Correction - Exercice C2 - Atténuation d'une tension avec l'oscilloscope

1. On calcule l'impédance équivalente du dipôle (R_1, C_1) parallèle et on écrit un pont diviseur de tension.

   Pour l'impédance équivalente, on obtient : $\dfrac{1}{\underline{Z}_{eq1}} = \dfrac{1}{R_1} + j\,C_1\,\omega$, ce qui donne $\underline{Z}_{eq1} = \dfrac{R_1}{1 + j\,R_1\,C_1\,\omega}$.

   Le pont diviseur de tension donne $\underline{u}_s = \dfrac{\underline{Z}_{eq1}}{R_2 + \underline{Z}_{eq1}}\underline{u}_e$.

   Finalement, $\underline{H}_1 = \dfrac{R_1}{R_2 + R_1 + jR_1R_2C_1\omega}$.

2. Quand $\omega = 0$, $\underline{H}_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}$ et quand $\omega \to +\infty$, $\underline{H}_1 \to 0$. Le filtre laisse passer les signaux de basses fréquences (mais atténués) et annule les signaux de hautes fréquences. C'est un filtre passe-bas.

   Pour retrouver la forme canonique, on met la partie réelle du dénominateur en facteur pour obtenir : $\underline{H}_1 = \dfrac{\frac{R_1}{R_1+R_2}}{1 + j\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1\omega}$.

   On identifie les paramètres : $A_0 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$ et $\omega_c = \dfrac{1}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1}$

3. Aux basses fréquences, on a $\underline{H}_1 = A_0$ et aussi $|\underline{H}_1| = \dfrac{U_{smax}}{U_{emax}} = A_0$. On veut donc $A_0 = \frac{1}{10}$.

   En remplaçant par l'expression de A_0, on a $R_2 = 9\,R_1 = 9\ \text{M}\Omega$.

4. On calcule la fréquence de coupure : $f_c = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{1}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C_1} = 5895$ Hz.

   La bande passante du filtre est donc $[0\,\text{Hz}; 5895\,\text{Hz}]$.

   La bande passante est plus petite que celle de l'oscilloscope. Pour les fréquences supérieures à 5 kHz, l'atténuation sera de plus de 10. L'atténuation dépend de la fréquence.

5. On a une deuxième impédance équivalente pour le dipôle (R_2, C_2) : $\underline{Z}_{eq2} = \dfrac{R_2}{1 + j\,R_2\,C_2\,\omega}$ et le pont diviseur de tension donne : $\underline{u}_s = \dfrac{\underline{Z}_{eq1}}{\underline{Z}_{eq2} + \underline{Z}_{eq1}}\underline{u}_e$.

   On trouve l'expression suivante pour la fonction de transfert :

   $$\underline{H}_2 = \frac{R_1\,(1 + jR_2C_2\omega)}{R_2\,(1 + jR_1C_1\omega) + R_1\,(1 + jR_2C_2\omega)}.$$

6. En écrivant $R_1C_1 = R_2C_2$, on remarque que les termes entre parenthèse au numérateur et au dénominateur se simplifient. On obtient alors : $\underline{H}_2 = A_0$. La fonction de transfert ne dépend plus de la fréquence et on a toujours la même atténuation.

   On trouve $C_2 = \frac{R_1}{R_2}C_1 = 3{,}3$ pF.