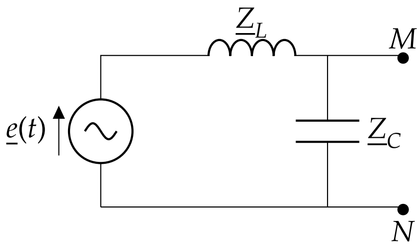
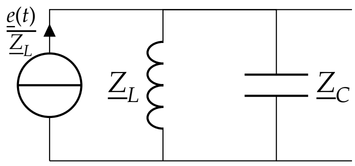
Correction - Théorème en représentation complexe

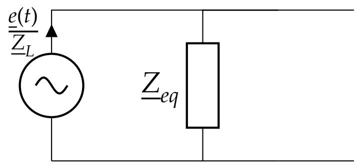
Les théorèmes vus au chapitre 1 avec des résistances sont valables aussi en régime sinusoïdal avec des impédances, notamment l'équivalence Thévenin- Norton. Il faut donc pour cela utiliser la représentation complexe. On représente ci-dessous le dipôle MN :



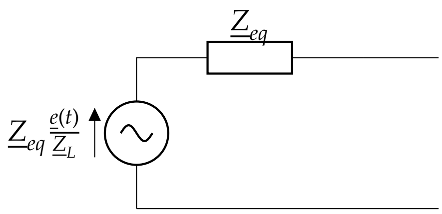
1. On transforme le générateur de Thévenin ($\underline{e}(t)$,$\underline{Z}_L$) en générateur de Norton :



   On calcule l'impédance équivalente à $\underline{Z}_C$ et $\underline{Z}_L$, associées en parallèle : $\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_L \underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C}$.



   Finalement, on transforme le générateur de Norton en générateur de Thévenin :



   On trouve $\underline{e}_{th}(t) = \underline{Z}_{eq}\dfrac{\underline{e}(t)}{\underline{Z}_L} = \dfrac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C}\underline{e}(t)$ et $\underline{Z}_{th} = \underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_L \underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C}$.

   <u>Analyse dimensionnelle</u> :

   $\left[\frac{\underline{Z}_L \underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C}\right] = \frac{[Z]^2}{[Z]} = [Z]$. L'expression a bien la dimension d'une impédance.

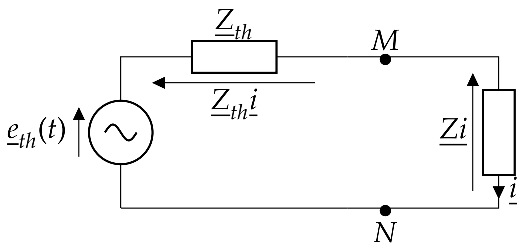
   $\left[\frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C}\underline{e}(t)\right] = \frac{[Z]}{[Z]}[U] = [U]$. L'expression a bien la dimension d'une tension.

   <u>Application numérique</u> : $\omega = 2\pi f$ et $\underline{e}(t) = 120\,\exp(j\omega t)$

   $\underline{Z}_{th} = \frac{\frac{1}{jC\omega}jL\omega}{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega} = j\frac{L\omega}{1 - LC\omega^2} = 4,29j$.

   $\underline{e}_{th}(t) = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega}\underline{e}(t) = \frac{\underline{e}(t)}{1 - LC\omega^2} = 128\,\exp(j\omega t)$.

2. On connecte le dipôle d'impédance $\underline{Z}$ sur le générateur de Thévenin qui a été trouvé :



Avec une loi des mailles dans le sens horaire, on trouve : $\underline{e}_{th} - \underline{Z}_{th}\underline{i} - \underline{Z}(t)\underline{i} = 0$,

ce qui donne $\underline{i} = \dfrac{\underline{e}_{th}}{\underline{Z}_{th} + \underline{Z}}$

Finalement, $\boxed{\underline{u}(t) = \dfrac{\underline{Z}}{\underline{Z}_{th} + \underline{Z}}\underline{e}_{th}(t)}$.

<u>Application numérique</u> :

$\underline{u}(t) = \dfrac{5+4j}{4,29j + 5 + 4j} 128 \exp(\omega t)$

$U_{max} = \dfrac{\sqrt{5^2+4^2}}{\sqrt{5^2+8,29^2}} * 128 = 85\,\Omega$.

$\phi_u = \arctan\dfrac{4}{5} - \arctan\dfrac{8,29}{5} = -0,35$ rad=-20°.

Finalement, on repasse en réel et $u(t) = 85\cos(100\pi t - 0,35)$.