

I.S. de P1-1 du vendredi 25 avril 2025

Durée : 1h30

Notes à lire avant de commencer :

INSCRIRE SON NOM, PRENOM, GROUPE EN HAUT DE L'ÉNONCÉ

Les calculatrices non-graphiques non-programmables sont autorisées.

Pour les élèves internationaux, les dictionnaires en papier non-annotés sont autorisés.

Les téléphones portables (éteints) et les montres doivent être rangés dans les sacs.

- Tout résultat doit être justifié.
- Les calculs doivent prendre en compte les notations de l'énoncé.

Données :

- constante universelle des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- masse molaire de l'air $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$

Exercice 1 : Un cowboy fatigué

Un cowboy fatigué entre dans le saloon et commande un café bien chaud. On lui sert alors un café à $\theta_i = 90^\circ\text{C}$. Cependant comme tout bon consommateur de café, notre cowboy sait qu'un bon café se boit à $\theta_f = 60^\circ\text{C}$.

On considérera dans tout l'exercice que la capacité thermique massique du café est $c_c = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, que sa masse volumique est $\rho_c = 1,00 \text{ kg.L}^{-1}$ et que le volume de la tasse de café est $V_c = 300 \text{ mL}$. On supposera également que l'air se comporte comme un gaz parfait de rapport isentropique $\gamma = 1,4$ et que le café se comporte comme une phase condensée incompressible et indilatable.

1 Étude du café

Le système étudié dans cette partie est le café.

1) Rappeler la définition des termes incompressible et indilatable, puis l'équation d'état associée à ce modèle. Que peut-on en déduire à propos des capacités thermiques du café ?

NOM : Prénom : Groupe :

2) Donner l'expression de la masse m_c de café contenue dans la tasse en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

3) Donner l'expression de la variation d'énergie interne du café entre le moment où il est servi ($\theta = \theta_i$) et le moment où il est consommé ($\theta = \theta_f$) en fonction des données de l'énoncé.

4) Donner l'expression du transfert thermique Q_c reçu par le café en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

2 Première stratégie : attendre que le café refroidisse

On considérera ici que, lors de son refroidissement, le café ne chauffe qu'une partie de l'air du saloon, qui occupe initialement un volume $V_0 = 100 \text{ m}^3$ et est à température ambiante $T_0 = 300 \text{ K}$. On va s'intéresser à la dilatation de cet air du fait des contacts avec le café. On supposera que durant toute la transformation, l'air reste à pression constante $P_0 = 1,00 \text{ bar}$ et qu'il n'échange de l'énergie qu'avec le café. Le système étudié dans cette partie est l'air.

5) Donner deux adjectifs décrivant la transformation subie par l'air.

NOM : Prénom : Groupe :

6) Donner l'expression de la quantité de matière n_a d'air considérée à l'aide des données de l'énoncé puis réaliser l'application numérique.

7) Donner, en la justifiant, la valeur du transfert thermique Q_a reçu par l'air au cours du refroidissement du café. En déduire une expression, puis une valeur numérique, de la variation d'enthalpie de l'air.

8) Quelle est la température finale T_a de l'air ? Commenter.

NOM : Prénom : Groupe :

9) Donner l'expression de la variation de l'énergie interne de l'air, puis le travail reçu par l'air. Réaliser l'application numérique.

10) Quel est le volume final occupé par l'air? Commenter.

3 Deuxième stratégie : souffler sur le café

On considérera dans cette partie que le cowboy souffle sur le café et maintient donc la température de l'air à température ambiante $T_0 = 300$ K. L'air se comporte alors comme un thermostat.

Le système étudié dans cette partie est le café.

11) Démontrer, à l'aide d'une identité thermodynamique que l'on énoncera, la formule exprimant la variation d'entropie du café en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

NOM : Prénom : Groupe :

12) Exprimer l'entropie échangée par le café en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique.

13) Exprimer l'entropie créée dans le café en fonction des données de l'énoncé. Réaliser l'application numérique. Commenter.

NOM : Prénom : Groupe :

Exercice 2 : Détente adiabatique dans l'atmosphère

On considère l'air comme un gaz parfait de rapport isentropique $\gamma = 1,4$. Au niveau du sol, l'air est à la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$ et la température $T = 288 \text{ K}$.

Rappel : Pour une fonction f strictement positive et a un entier, on a $d(\ln(f)) = \frac{df}{f}$ et $d(\ln(f^a)) = a d(\ln(f))$.

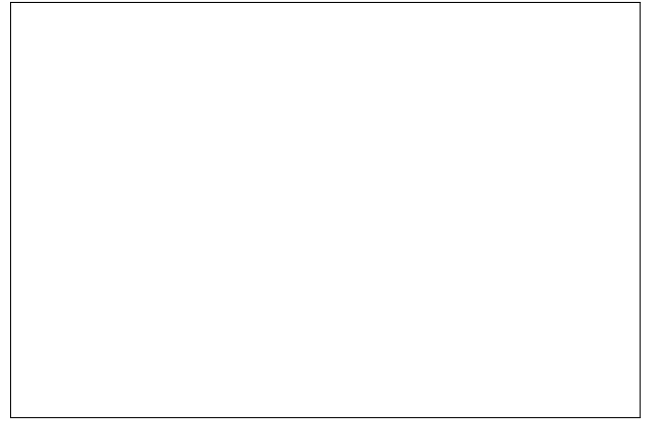
1) Déterminer l'expression de la masse volumique ρ d'un gaz parfait en fonction de P , T , M et R . Réaliser l'application numérique.

2) À partir de la définition de ρ et dans le cas d'un système fermé, montrer que sa différentielle vérifie la relation : $\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dV}{V}$.

On considère un petit volume d'air sec, initialement au niveau du sol, qui monte jusqu'à une altitude de 1000 m. Cette transformation est adiabatique et lente. Au cours de cette transformation, la température de ce petit volume d'air sec diminue de 10°C .

NOM : Prénom : Groupe :

3a) Tracer cette transformation dans un diagramme de Clapeyron en faisant apparaître aussi les isothermes correspondant aux températures initiales et finales.



3b) À partir du premier principe et du résultat de la question 2), montrer que les différentielles de T et de ρ vérifient la relation suivante : $\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{d\rho}{\rho}$. En déduire que l'on a $T\rho^{1-\gamma} = \text{constante}$ pendant la transformation.



NOM : Prénom : Groupe :

3c) En déduire les valeurs de la masse volumique et de la pression à la fin de la transformation.

Exercice 3 : Injection d'air sous un piston

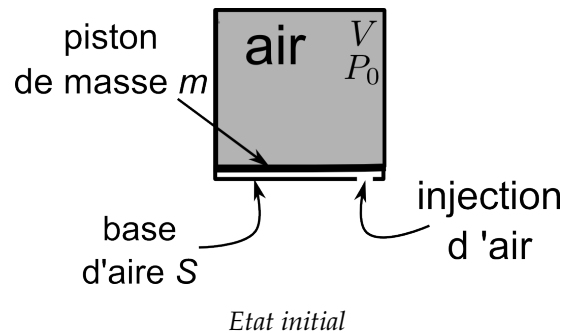
On considère le système cylindre-piston représenté sur le schéma ci-dessous.

Le réservoir cylindrique de volume constant V est séparé en deux parties par un piston de masse m d'épaisseur négligeable pouvant coulisser sans frottements. Le piston n'est pas calorifugé. La surface de la base du cylindre est notée S .

Initialement, la partie supérieure du réservoir est remplie par une quantité de matière n_0 d'air à la pression P_0 tandis que la partie inférieure est vide.

A travers un petit orifice dans la partie inférieure du réservoir (voir schéma), une quantité de matière n d'air est lentement injectée de telle manière à ce que le piston sépare le réservoir en deux parties égales dans l'état final. On considère qu'au cours

de cette transformation, la température reste égale à T_0 et que l'air se comporte comme un gaz parfait. L'air contenu dans la partie supérieure du piston ainsi que l'air introduit dans la partie inférieure subissent donc une transformation isotherme.



À partir d'une étude mécanique sur un système à définir, déterminer la quantité d'air n injectée dans la partie inférieure du cylindre en fonction de n_0 , la masse du piston m , le champ de pesanteur g , l'aire S de la base du cylindre ainsi que la pression initiale P_0 . Vérifier la cohérence du résultat à l'aide d'une équation aux dimensions (ou analyse dimensionnelle).