

Corrigé de l'EC8: Réchauffer une serre

Énoncé

On souhaite maintenir la température à l'intérieur d'une serre à une valeur de consigne $T_{int} = 20^\circ\text{C}$ supérieure à la température extérieure $T_{ext} = 0^\circ\text{C}$. La serre est un parallélépipède de hauteur $h = 3,75$ m de base au sol carrée de côté $a = 25$ m.

On supposera que l'air de la serre n'échange pas d'énergie thermique avec le sol, mais uniquement avec les surfaces en contact avec l'air extérieur. La puissance thermique surfacique échangée avec l'extérieur est alors $\varphi = 40 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

1. En posant P_{th} la puissance thermique reçue par l'air de la serre depuis l'extérieur, donner le signe de P_{th} . Montrer que $|P_{th}| = 40 \text{ kW}$.

Supposons dans un premier temps que l'air de la serre est chauffé à l'aide d'une chaudière agissant comme un thermostat de température $T_{ch} = 600 \text{ K}$. Pour ce faire, on considère un circuit d'eau pouvant être alternativement au contact de la chaudière et de l'air de la serre par l'intermédiaire d'un échangeur thermique. La température de l'eau en sortie de la chaudière est $T_C = 80^\circ\text{C}$, tandis qu'elle est de $T_F = 20^\circ\text{C}$ en entrée de chaudière.

2. Faire un schéma du circuit d'eau. Quelle est la température de l'eau lorsqu'elle entre en contact avec l'air de la serre ? Lorsqu'elle cesse d'être en contact avec l'air de la serre ?
3. Si ce dispositif permet de compenser exactement les pertes thermiques dues aux échanges avec l'air à l'extérieur de la serre, déterminer la valeur du débit massique de l'eau dans ce circuit.
4. Quel est le rapport entre la puissance thermique reçue par l'air intérieur de la serre divisée par la puissance thermique délivrée par la chaudière ?

Supposons maintenant que la chaudière est utilisée comme source chaude d'un moteur qui alimente une pompe à chaleur qui réchauffe l'air de la serre. La source froide utilisée par le moteur et la pompe à chaleur est l'air extérieur. On supposera que ces machines thermiques sont réversibles.

5. Donner le rendement du moteur ainsi que l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction des données de l'énoncé.
6. Calculer le nouveau rapport entre la puissance thermique reçue par l'air intérieur de la serre divisée par la puissance thermique délivrée par la chaudière. Discuter.

Correction

1. L'air de la serre est plus chaud que l'air extérieur. Le transfert thermique s'effectue donc de l'air de la serre vers l'air extérieur. On a donc $P_{th} < 0$.

La surface du toit de la serre est égale à $a^2 = 625\text{m}^2$.

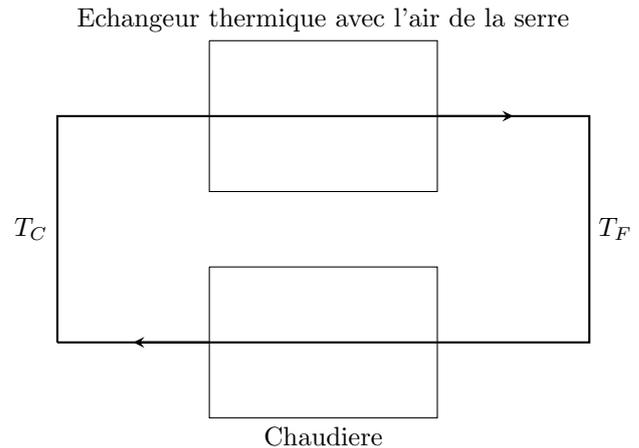
Les surfaces latérales sont toutes égales à $ah = 93,75 \text{ m}^2$.

Il y a au total 4 de ces surfaces, la surface latérale totale est donc égale à $4ah = 375\text{m}^2$.

La surface totale en contact avec l'air extérieur est donc de 1000m^2 .

Finalement, la puissance thermique totale est égale à la puissance thermique surfacique multipliée par la surface d'échange. On a donc $|P_{th}| = \varphi S_{tot} = 40 \text{ kW}$.

2. D'après le schéma, la température de l'eau en entrée de l'échangeur est égale à la température de l'eau en sortie de chaudière soit $T_C = 80^\circ\text{C}$. De même la température de l'eau en sortie de l'échangeur est la température en entrée de la chaudière soit $T_F = 20^\circ\text{C}$.
3. Si ce dispositif compense exactement les pertes thermiques, on a, au niveau de l'échangeur, $\dot{Q} = P_{th}$. Or, d'après le premier principe industriel appliqué au circuit d'eau et en supposant le régime stationnaire établi, on a $\dot{m}(\Delta h + \Delta e_C + \Delta e_P) = \dot{W} + \dot{Q}$.



Il n'y a pas de pièces mécaniques mobiles dans l'échangeur, donc $\dot{W} = 0$.

Les variations de hauteur sont négligeables dans l'échangeur, donc $\Delta e_P = 0$.

On néglige également les variations de vitesse dans l'échangeur, donc $\Delta e_C = 0$.

On a donc finalement $\dot{m}\Delta h = \dot{Q}$.

On considère que l'eau se comporte comme une phase condensée incompressible et indilatable, donc $\Delta h = c\Delta T$.

On trouve donc $\dot{m} = \frac{P_{th}}{c(T_F - T_C)}$.

On a finalement $\dot{m} = 0.16 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

4. Appliquons le premier principe industriel à l'échangeur présent dans la chaudière.

De même que précédemment, on $\dot{m}\Delta h = \dot{Q}$.

En régime stationnaire, le débit massique est le même dans tout le circuit.

De plus, l'eau se comportant comme une phase condensée incompressible et indilatable, on a également $\Delta h = c\Delta T$.

Finalement $\dot{Q} = \dot{m}c(T_C - T_F)$.

Or $P_{th} = \dot{m}c(T_F - T_C)$.

Donc $\dot{Q} = -P_{th}$.

Le rapport recherché est donc égal à $\frac{-P_{th}}{\dot{Q}} = 1$.

5. Les machines étant supposées réversibles, leur rendement et efficacité sont celles de Carnot.

Posons ρ le rendement du moteur, on a $\rho = 1 - \frac{T_{ext}}{T_{ch}}$.

Donc $\rho = 0,55$.

Posons e l'efficacité de la pompe à chaleur, on a $e = \frac{T_{int}}{T_{ext} - T_{int}}$.

Donc $e = 15$.

6. Posons P_{meca} la puissance mécanique reçue par la pompe à chaleur grâce au moteur. La puissance mécanique reçue par le moteur est donc $-P_{meca}$. Posons P_{ch} la puissance thermique reçue par le moteur de la part de la chaudière.

En supposant toujours que le transfert thermique généré compense exactement les pertes, on a P_{th} la puissance thermique reçue par le fluide de la pompe à chaleur et donc $-P_{th}$ la puissance thermique reçue par l'air intérieur de la serre.

Notons r le rapport recherché, on a par définition $r = \frac{-P_{th}}{P_{ch}}$.

Or, par définition, $\rho = \frac{|-P_{meca}|}{P_{ch}}$ et $e = \frac{|P_{th}|}{P_{meca}} = \frac{-P_{th}}{P_{meca}}$.

Donc $r = e\rho = 8$. Ce dispositif est donc nettement plus efficace que l'utilisation de la chaudière seule.

Dans le cas où les machines thermiques ne sont pas réversibles, on a $\rho \approx 0,35$ et $e \approx 4$. On a alors $r = 1,4$ ce qui reste meilleur que l'utilisation de la chaudière seule.