

Corrigé de l'EC4: Étude de deux transformations

Énoncé

Considérons une quantité $n = 1,0$ mol d'un gaz supposé parfait (de coefficient $\gamma = 1,4$) à une pression $P_1 = 1,0$ bar et une température $T_1 = 300$ K. Le gaz est contenu dans un cylindre fermé par un piston de masse négligeable, le cylindre étant lui-même posé à l'intérieur d'une chambre dont il est possible de faire varier la pression et la température. On supposera à tout instant l'équilibre thermique entre la chambre et l'intérieur du cylindre. Le gaz est initialement dans l'état 1.

On commence par augmenter lentement la température à l'intérieur de la chambre jusqu'à atteindre une température $T_2 = 600$ K tout en maintenant la pression constante égale à P_1 à l'intérieur de la chambre au cours de la transformation. Le gaz est alors dans l'état 2.

On bloque ensuite le piston et on diminue lentement la température à l'intérieur de la chambre jusqu'à atteindre une pression $P_3 = 0,5$ bar à l'intérieur du cylindre. Le gaz est finalement dans l'état 3.

Tous les résultats numériques de cet EC doivent être donnés avec 3 chiffres significatifs.

1. Qualifier par un nom et deux adjectifs les transformations $1 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 3$. Tracer les dans un diagramme de Clapeyron.
2. Donner les valeurs de toutes les variables d'état décrivant le gaz dans les états 1, 2 et 3. Commenter.
3. Calculer le travail des forces de pression et le transfert thermique pour les deux transformations.
4. En déduire la variation d'énergie interne de 1 à 2 et de 2 à 3 puis celle de 1 à 3.
5. Décrire une transformation simple permettant de passer de 1 à 3 directement ? Calculer le travail des forces de pression et le transfert thermique lors de cette transformation. Comparer aux résultats numériques de la question 3 et discuter à l'aide du diagramme de Clapeyron.
6. Calculer la variation d'énergie interne lors de la transformation précédente. Discuter.

Correction

Comme demandé dans l'énoncé, les résultats sont donnés avec trois chiffres significatifs. Cependant, afin d'éviter une propagation des erreurs d'arrondi (qui pourrait induire une divergence des applications numériques à la fin de l'exercice), nous conseillons d'utiliser tous les chiffres donnés par la calculatrice lors des calculs intermédiaires.

1. Lors de la transformation $1 \rightarrow 2$, la pression dans la chambre et donc la pression extérieure s'exerçant sur le gaz dans le cylindre est constante. Cependant, l'augmentation de température dans la cuve étant lente au point que la chambre et l'intérieur du cylindre sont en permanence en équilibre thermique, on peut même supposer que la pression à l'intérieur du cylindre est bien définie et uniforme au cours de la transformation, égale à la pression extérieure. La transformation est donc **isobare**.

La transformation pourrait se faire dans le sens inverse exactement en diminuant lentement la température dans la chambre. La transformation est donc **réversible**.

Pour finir, il s'agit d'un **échauffement** ou d'une **dilatation**.

Lors de la transformation $2 \rightarrow 3$, le piston est bloqué, le volume du gaz est donc constant. La transformation est **isochore**.

De même que précédemment, la transformation est **réversible**.

Pour finir, il s'agit d'un **refroidissement** ou d'une **détente**.

2. On a $n_1 = n_2 = n_3 = 1,0 \text{ mol}$ car le système est fermé.

$1 \rightarrow 2$ est isobare donc $P_2 = P_1 = 1,00 \text{ bar}$.

D'après l'énoncé, $P_3 = 0,500 \text{ bar}$.

D'après la loi des gaz parfaits, $V = \frac{nRT}{P}$.

Donc $V_1 = 24,9 \text{ L}$ et $V_2 = 49,9 \text{ L}$.

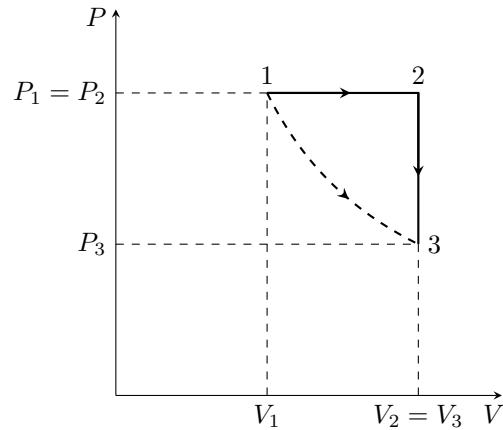
$2 \rightarrow 3$ est isochore, donc $V_3 = V_2 = 49,9 \text{ L}$.

D'après l'énoncé, $T_1 = 300 \text{ K}$ et $T_2 = 600 \text{ K}$.

D'après la loi des gaz parfaits, $T = \frac{PV}{nR}$.

Donc $T_3 = 300 \text{ K}$.

On a donc $T_1 = T_3$.



3. $1 \rightarrow 2$ est réversible, donc $\delta W = -P_{ext}dV = -PdV$.

$1 \rightarrow 2$ est isobare, donc $\delta W = -P_1 dV$.

En intégrant entre 1 et 2, on trouve $W_{1 \rightarrow 2} = P_1(V_1 - V_2)$.

Finalement, on a $W_{1 \rightarrow 2} = -2,49 \text{ kJ}$.

Pour une transformation isobare, on a $dH = \delta Q$.

Le gaz étant supposé parfait, il suit la seconde loi de Joule, donc H ne dépend que de T et donc $dH = C_P dT$.

Donc $\delta Q = C_P dT = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} dT$.

En intégrant, on a $Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_2 - T_1)$.

Finalement $Q_{1 \rightarrow 2} = 8,73 \text{ kJ}$.

$2 \rightarrow 3$ est isochore donc V est constant et $dV = 0$.

On a donc $\delta W = 0$, d'où $W_{2 \rightarrow 3} = 0 \text{ J}$.

Or, d'après le premier principe, $dU = \delta W + \delta Q$.

Donc $\delta Q = dU$.

Le gaz est supposé parfait, d'après la première loi de Joule, on a U qui ne dépend que de T et donc $dU = C_V dT$.

Donc $\delta Q = C_V dT = \frac{nR}{\gamma-1} dT$.

En intégrant entre 2 et 3, on a $Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_3 - T_2)$.

Finalement, on a $Q_{2 \rightarrow 3} = -6,24 \text{ kJ}$.

4. D'après le premier principe, on a $\Delta U = W + Q$.

Donc $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 6,24 \text{ kJ}$.

De même $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = -6,24 \text{ kJ}$.

Finalement $\Delta U_{1 \rightarrow 3} = 0 \text{ J}$.

5. Puisque $T_1 = T_3$, on pourrait passer de 1 à 3 par une détente isotherme réversible.

La transformation étant réversible, on a $\delta W = -P_{ext}dV = -PdV$.

D'après la loi des gaz parfaits, $P = \frac{nRT}{V}$.

Donc $\delta W = -nRT \frac{dV}{V}$.

Puisque la transformation est isotherme, on a $\delta W = -nRT_1 \frac{dV}{V}$.

On peut intégrer entre 1 et 3, on a alors $W_{1 \rightarrow 3} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_3}{V_1}\right)$.

Finalement, on a $W_{1 \rightarrow 3} = -1,73 \text{ kJ}$.

D'après la première loi de Joule, on a U ne dépend que de T . Or $T_1 = T_3$, donc $U(T_1) = U(T_3)$. Finalement $\Delta U = 0$.

D'après le premier principe, on a $\Delta U = W + Q$.

Donc $Q_{1 \rightarrow 3} = -W_{1 \rightarrow 3}$.

Finalement $Q_{1 \rightarrow 3} = 1,73 \text{ kJ}$.

On remarque que le travail des forces de pression de $1 \rightarrow 3$ est plus faible en valeur absolue que celui de $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$. Cela correspond bien au fait que l'aire sous la courbe est plus grande dans le cas $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ que dans le cas $1 \rightarrow 3$.

On remarque également que les deux aires sous la courbes sont bien positives, ce qui correspond au fait que les travaux sont négatifs.

6. Comme calculé précédemment, on a $\Delta U = 0$ comme dans le cas $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$. C'est tout à fait normal car U est une fonction d'état et ne dépend donc que des états initiaux et finaux qui sont les mêmes pour les deux transformations ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ et $1 \rightarrow 3$).