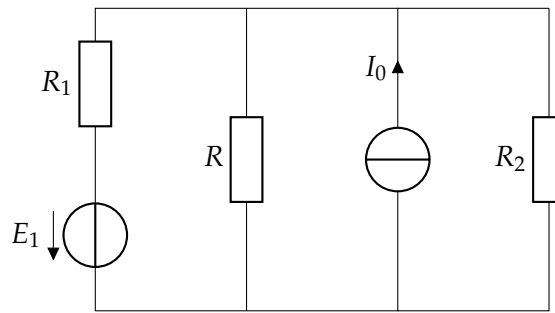


Correction - Exercice C1 - Etude d'un circuit comportant plusieurs générateurs



Le circuit ci-dessus est constitué d'une source de tension de force électromotrice E_1 , d'une source de courant de courant électromoteur I_0 et de trois résistances.

Analyse qualitative (sans calculs) :

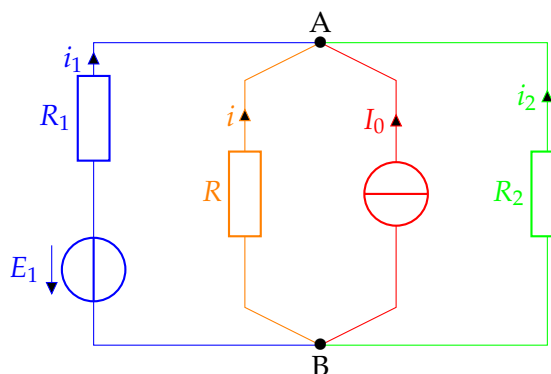
1. Combien y-a-t-il de valeurs d'intensité?
2. Combien y-a-t-il de valeurs de potentiel?
3. Déterminer, si possible, les sens conventionnels des différents courants.
4. Classer (autant que possible) les différents potentiels.

Analyse quantitative :

5. Combien d'inconnues peut-on identifier dans ce circuit?
6. Ecrire un système d'équations avec un nombre suffisant de lois de Kirchhoff.
7. Déterminer l'expression de l'intensité circulant dans la résistance R
8. Retrouver la même expression en utilisant l'équivalence Thévenin-Norton.
9. Les résultats de l'analyse qualitative sont-ils vérifiés?
10. Déterminer le caractère générateur ou récepteur de la source de courant en fonction des données du problème.

Analyse qualitative (sans calculs) :

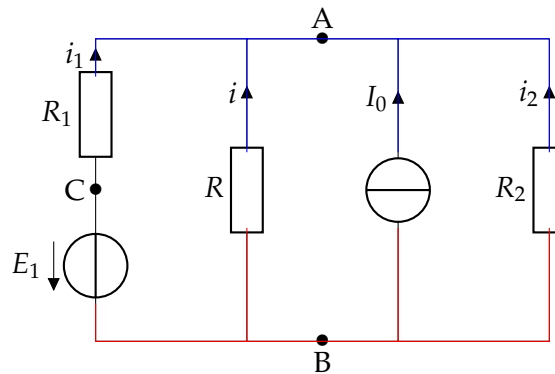
1. On peut redessiner le circuit pour identifier deux noeuds A et B et 4 branches identifiées par quatre couleurs sur le schéma ci-dessous :



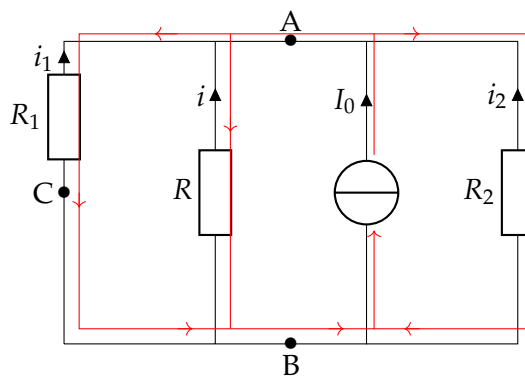
On identifie autant d'intensités que de branches, soit : i_1 , i_2 , I_0 et i . On choisit **arbitrairement** le sens des intensités inconnues : i_1 , i_2 et i .

On peut aussi définir une cinquième intensité si on prend en compte le fil qui relie les deux branches du milieu.

2. On identifie sur le schéma précédent 3 valeurs de potentiels : V_A (bleu), V_B (rouge) et V_C (noir).

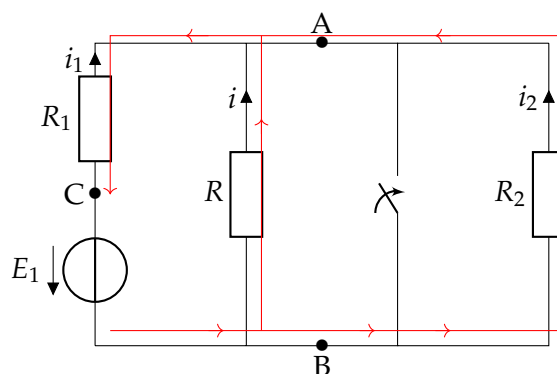


3. On éteint le générateur de tension, on le remplace par un fil et on indique le sens du courant en rouge :



On trouve $i_1 < 0$, $i_2 < 0$ et $i < 0$.

On éteint le générateur de courant, on le remplace par un interrupteur ouvert et on indique le sens du courant en rouge :



On trouve $i_1 < 0$, $i_2 > 0$ et $i > 0$.

Conclusion :

On en conclut que $i_1 < 0$, le courant va de A vers C vers B.

On ne peut pas conclure pour i et i_2 .

4. Le courant descend les potentiels à l'extérieur des générateurs.

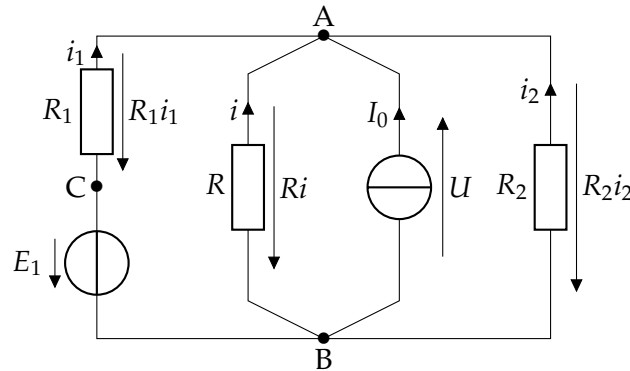
On sait que le courant va de A vers C, donc, $V_A > V_C$.

On a aussi $E = V_B - V_C > 0$, donc $V_B > V_C$.

On ne peut pas conclure pour V_A et V_B .

Analyse quantitative :

5. On identifie 4 inconnues dans le circuit : trois intensités i, i_1, i_2 et U la tension aux bornes de la source de courant.



6. Pour écrire les lois des noeuds et les lois des mailles, on choisit **arbitrairement** le sens de l'intensité et on flèche les tensions aux bornes des résistances **en convention récepteur** pour pouvoir écrire facilement la loi d'Ohm pour chacune d'elles (schéma ci-dessus). On a aussi choisi de flécher la tension aux bornes de la source de courant en convention générateur (ce n'est pas obligatoire).

On a besoin de quatre équations. On écrit une loi des noeuds et trois lois des mailles (au choix) :

- noeud B : $I_0 + i_2 + i_1 + i = 0$ (1)
- maille de gauche (sens trigonométrique) : $R_1 i_1 + E_1 - R i = 0$ (2)
- maille du milieu (sens trigonométrique) : $U + R i = 0$ (3)
- maille de droite (sens trigonométrique) : $-U - R_2 i_2 = 0$ (4)

7. On résout le système de ces quatre équations pour trouver i . Il faut exprimer les inconnues i_1 et i_2 .

$$(2) \Rightarrow i_1 = \frac{-E_1 + R i}{R_1}$$

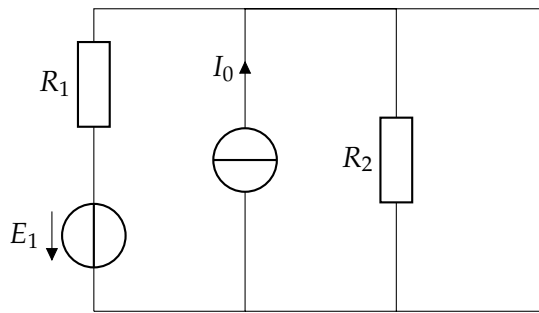
$$(3) \text{ et } (4) \Rightarrow U = -R i = -R_2 i_2 \text{ ce qui donne } i_2 = \frac{R}{R_2} i.$$

On réinjecte les expressions de i_1 et i_2 dans (1) : $I_0 + i + \frac{R}{R_2} i + \frac{-E_1 + R i}{R_1} = 0$.

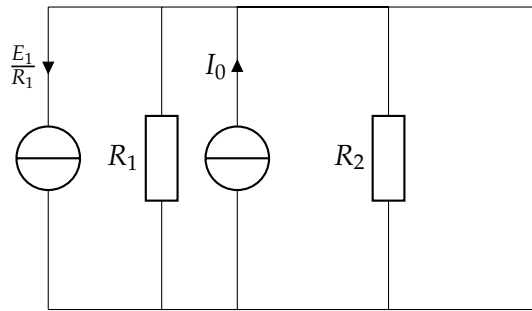
ce qui donne

$$i = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2}} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

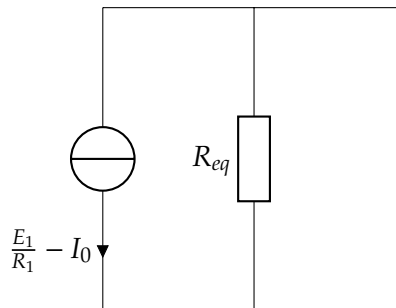
8. Pour utiliser l'équivalence Thévenin-Norton, on isole la branche avec la résistance R et on trouve le générateur de Norton équivalent des autres composants :



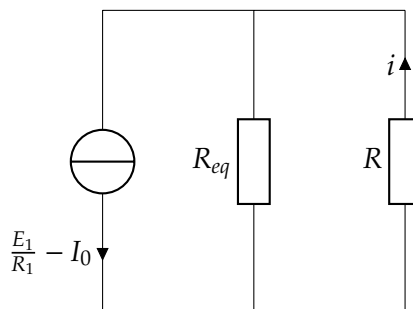
On remplace le générateur de Thévenin à gauche par le générateur de Norton équivalent :



On simplifie en additionnant les deux courants des générateurs en parallèle (attention au sens) et en remplaçant les deux résistances en parallèle par leur résistance équivalente : $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.



On a trouvé le générateur de Norton équivalent : $I_N = \frac{E_1}{R_1} - I_0$ et $R_N = R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$. On peut reconnecter la résistance R .



On peut maintenant utiliser un pont diviseur de courant :

$$i = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{eq}}} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

On remplace $\frac{1}{R_{eq}}$.

$$i = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

On multiplie par R .

$$i = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2}} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

On retrouve bien la même expression qu'avec les lois de Kirchhoff.

9. On trouve bien que le courant i est négatif si on éteint le générateur de tension (en prenant $E_1 = 0$ dans l'expression analytique) et positif si on éteint le générateur de courant (en prenant $I_0 = 0$ dans l'expression analytique) comme dans l'analyse qualitative.

Pour complètement vérifier l'analyse qualitative, on doit calculer i_1 . Pour cela, on utilise la relation trouvée précédemment : $i_1 = \frac{-E_1 + R i}{R_1}$

$$i_1 = -\frac{E_1}{R_1} + \frac{R}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{R}{R_1} + \frac{R}{R_2}} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

$$i_1 = -\frac{E_1}{R_1} + \frac{R R_2}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2} \left(\frac{E_1}{R_1} - I_0 \right)$$

$$i_1 = \frac{-\frac{E_1}{R_1} (R_1 R_2 + R R_1) - R R_2 I_0}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2}$$

On trouve bien $i_1 < 0$, ce qui est cohérent avec l'analyse qualitative.

10. Pour le générateur de tension, placé en convention récepteur, on calcule la puissance absorbée : $\mathcal{P}_{abs} = E \times i_1$. Comme $i_1 < 0$, la puissance absorbée est négative et le générateur de tension a un comportement générateur.

Pour le générateur de courant, placé en convention générateur, on calcule la puissance fournie : $\mathcal{P}_{fournie} = U \times I_0 = (-R i) \times I_0$.

Le comportement de ce générateur dépend du signe de i .

- si $\frac{E}{R_1} > I_0$, alors $i > 0$, $\mathcal{P}_{fournie} < 0$ et le générateur de courant a un comportement récepteur.
- si $\frac{E}{R_1} < I_0$, alors $i < 0$, $\mathcal{P}_{fournie} > 0$ et le générateur de courant a un comportement générateur.