NOM : ______________________ Prénom : ____________ Groupe : ______

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES ROUEN NORMANDIE

EC P8
J. Yon

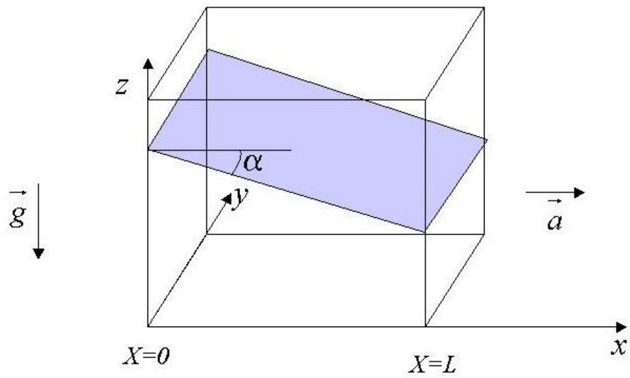
Devoir Surveillé de Mécanique des fluides.

19/06/24
durée : 1h30

Seules les calculatrices non-graphiques non-programmables sont autorisées.

Exercice 1. *Problème rapide de statique des fluides (7 points)*

*Un aquarium cubique (de côté **L**) à demi rempli d'eau de masse volumique ρ est placé dans une voiture. L'accélération constante $\vec{a}$ de cette voiture impose à l'interface plane eau-air un angle α avec le plan horizontal. On se propose de déterminer cet angle.*



<u>Rappel de mécanique :</u> on considère un référentiel $\mathfrak{R}$ en translation rectiligne accélérée d'accélération $\vec{a}$ par rapport à un référentiel galiléen. Un point matériel M de masse m en mouvement dans $\mathfrak{R}$ subit une force d'inertie d'entrainement qui s'écrit : $\overrightarrow{F_{ie}} = -m\vec{a}$

Données numériques : $\rho = 1$ Kg/L ; $a = 2$ m/s^2 ; g=10m/s^2

1. Préciser le système étudié ainsi que le référentiel d'étude. Justifier alors l'emploi du principe fondamental de la statique.

2. Exprimer les forces de volume (attraction gravitationnelle et forces d'inerties) en [N/m3].

3. A l'aide du principe fondamental de la statique, déterminer l'équation des isobares et en particulier de l'interface du fluide. Vous exprimerez alors la hauteur de l'interface z_i en fonction de la distance x du bord du bocal.
   On ne vous demande pas d'expliciter la constante d'intégration.

4. En déduire l'expression analytique de l'angle α en fonction des données du problème.

5. Donner la valeur numérique de l'angle α en degrés.

Exercice 2. **Problème de cinématique des fluides (7 points)**

Considérons un écoulement d'eau plan défini par le champ de vitesse eulérien suivant, avec $u_0 = 1\ ms^{-1}$, une constante de vitesse et L une longueur :

$$\vec{U} = \left| \begin{array}{c} \dfrac{u_0}{2+cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)} \\ -\dfrac{u_0}{L}\dfrac{2\pi y\ sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)}{\left(2+cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right)^2} \\ 0 \end{array} \right.$$

1. L'écoulement ainsi défini est-il stationnaire ? Est-il incompressible ?

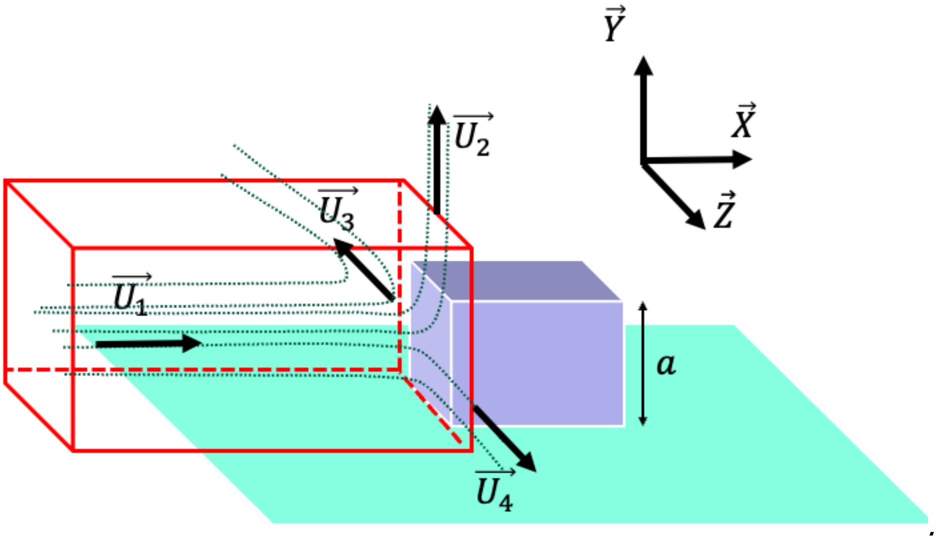
2. Rappeler la définition d'une ligne de courant. Que peut-on donc dire des trajectoires et des lignes de courant ?

3. Déterminer l'expression de la relation $y = f_A(x)$ pour la ligne de courant passant par le point *A(x=0, y=0)* et la relation $y = f_B(x)$ pour celle passant par le point *B(x=0, y=12)*. On rappelle qu'en tout point d'un écoulement plan, une ligne de courant doit respecter $\frac{dx}{U_x} = \frac{dy}{U_y}$.
   Tracer ces lignes de courants et commenter l'allure de l'écoulement.

4. Sachant que le fluide est à la pression atmosphérique au point *B(x=0, y=12)*, déterminer la pression au point *C(L/2, y=4)*. Vous pourrez utiliser le théorème de Bernoulli en rappelant ses hypothèses de validité. Réaliser l'application numérique.

Exercice 3. **Problème de dynamique des fluides (6 points, sans les bonus)**

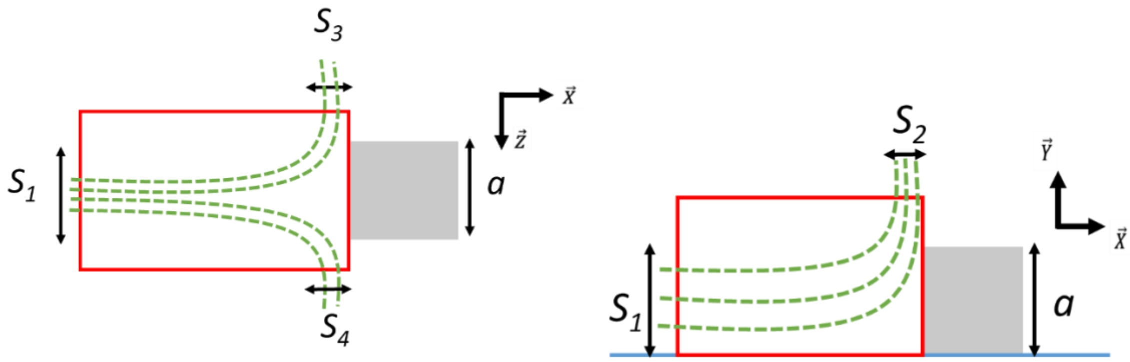
Un cube de masse $m = 1$ kg, de côté $a = 50$ cm repose sur une table. Du fait des forces de frottement au sol, il reste immobile malgré son exposition à un vent d'ouest de vitesse $\overrightarrow{U_1} = 100\,\vec{x}$ km/h. L'air a pour masse volumique ρ=1.205 kg/m^3. Le but de l'exercice est d'évaluer la poussée aérodynamique exercée par cet écoulement sur le cube. Pour ce faire, vous appliquerez le théorème d'Euler au système fluide contenu dans le domaine de contrôle rectangulaire placé en amont du cube (voir figure), contenant le fluide dévié par ce dernier.



1. Le jet d'air incident, comme les jets émergents du volume de contrôle, sont des jets libres parallèles soumis à la pression atmosphérique. F_a représente la norme de la force exercée par le cube sur l'écoulement d'air. Donner l'expression de la résultante des forces de surface $\sum \overrightarrow{F_S}$ (en Newton) s'appliquant sur la surface S du domaine de contrôle. Le résultat attendu est un vecteur dépendant de P_0, a et F_a.

2. Exprimer, s'il y en a, les forces de volume $\sum \overrightarrow{F_v}$ (en newton) s'exerçant dans ce domaine fluide ***Vol***.

3. On indique sur les schémas ci-dessous les surfaces d'entrée S_1 et de sortie, S_2, S_3, S_4 du jet dans le volume de contrôle. Calculer sur l'ensemble du contour du domaine fluide la quantité : $\iint_S \rho(\vec{U} \cdot \vec{n})\vec{U} ds$.



4. Énoncer et appliquer le théorème d'Euler.

5. En projetant l'équation précédente sur l'axe $\vec{X}$, exprimer la force $\overrightarrow{F_f}$ exercée par le fluide sur le cube. Vous exprimerez votre résultat en fonction de la vitesse U_1, ρ, P_0 et a.

Les questions suivantes sont en bonus !

6. Prenons maintenant pour système le cube. Faire le bilan des forces surfaciques et volumiques s'y appliquant. On rappelle que ce dernier est immobile par rapport au support.

7. En déduire l'expression de la force de réaction du support $\vec{R}$.

8. Donner l'expression analytique puis la valeur de la norme de la composante tangentielle de cette force de réaction qui s'oppose à la poussée aérodynamique induite par l'écoulement sur le cube. Vous vérifierez l'homogénéité de votre résultat. Déterminer alors la masse correspondant au poids équivalent à cette composante tangentielle.