Sur la tension artérielle d'un hypertendu ...

Le *tension artérielle diastolique* et la *tension artérielle systolique* d'un individu hypertendu a été étudiée sur 10 jours *avant* et *après un traitement*. Les mesures s'expriment en millimètres ou en centimètres de mercure (Hg).

Avant Traitement	Systolique [cmHg]	15	16	14	15	15	20	14	15	16	14
	Diastolique [cmHg]	9	10	7	10	8	11	8	7	10	6
Après traitement	Systolique [cmHg]	14	15	12	13	11	12	14	15	12	13
	Diastolique [cmHg]	7	9	6	6	7	7	8	9	6	6

Statistique descriptive uni-dimensionnelle

Considérons que la variable aléatoire *tension artérielle systolique avant traitement* est une variable aléatoire quantitative **continue**, notée X.

1. Donner le **tableau statistique des effectifs** et celui des **effectifs cumulés** en considérant l'intervalle [9:1:20], c'est à dire des classes d'amplitude *égale* à 1 . Tracer l'**histogramme** et la **fonction de répartition** correspondantes.

2. Calculer les **quartiles à 25 %, à 50 % et à 75 %**. Tracer la **boîte à moustaches**. Est-ce qu'il y a des **valeurs aberrantes** ?

3. Déterminer la *tendance centrale* de la v.a. X sur l'échantillon par le **mode**, la valeur de la **médiane.** Déterminer la *dispersion* de la v.a. X sur l'échantillon par l'**étendue** et l'**intervalle inter-quartille.**

4. Calculer la réalisation de la **moyenne empirique** $\bar{x}$ et de la **variance empirique** s_X^2 (sur les données brutes). **Comparer** ces valeurs aux **indicateurs statistiques** précédents et conclure.

Échantillon et statistiques sur l'échantillon

Un individu est considéré hypertendu si sa *tension artérielle systolique* est supérieure à 14 cm Hg **et** si la *tension artérielle diastolique* est supérieure à 9 cm Hg.

Supposons que la *tension artérielle systolique avant traitement* suit une loi normale X de paramètres μ_X et respectivement $\sigma^2{}_X$ inconnus, pouvant être estimés sur l'échantillon i.i.d. donné par $\bar{x}$ et respectivement s_X^2 .
Supposons que la *tension artérielle diastolique avant traitement* suit une loi normale Y de paramètres μ_Y et respectivement $\sigma^2{}_Y$ inconnus, pouvant être estimés sur l'échantillon i.i.d. donné par $\bar{y}$ et respectivement s_Y^2.

5. Calculer la **probabilité** que la *tension artérielle avant traitement* soit **pathologique**, c'est à dire que l'individu soit hypertendu.

INSA

Médian en Statistiques 2009-2010

asi
Architecture des Systèmes d'Information

Statistique descriptive bi-dimensionelle

6. Représenter le **nuage des points** correspondant aux v. a. X et Y. Calculer le **coefficient de corrélation linéaire** $r_{X,Y}$. Existe-t-il une **dépendance linéaire** entre la tension artérielle systolique et diastolique ? Motiver votre réponse.

Soit Z une *variable aléatoire qualitative* à deux modalités : *avant traitement* et *après traitement.* Considérons le variables aléatoire : *tension artérielle systolique* (W).

7. Calculer la **variance de W expliquée par Z** s_E^2 , puis le **rapport de corrélation** $S_{W/Z}$. Est-ce que le **traitement** proposé a été **efficace** ?

Statistique inférentielle

On suppose que la *tension artérielle systolique avant traitement* suit une loi normale X de paramètres μ_X et $\sigma^2{}_X$ inconnus. Considérons que l'échantillon donné $X_1, X_1, \dots, X_n$ est un échantillon I.I.D.

8. Montrer que l'estimateur $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ du paramètre μ_X est **sans biais et convergent.**
Déterminer l'**espérance** et la **variance** de cet estimateur sur l'échantillon donné. Déterminer le **risque statistique** associé à cet estimateur. Est-t-il **exhaustif** ?

NOTA : Le médian est noté sur 20 points.