totalement vide.

Le nombre d'aller-retour du piston dans le cas où la chambre à air est initialement à la pression P_0 est la partie entière de la quantité $\frac{n_f - n_0}{n_1} = \frac{P_f V_0}{P_0 V_{pompe}} - \frac{n_0}{n_1} = 19,9$

Il faudra donc **20 aller-retour** de la pompe pour gonfler totalement une chambre à air initialement remplie d'air à la pression $P = P_0$.

3. On remarque que la formule ne dépend pas de la température extérieure, **le nombre reste donc le même**.

Précisons, plus la température est faible, plus la quantité de matière d'air dans la chambre à air doit être élevée pour garantir la même pression P_f . Cependant, il y a également plus d'air dans le réservoir de la pompe à chaque aller-retour. Il y a donc au final le même nombre d'aller-retour à faire.