Corrigé de l'EC1: Un autre modèle de gaz

Énoncé

Considérons un réservoir de volume $V = 2,0$ L contenant $n = 1,0$ mol de dihydrogène à une température $T = 1000$ K.

1. Si le dihydrogène se comporte comme un gaz parfait quelle serait la pression P_0 de ce gaz ?

Supposons maintenant que le dihydrogène suit l'équation d'état suivante :

$$P(V_m - b) = RT \exp\left(-\frac{a}{RTV}\right) \text{ avec } a = 3,4.10^{-3} \text{ SI } b = 2,3.10^{-5} \text{ SI.}$$

2. Donner les dimensions de a et b.
3. Donner les hypothèses reliant les variables d'état aux paramètres a et b permettant de retrouver l'équation d'état des gaz parfaits ? Commenter.
4. Quelle est la pression P_0' du gaz dans ce nouveau modèle ? Commenter.

Correction

1. Si le dihydrogène se comporte comme un gaz parfait, il suit la loi des gaz parfaits, on a donc $P_0 V = nRT$.

   On a alors $\boxed{P_0 = \frac{nRT}{V}}$. Finalement $\boxed{P_0 = 42 \text{ bar}}$.

2. La dimension de b est la même que V_m car on soustrait l'un à l'autre. Or V_m est un volume molaire.

   La dimension de b est donc $\boxed{L^3 N^{-1}}$, son unité est $\boxed{\text{m}^3.\text{mol}^{-1}}$.

   L'argument de l'exponentielle est sans dimension, donc $\frac{a}{RTV}$ est donc sans dimension.

   a a donc la dimension de RTV, or RT a la dimension de $\frac{PV}{n}$.

   Donc a a la dimension de $\frac{PV^2}{n}$ soit $\boxed{\dim(P).L^6.N^{-1}}$.

   Plus précisément P est une force par unité de surface. Donc $\dim(a) = \dim(F).L^4.N^{-1}$.

   Or, une force a la dimension d'une masse multipliée par une accélération.

   Finalement $\dim(a) = M.L^5.T^{-2}.N^{-1}$, soit en unité kg.m^5.s^{-2}.mol^{-1}.

3. Pour une grande valeur de V, on a $V \gg nb$ donc $V_m - b = \frac{V-nb}{n} \approx \frac{V}{n}$.

   Pour une grande valeur de V, on a $\frac{a}{RTV}$ qui tend vers 0 donc $\exp\left(-\frac{a}{RTV}\right) \approx 1$.

   On trouve alors $\frac{PV}{n} \approx RT$ ce qui correspond bien à la loi des gaz parfaits.

   $\boxed{\text{Il suffit donc que } V \text{ soit grand devant } nb \text{ et } \frac{a}{RT} \text{ pour que la dihydrogène se comporte comme un gaz parfait.}}$

   C'est la même hypothèse que celle faite sur un gaz de Van der Waals pour que celui-ci se comporte comme un gaz parfait.

4. On trouve avec la formule proposée $P = \frac{nRT}{V-nb} \exp\left(-\frac{a}{RTV}\right)$.

   Donc $\boxed{P_0' = 42 \text{ bar}}$. Les deux pressions sont très proches, la différence de pression entre les deux modèles est en pratique de $0,5$ bar. Cette différence devrait être mesurable par un manomètre.